

Regeringens satsning på matematik 2006-2008

Sammanfattning, synpunkter och förslag på den del av verksamheten som Göteborgs universitet och Nationell centrum för matematikutbildning har haft ansvar för.

Anders Tengstrand
09-05-08

Bakgrund

Regeringen gjorde 2006-2009 en särskild satsning på matematik som syftade till att överbrygga den klyfta som finns mellan matematikundervisningen på gymnasiet och nybörjarkurserna i matematik på högskola. Satsningen, som totalt omfattade 30 miljoner kronor, föregicks av två utredningar: Den stora genomlysning av matematikutbildningen från förskola till högskola som gjordes av *Matematikdelegationen* och som sammanfattas i rapporten *Att lyfta matematiken – intresse lärande, kompetens*. (SOU 2004:97) samt en utredning *Nybörjarstudenter och matematik - Matematikundervisningen under första året på tekniska och naturvetenskapliga utbildningar* (Högskoleverkets rapportserie 2005:36R) som gjordes av fil dr Ola Helenius och undertecknad.

Matematikdelegationen

Regeringen tillsatte 23 januari 2003 en delegation, Matematikdelegationen, för att utarbeta en handlingsplan med förslag till åtgärder för att förändra attityder till och öka intresset för matematikämnet samt utveckla matematikundervisningen från förskola till högskola. Delegationen lämnade sitt betänkande i september 2004. I handlingsplanen tar utredningen upp den klyfta som finns mellan gymnasieskolans och högskolans matematikundervisning och föreslår att nätbaserade kurser skall utvecklas för att underlätta övergången. Vidare föreslås att högskolelärare skall få inflytande på de nya kursplaner som skall utvecklas för den nya gymnasieskolan.

Den arbetsgrupp inom Matematikdelegationen som hade ansvar för gymnasiet och högskolans matematikutbildning ger i sin rapport *Analys och förslag för gymnasieskolans och högskolans matematik utbildning* följande förslag när det gäller övergången mellan gymnasium och högskola:

- Förnyat system för behörighet och antagning vid högskolan som uppmuntrar eleverna att skaffa sig god matematisk kompetens innan de söker till högskolan.
- Gymnasierna bör fortsätta erbjuda speciella valbara högskoleförberedande kurser i matematik eller starta sådana.
- Flexibla överbyggnadsprogram vid högskolan som behöver stärka sin matematik, även riktade till NV-studenter. Universitet och högskolor bör i samverkan med Nätuniversitetet utveckla ett utbud av distanskurser av överbyggnadskaraktär.
- Ökad samverkan mellan gymnasieskolan och högskolorna för ökat kunskapsutbyte och samarbetsprojekt inom matematikutbildningen.
- Utveckla användningen av miniräknare och datorer på ett didaktiskt motiverat sätt i högskolans grundkurser och på gymnasiet. Miniräknare (och datorer) måste användas på ett sätt som inte leder till sämre begreppsförståelse.

Man kan konstatera att med det nya meriteringssystem som träder i kraft 2010 är den första punkten uppfylld.

Utredningen *Nyborjarstudenter och matematik*

I regleringsbrevet för 2005 fick Högskoleverket i uppdrag av regeringen att utreda matematikundervisningen för nybörjare i ingenjörsämnen och naturvetenskap. Som experter anlätades fil dr Ola Helenius och undertecknad. I utredningen analyseras nybörjarnas matematiska förkunskaper, deras attityder till matematik och matematikundervisning samt matematikundervisningens anknytning till tillämpningarna.

Utredningen konstaterar att en stor del av övergångsproblematiken beror på att studenterna har otillräckliga kunskaper och färdigheter i elementär aritmetik och algebra. Utredningen slår fast att det är ungdomsskolans ansvar att ge eleverna dessa grundläggande kunskaper och färdigheter. Det bör emellertid finnas möjligheter för eleverna att rätta till brister inom dessa områden innan högskolestudierna.

