

Matematikundervisningens dilemma

Om jag låter blicken gå runt i klassrummet¹ så kommer att jag se att eleverna skiljer sig åt i ett flertal avseenden, såsom utseende, personlighet, social och biologisk mognad. Flera av flickorna är redan i puberteten. En högst vanlig klass, skulle jag vilja säga.

Det finns 24 elever i klassen – egentligen 25, en elev har fått diagnosen Aspberger och går för närvarande i en särskild undervisningsgrupp. Fyra elever kommer från det av krig härjade Irak och gick först ett år i en förberedelseklass innan de började i klassen i femman. De trivs, men förstår naturligtvis inte allt i undervisningen. De gör dock framsteg. Mats, utexaminerad i mitten av 1980-talet, har haft klassens sedan de började i fyran. Låt oss stanna till vid två andra elever i klassen, Sofia och Erik.

Sofia är tystlåten, liten och spenslig, ser ut att vara minst ett år yngre än de andra flickorna i klassen. Hon arbetar med egna uppgifter, som egentligen hör hemma i tvåan-trean. Hon räknar på fingrarna när hon löser med addition som $37 + 6$ i huvudet. Uppställd additionsräkning med tre termer tycker hon är svårt, liksom uppställd subtraktion där hon måste låna. Nollan ställer ofta till besvär för henne. Multiplikation kan hon nästan alla kombinationer upp till $5 \cdot 5$ utantill. Division är svårt, säger hon.

Sofia går till ”fröken Elsa” tre gånger i veckan. Elsa är utbildad småskollärare och speciallärare och går i pension nästa läsår. Det är oklart om det kommer någon annan speciallärare. En av kommunens förskollärare som går nu specialpedagogprogrammet kommer förmodligen att ta över. Sofia trivs hos Elsa utom på tisdagar för då kommer det några pojkar från parallellklassen och då blir det för oroligt, säger hon. På fritiden är hon mest hemma och leker på sitt rum.

Erik arbetar oftast med egna uppgifter som han fått av Mats. Han jobbar också i en ”högstadiesbok”. Just nu arbetar Erik med ekvationer med parenteser. Han förenklar algebraiska uttryck snabbt. Han automatiserar räknelagar och olika regler snabbt. Han arbetar över huvud taget mycket snabbare än de flesta av kamraterna i klassen. Han har vad psykologer brukar kallar en hög automatiseringsfaktor, n -faktor. Erik har kommit överens med Mats om att han får ett papper med ett svårare problem en eller två gånger i veckan och

arbetar i "högstadiet" där emellan. På fritiden tränar Erik framgångsrikt både fotboll och tennis. Utöver detta spelar fiol i Kulturskolan.

Det är lätt att uppfatta Sofia eller Erik som avvikande, men det är inget onormalt med någon av dem. De befinner sig inom ramen för en normal variation, som man brukar säga.

Undersökningar från bl a England har visat att i årskurs 5 är den normala variationen ungefär ± 3 årⁱⁱ. Vi kan m a o i en femteklass ha elever som de facto befinner sig på allt från åk 2- till åk 8-nivån. Innebörden i begreppet *normal variation* är att man är *lika normal* var man än befinner sig på denna skala. Det är bara *mindre vanligt* att man ligger på en nivå med åk 2 eller åk 8 när man går i femman.

Elever som avviker, antingen genom sina mycket låga eller höga prestationer uppfattas lätt som avvikande, lite udda, som en anomali i en för övrigt normal verksamhet. Men de är igen anomali. Denna stora skillnad mellan eleverna i en klass är det som är det normala.