Utredningen konstaterade också att det angeläget att det upprättas kontakter mellan matematiklärare i gymnasieskolan och högskolan. Högskolans lärare måste ha realistiska förväntningar på nybörjarstudenterna och gymnasieskolans lärare måste känna till de krav som ställs på en nybörjarstudent i matematik. En kommunikation mellan de båda kategorierna av lärare är nödvändig för att matematikundervisningen på de tekniska och naturvetenskapliga högskoleutbildningarna skall bli mer effektiv. Utredningen föreslår bl. a. följande åtgärder:

- Den *distanskurs* som har utarbetats vid Stockholms universitet för att överbrygga klyftan mellan gymnasieskolan och högskolan bör utvecklas ytterligare så att även grundläggande aritmetik och algebra behandlas. Kursen bör marknadsföras i skolorna så att studenterna får en möjlighet att t ex över sommaren förbättra sina kunskaper.
- *Samverkan mellan universitet/högskolor och gymnasieskolan* måste fördjupas och resurser måste ställas till förfogande för detta ändamål. Lärare från universitet och högskolor kan medverka vid kursutveckling på gymnasieskolorna och högskolekurser skall kunna ges för intresserade gymnasister. Universitet och högskolor bör ges möjligheter att ge seminarier för matematiklärare på gymnasiet. Exempel från KTH och CTH kan tjäna som förebilder. Olika alternativ för att finansiera en sådan verksamhet bör undersökas av kommuner och av lärosäten. Det bör också undersökas om staten har möjligheter att under en femårsperiod bidra med finansieringen av ett tiotal lektorstjänster på gymnasieskolorna. Innehavaren till en sådan tjänst skall vara forskarutbildad i matematik eller matematikdidaktik. Hon eller han skall vara ämnesansvarig på sina skola och uppbygga kontakter med matematikavdelningen vid universitet och högskolor i regionen. Ett speciell pedagogisk och didaktisk utbildning bör tas fram och vara en del av tjänsten under det första året. De första tjänsterna skall ses som lärande exempel.

Regeringens matematiksatsning

Regeringen anslog under rubriken Matematiksatsningen 10 miljoner kronor per år under perioden 2006-2008 för att

- stödja nybörjare i matematik i högskolan och för att minska klyftan mellan de kunskaper i matematik som nybörjarna har i matematik och ingångsnivån för undervisning i matematik på högskolan.
- utveckla en webbaserad överbryggingskurs mellan gymnasieskolan och högskolan i samråd med *Nationellt centrum för matematikutbildning* (NCM) och berörda lärosäten.
- anordna regelbundna nationella möten mellan gymnasie- och högskolelärare i matematik och stimulera till lokala möten mellan en högskola och de kringliggande gymnasieskolorna.

För det första ändamålet reserverades 9 miljoner kronor per år och dessa medel utbetalades direkt till berörda lärosäten. Den återstående miljonen utbetalades till Göteborgs universitet som tillsammans med NCM ansvarade för de båda sista punkterna.

Andra satsningar

Förutom matematiksatsningen uppdrog regeringen i ett beslut åt *Myndigheten för skolutveckling* att i samverkan med NCM

ta initiativ till ett utvecklingsarbete där några större gymnasieskolor i samverkan med tekniska universitet och högskolor identifierar, analyserar och prövar olika modeller och arbetsätt för att underlätta elevernas högskolestudier. Resultatet skall spridas till landets samtliga gymnasieskolor.

Utvecklingsarbetet skulle ske i anslutning till Matematiksatsningen. Totalt beviljades medel för 23 projekt. Projekten finns redovisade på matematiksatsningens hemsida www.mattebron.se. Ett tiotal projekt syftar till att gymnasieelever ges möjlighet att läsa kurser på högskolenivå. De riktar sig i första hand till intresserade elever och arrangeras i regel som breddningskurser. I andra projekt studeras särskilda områden som problemlösning och bevisföring. Några projekt utgår från tillämpningar och användning av datorer och i några görs försök med olika typer av undervisningsformer. En mer utförlig redovisning ges under rubriken Lokal samverkan på sidan 13-16.

Myndigheten för skolutveckling upphörde den 1 oktober 2008. En sammanfattning av de insatser för matematikutbildningen som gjordes dessförinnan beskrivs av Kirsti Hemmi i artikeln *Vad gör Myndigheten för skolutveckling för matematiken?* (Nämnan 2007.3).

Myndigheten för nätverk och samarbete inom högre utbildning genomförde i samverkan med NCM en konferens ”*Kris, utveckling och nya styrdokument – hur kan vi stödja en matematikutbildning på högskola?*” Myndigheten avvecklades vid årsskiftet 2008-2009.

Projektet Matematiksatsningen i högre utbildning

Rektor vid Göteborgs universitet gav Naturvetenskapliga fakultetsnämnden i uppdrag att handlägga universitetets del av Matematiksatsningen. En projektgrupp under ledning av prodekanus vid Naturvetenskapliga fakultetsnämnden tillsattes för att genomföra projektet och den fullständiga projektplanen inklusive projektgruppens sammansättning finns i bilaga 1.

Uppdraget delades in i fyra delar:

1. Utveckla av en webbaserad överbryggingskurs i samråd med berörda lärosäten.
2. Anordna regelbundna nationella möten mellan gymnasielärare och högskolelärare i samråd med berörda lärosäten.

3. Stimulera till lokala möten mellan en högskola och de kringliggande gymnasieskolorna.
4. Samordna av matematiksatsningen inom högre utbildning.

och följande tolkning gjordes:

Satsningen till lärosätena är riktade till *nybörjare i matematik* vilket innebär alla studenter som läser minst en kurs matematik i sin utbildning. Den webbaserade kursen skall syfta till att förbereda denna grupp studenter för sina matematikstudier vid högskola/universitet.

Samordningsuppdraget består av att samordna arbete mellan uppdragets tre delar (punkt 1-3 ovan) samt att se till att det finns en kontinuerlig kommunikation mellan projektgruppen och de 29 lärosätena. Dessutom är det av vikt att satsningen även samordnas med de två satsningarna från de andra myndigheterna som nämnts ovan.

Uppdraget

Naturvetenskapliga fakultetsnämnden vid Göteborgs universitet beslöt 2009-03-17 (Dnr B1 1801/08) att ge undertecknad i uppdrag att sammanfatta och utvärdera projektet *Matematiksatsningen inom högra utbildning* som utfördes under åren 2006-2008. I uppdraget ingår också att ge förslag på hur projektet kan utvecklas. Undertecknad uppmanas särskilt notera det han själv anser värdefullt att beakta.

Sammanfattning och kommentarer till verksamheten

Kontakten mellan gymnasieskola och högskola. Ett försök till tillbakablick.

För ett halvsekel sedan fanns det en tydlig koppling mellan gymnasierna och den högre akademiska utbildningen. Vid gymnasieskolorna fanns i regel ett antal lektorer med forskningserfarenhet och de var garanter för att utbildningen höll en tillräckligt hög nivå. Gymnasiestudierna avslutades med studentexamen där censorer, som ofta var professorer, hade möjlighet att underkänna en student vars kunskaper de ansåg vara otillräckliga.

Med gymnasiereformen mot slutet av 1960-talet försvann studentexamen i den form som den haft under många decennier. Grundskolereformen medförde att allt fler elever sökte sig till gymnasierna. I många ämnen uppstod lärarbrist och lektorer blev allt sällsyntare. Detta var särskilt fallet i matematik och naturvetenskapliga ämnen. Lärarna på gymnasierna hade emellertid så gott som alltid en akademisk examen.