Det är uppenbart att en klassrumssituation med denna spridning ställer stora krav på läraren att individualisera undervisningen. Försöken att lösa detta kan vara flera, vanligast torde vara att antingen

- a) blunda för faktumet och undervisa som om alla elever befann sig på nivån för årskurs 5, med resultatet att vi får en icke så ringa del av eleverna kommer att tycka att det är för svårt, en stor grupp som anser att uppgifterna ligger på en lagom nivå och en tredje grupp tycker att undervisningen är alltför lätt och närmast blir tråkig, eller
- b) att ge upp tanken på en gemensam undervisning och släppa eleverna fria i lärobokens värld, med resultatet att undervisningen lätt reduceras till enskild räkning och att gemensamma genomgångar eller utvecklande samtal mellan lärare och elever kommer att höra till sällsyntheten.

I slutet av grundskolan har variationen i elevernas kunskaper blivit ännu större. I Medelstudienⁱⁱⁱ kunde vi visa att de 15 procent lägst presterande eleverna i slutet av årskurs 9 befinner sig på en nivå motsvarande årskurs 4. De högst presterande torde ha en potential för ett par årskurser över nian.

Den normala variation som finns i en årskurs måste uppfattas som ett grundläggande pedagogiskt *dilemma* för matematikundervisningen. Ett dilemma kan inte lösas, men måste

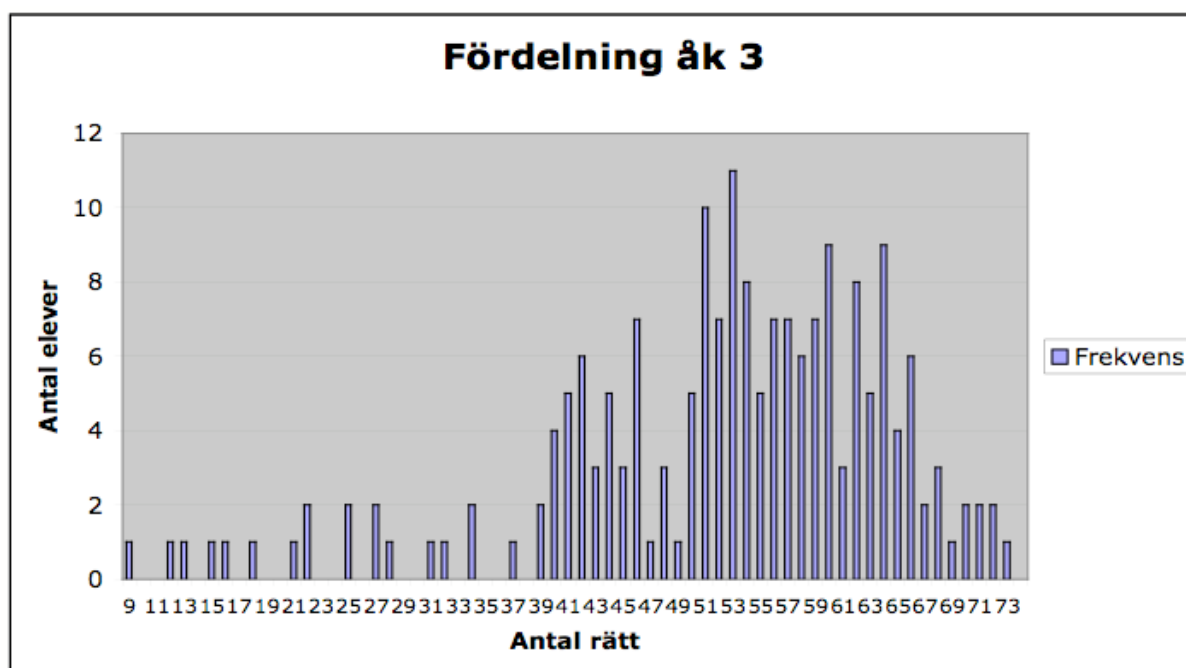
likväl hanteras. Jag ska illustrera detta dilemma med två exempel Mål för åk 3 och gymnasieskolans A-kurs.

Mål för årskurs 3

Som ett led i att förbättra måluppfyllelsen i grundskolan har regeringen förutskickat införandet av nationella mål och prov i årskurs 3. Skolverket har fått i uppdrag att ta fram mål och dessa är överlämnade till regeringen. Proven har Skolverket gett PRIM-gruppen vid Stockholms universitet i uppdrag att utforma.