En rad nya reformer under slutet av 1900-talet ledde till att praktiskt taget alla ungdomar gick vidare till någon form av gymnasiestudier. Fler gymnasieskolor etablerades och genom ett riksdagsbeslut från 1989 kommunaliserades hela ungdomsskolan. I friskolereformen från 1992 blev det möjligt att starta fristående skolor med kommunala bidrag och därefter har ett stort antal sådana etablerats. Det blev inte längre möjligt att på samma sätt som förut behålla kontakterna mellan gymnasieskolan och högskolan. Den akademiska prägel på undervisningen som var naturlig då gymnasieskolan var en elitskola för ett fåtal var svår att upprätthålla då hela årskullar gick vidare från grundskola till gymnasieskola. I en undersökning som gjordes i samband med Matematikdelegationens arbete visade det sig att 18 procent av de lärare som undervisade i matematik på gymnasiet saknade akademiska poäng i ämnet. Många av dessa lärare undervisade på yrkesprogram eller på det s.k. Individuella programmet.

En rad initiativ har tagits för att för att slå broar mellan matematikundervisningen i gymnasieskolan och på högskolan. Årligen arrangerar *Nationalkommittén för matematik vid Kungliga Vetenskapsakademien* i samarbete med *Svenska matematikersamfundet* de s.k. *Sonja Kovalevskydagarna* där utvalda studenter från landets gymnasieskolor får tillfälle att möta forskare i matematik och ta del av populärvetenskapliga föreläsningar. En rad matematiktävlingar arrangeras nationellt för olika stadier. Vidare anordnar *Svenska matematikersamfundet* vartannat år utbildningsdagar där aktuell forskning presenteras och där lärare från gymnasier och högskolor har möjlighet att träffas. Dessa insatser, som har stor betydelse, är emellertid inte tillräckliga för att överbrygga klyftan mellan matematikundervisningen i gymnasiet och högskolan.

Ett styrmedel för matematikundervisningen på gymnasiet har varit de nationella proven och stora ansträngningar har gjorts för att få dessa att harmoniera med läroplanerna. Samtidigt har man vid de tekniska högskolorna gjort diagnostiska prov som mätt kunskaper och färdigheter hos nybörjarna på framför allt civilingenjörsutbildningarna. Både vid Kungliga tekniska högskolan och vid Chalmers tekniska högskola har man under en mycket lång period använt samma prov och kunnat studera förändringen över tid. Rolf Pettersson¹ har gjort en studie av nybörjarnas matematikkunskaper vid Chalmers tekniska högskola. Hans undersökningar startade 1973 och han kan konstatera att nivån är konstant fram till 1994 då en kontinuerlig försämring inleddes. År 2000 sker en ny nedgång av resultaten. Lars Brandell² har gjort motsvarande studie vid KTH under åren 1997-2008 och kan konstatera samma sak: Vid millennieskiftet sker en försämring av teknologerna resultat som sedan fortsätter i långsammare takt för att under de senaste åren plana ut.

I *Nybörjarstudenter och matematik* från 2005 redogörs för åtgärder som vidtas på olika lärosäten för att möta den försämring av kunskaper och färdigheter i grundläggande matematik. Lärarna på de olika lärosätena lägger ner ett stort och engagerat arbete och många anser att de trots det känner sig tvingade att sänka kraven för att inte alltför många skall underkännas. Det resurstilldelningssystem som tillämpas innebär att ämnets och institutionens ekonomi försämras om inte tillräckligt många studenter godkänns. Det akademiska samvetet kommer i konflikt med ekonomiska realiteter.

År 2006 publicerade Hans Thunberg och Lars Filipsson, båda universitetslektorer i matematik vid KTH, rapporten *Gymnasieskolans mål och högskolans förväntningar. En jämförande studie om matematikundervisning*.³ I sammanfattningen konstaterar de

Vi identifierar ett stoffgap, ett antal stoffområden som traditionellt förutsätts som förkunskaper vid universitet och högskolor, men som idag inte kan sägas ingå i gymnasieskolans kursmål. Det kan vara stoff som inte alls behandlas på gymnasiet, eller som behandlas med andra kunskapsmål och ambitioner än dem högskolan (KTH) förväntar sig. Vidare beskriver vi en kulturklyfta, dvs. en diskrepans mellan gymnasiet och högskolan i synen på vad som konstituerar matematiskt kunnande. Exempelvis förväntar sig högskolan ett betydligt större mått av räknefärdighet än vad som krävs på de nationella proven i gymnasiet; kunskap om formler och standardidentiteter utgör i högskolevärlden en självklar del av ett matematiskt kunnande, på gymnasiet är en formelsamling och (oftast) en grafritande räknare ständigt närvarande hjälpmedel.

¹ Rolf Pettersson (2003) *Resultat av diagnostiska prov i matematik för nyantagna teknologer vid civilingenjörslinjerna Chalmers, 1973-2003*.

² Se <http://www.lilahe.com/allatexter.html>

³ Se <http://www.math.kth.se/gmh/>

Den kulturella skillnad som författarna pekar på utgör ett problem. Det har uppenbarligen funnits en bristande kommunikation mellan matematiklärare i gymnasieskolan och högskolan. Flera universitet och högskolor har på eget initiativ startat föreläsnings- och seminarier som riktat sig mot gymnasielärare men ofta var kommunikationen enkelriktad så att matematisk forskning genom populärvetenskapliga föreläsningar gjorts tillgänglig för gymnasielärare. Detta är viktigt med det är minst lika angeläget att lärare från högskolan sätter sig in i gymnasielärarens problem och att rena utbildningsfrågor diskuteras. Gymnasiet har i grund förändrats under de senaste decennierna liksom ungdomars livsstil. Detta måste naturligtvis få konsekvenser även för matematikundervisningen och dessa förändringar kan inte alltid beskrivas i dokument som kursplaner m.m. En levande dialog mellan lärare i gymnasieskolan och i högskolan är en nödvändighet.

I ett avseende har situationen förbättrats. I den lärarutbildningen som sjuades år 2001 kommer fler matematiklärare på högskolan än förut automatiskt i kontakt med gymnasielärarna i den verksamhetsförlagda utbildningen. Men i regel har skilda lärarkategorier på högskolan ansvaret för lärarutbildningar och teknikutbildningar. Det är kanske symptomatiskt att Thunberg och Filipsson, som gjort utredning ovan, båda undervisar på utbildningen Civilingenjör och Lärare vid KTH. En gissning är att kontakterna med gymnasieskolan via lärarutbildningen har uppmärksammat dem på de kulturklyftor som finns och fått dem att göra en grundlig analys av skillnaderna.

Det är alltså angeläget att slå broar mellan gymnasieskolans matematiklärare och högskolans. Samtidigt är det viktigt att undervisningen inom de båda systemen behåller sin särart. Matematikutbildningen på gymnasiet har en annan målsättning än den på högskolan och studenten skall enligt sin mening uppleva en skillnad när hon eller han går från gymnasieskolan till högskola. Men det måste skapas forum där de båda lärarkategorierna kan tala med varandra och ventiler sina problem, där båda kategorier kan beskriva sin undervisningssituation och där en gemensam förståelse kan skapas som i första hand kan leda till en ömsesidig respekt men också till lösningar på övergångsproblem av olika slag. Dialogen är nödvändig och för att den skall vara uthållig måste medel ställas till förfogande. Regeringens matematiksatsning har varit mycket betydelsefull och det är angeläget att den permanentas. Den miljon regeringen ställt till förfogande för överbyggande åtgärder har, som tidigare nämnts, satsats på insatser av fyra olika typer

- Nationella möten – två per år
- Stöd till lokala samverkansgrupper
- En webbkurs som skall hjälpa studenter som vill repetera gymnasiekunskaperna innan högskolestudierna
- En egen webbsida med ett stort antal länkar med intresse för matematiklärare på olika nivåer.