Jag ska inte här diskutera om mål och prov i årskurs 3 är bra eller dåligt, önskvärt eller förkastligt. Dessa olika uppfattningar har framförts av andra i olika sammanhang. Jag ska i stället försöka illustrera dilemmat som uppstår när man försöker ta fram mål och prov i årskurs 3.

Tillsammans med Olof Magne har jag gjort en empirisk analys av Skolverkets mål att uppnå i matematik för årskurs 3^{iv}. Analysen baseras sig på vår Medelsta-studie där vi undersökt matematikkunskaperna hos grundskoleleverna i en hel kommun. I diagrammet nedan redovisas spridningen på resultatet för de tre diagnoser som eleverna gjort.



Uppgifterna på diagnoserna är tänkta att täcka de elementära delarna av matematikstoffet. Uppgifterna diskriminerar mycket bra för den nedre halvan av elevgruppen. Dra nu med en penna ett lodrätt streck vid 42 rätt (ligger mitt emellan två staplar). Till vänster har du de 15 procent lägst presterande eleverna. Deras genomsnittliga prestation ligger i nivå med en elev i åk 1. Observera att dessa elever ligger inom den normala variationen, dvs de är fullt normala, fast det är som sagt inte så vanligt att man har färre än 42 rätt.

De 15 procent högst presterande eleverna ligger i nivå med åk 4. Vi hade förväntat oss att dessa elever hade kommit längre, åtminstone i nivå med åk 5. En fråga som vi ofta får är om de duktigaste eleverna ”hålls tillbaka” i undervisningen och om de skulle ha kommit längre i sin utveckling om de hade fått en mer anspråksfull undervisning. Svaret är att det vet vi inte. Studien kan inte besvara sådana frågor.

I analysen av Skolverkets förslag är vår bedömning att målen ligger alldeles för högt. Bara eleverna över medianen skulle nå alla de föreslagna målen. För enstaka mål är det paradoxala att de ligger för lågt. Eleverna kan mer än vad Skolverket tror.

Det är oklart på vad Skolverket baserar sina bedömningar eftersom dessa grunder inte redovisas i förslaget. En möjlig förklaring är att man har haft en föreställning om en slags genomsnittlig elev eller vad en elev i åk 3 ”borde” klara av. Kanske kommer bilden att klarna när Skolverket ger ut sitt kommentarmaterial till målen. Den som är intresserad av att läsa mer om vår analys hänvisas till Engström och Magne (2008).

Man kan fråga sig vad syftet är med målen och provet. Om syftet vore att ringa in de 10–15 lägst presterande eleverna så skulle kanske gränsen gå vid en prestation i nivå med tidig höst på våren i åk 2. Denna gräns skulle förmodligen av många lärare anses som alltför låg. Eleverna ”borde” kunna mer på våren i trean. ”Det vore att sänka ambitionerna alltför lågt”, skulle förmodligen bli en vanlig reaktion.

En annan fråga är om nationella prov är nödvändiga för att identifiera de lägst presterande eleverna. Mitt svar är att en erfaren (utbildad) lärare utan större problem kan identifiera de 3–4 elever i sin klass som tillhör denna grupp. Det är alltså inte där problemet ligger.

Det är viktigt att identifiera elever tidigt i grundskolan som riskerar att utveckla matematiksvårigheter och ge dem stöd i sin fortsatta utveckling. För att göra detta bör man ha uppgifter som fungerar som prediktorer, dvs de har visat sig vara viktiga att kunna genom att de förutsäger fortsatt framgång i matematikutvecklingen hos eleverna. Det finns sådana uppgifter redovisad i forskning, men det är mig veterligt inget resonemang som har förts inom Skolverket. Låt oss så gå över till gymnasieskolan.

Gymnasieskolans matematik

När eleverna lämnar grundskolan med minst godkänt i betyg i matematik så är, som redan nämnts, den normala variationen någonstans från årskurs fyra-fem och uppåt. De duktigaste eleverna i åk 9 har redan påbörjat gymnasieskolans kurs eller har potential för en betydligt svårare kurs. Eleverna skiljer sig dessutom åt i ett flertal andra avseenden, såsom framtidsdrömmar, yrkesplaner, intressen, fritidssysselsättningar, mognad, osv.

Tanken är nu att alla elever som kommit in på ett nationellt program, runt 90 procent av landets 16-åringar, ska läsa samma kurs i matematik, kurs A, i gymnasieskolan. Resultatet av denna idé är leda och avsky för ämnet, yrkesprogram där runt hälften av eleverna inte klarar provet på kurs A, trots att A-kursen huvudsakligen är en upprepning av grundskolans kurs. Duktiga elever sitter overksamma och uttråkade på en kurs de sedan länge redan behärskar. I stället för att lägga undervisningstiden på de sista, svårare kurserna slösas tiden bort på sådant de sedan länge behärskar.

Mig veterligen finns denna idé, att runt 90 procent av eleverna i en årskull efter avslutad 9-årig grundskola ska kunna läsa samma matematikkurs, inte någon annanstans i världen. Troligtvis skulle en fransk, en tysk, en spansk eller en amerikansk kollega finna idén närmast befängd och undra om du var vid sunda vätskor om du försökte lansera idén för dem. Denna tanke är varken god eller progressiv, utan måste i stället betecknas som ett fatalt systemfel.

I förslaget till en reviderad gymnasieskola är det för mig oklart hur detta kommer att hanteras. Men varje tanke på att upprepa det nuvarande systemet är dödfött.

Farväl till grundskolan?

Antalet ansökningar om att få starta fristående skolor ökar och verkar svara mot en stigande efterfrågan. I knappast något annat land ökar andelen friskolor så snabbt som i Sverige. Intresset från elever och föräldrar att välja bort den kommunala grundskolan till förmån för en fristående skola synes ha en rationell grund. Vi vet att det är skillnad på skola och skola.

Idag saknas fungerande pedagogiska modeller för att hantera matematikundervisningens dilemma, den stora spridningen mellan eleverna i en årskurs. Allt för många elever klarar inte av skolmatematiken, samtidigt som andra tycker att den undervisning de får är för lätt och enahanda. Dilemmat är på sikt en ödesfråga för grundskolan. Till detta kommer en lärarutbildning i kris.

Jag ser ett framtida scenario som innebär ett farväl till grundskolan. Det kommer snart att bli uppenbart för kreativa friskolentreprenörer att här finns en verklig nisch – anspråksfulla skolor med välutbildade lärare och höga förväntningar på eleverna. Vi kommer att få se ett framväxande medelklassuppror där föräldrar och elever på rationella grunder väljer bort grundskolan till förmån för en bättre fristående skola. Marknaden kommer att reglera grundskolans dilemma.

Ett annat scenario är naturligtvis möjligt. Men det kräver omprövning, det kräver mod och beslutsamhet. Finns det?

Arne Engström

ⁱ Det här beskrivna klassrummet finns inte. Det är en beskrivning som är sammansatt av många olika verkliga klassrum som jag har mött. Jag gissar att många lärare uppfattar den som högst verklig.

ⁱⁱ Cockcroft, W.H. (1982). *Mathematics Count: Report of the Committee of Inquiry into Teaching of Mathematics in Schools under the Chairmanship of W.H. Cockcroft*. London: HMSO. Dessa resultat har sedan bekräftats senare undersökningar i England.

ⁱⁱⁱ Engström, A. & Magne, O. (2003). *Medelsta-matematik. Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lpo 94?* (Rapporter från Pedagogiska institutionen, 4). Örebro: Örebro universitet.

^{iv} Engström, A. & Magne, O. (2008). *Medelsta-matematik IV. En empirisk analys av Skolverkets förslag till mål att uppnå i matematik för årskurs 3* (PiUS-rapport). Linköping: Linköpings universitet, IBL.