Nationellt centrum för matematikutbildning har haft det operativa ansvaret.

I det följande ges sammanfattningar av de fyra verksamheterna.

De nationella mötena

Under tiden 2006-2008 har sex nationella möten arrangerats – ett per termin. Inbjudningar har skickats till landets högskolor och varje högskola har fått möjlighet att sända två representanter samt två representanter för regionens gymnasieskolor. Mötena har varit uppbyggda på samma sätt: Efter ett antal föreläsningar arrangeras ett s.k. dialogcafé. Där får

deltagarna i mindre grupper (6-8 personer/grupp) möjlighet att diskutera på förhand givna frågeställningar som är anknutna föreläsningarna. Deltagarna har getts möjlighet att utvärdera mötet och komma förslag med teman för kommande möte.

Deltagarna

Med hjälp av anmälninglistorna kan man t ex studera fördelningen bland deltagarna mellan lärare på gymnasieskolan och högskolan samt antalet deltagande högskolor. Fördelningen framgår av nedanstående tabell. Siffrorna måste tas med en viss försiktighet eftersom deltagare som anmält sig i sista stund fått förhinder och att nya deltagare tillkommit som inte finns med i anmälninglistorna.

Man kan konstatera att antalet deltagande högskolor sjunkit och att det vid det första mötet var ca 65 procent fler lärare från högskolan än från gymnasieskolan medan situationen var den omvända vid mötet vårterminen 2008. Då var antalet gymnasielärare ca 60 procent fler än antalet högskolelärare. Höstterminen 2008 skedde en utjämning. Då var en antalet gymnasielärare ca 20 procent fler än antalet högskolelärare.

Antal deltagare vid de nationella mötena						
	VT06	HT06	VT07	HT07	VT08	HT08
Antal gymnasielärare	34	26	64	44	45	51
Antal högskolelärare	56	42	50	43	28	43
Antal högskolor	-	29	28	25	24	21

Uppläggning och innehåll

Som tidigare nämnts har upplägget i stort sett varit detsamma vid varje möte: Föreläsningar följda av dialogcafé. Diskussionerna i grupperna sammanfattades och redovisades i slutet av konferensen. Redovisningarna finns dokumenterade på Mattebrons hemsida.

Mötet vårterminen 2008 skilde sig när det gäller uppläggningsen från de övriga. Förutom föreläsningar och dialogcafé arrangerades en paneldiskussion där frågan *Vad ska nationella matematikprov mäta och vad får de för konsekvenser?* ventilerades. Vid mötet höstterminen 2008 visades en posterutställning med olika lokala samverkansprojekt.

Innehållet i de olika mötena kan kortfattat beskrivas på följande sätt:

Vårterminen 2006:

- Allmänt om projektgruppens uppdrag och överbrygningsproblematiken.

Höstterminen 2006:

- Hur olika begrepp kan behandlas på gymnasieskola respektive högskola utifrån en föreläsning om gränsvärdesbegreppet.
- Lokal samverkan mellan gymnasieskola och högskola
- Erfarenheter av den webbkurs som finns.
- Synpunkter på den webbplats www.mattebron.se som börjat utvecklas.

Vårterminen 2007

- Prov och tekniska hjälpmedel

Höstterminen 2007

- Olika försök att överbrygga klyftan mellan gymnasieskola och högskola presenterades. Detta tema togs också upp på dialogcaféet där grupperna skulle ge

konkreta förslag på hur man kan göra övergången smidigare. Ett annat tema handlade om att diskutera områden som ekvationer & algebra, funktioner och derivator & integraler ur gymnasie- respektive högskoleperspektiv

Vårterminen 2008

- Uppföljning av föregående möte med en sammanfattning av de olika gruppernas förslag på åtgärder för att underlätta övergången mellan gymnasieskola och högskola.
- Konstruktion av provuppgifter utifrån matematiska kompetenser.

Höstterminen 2008

- Den nya gymnasieskolan och nya tillträdesregler till högskolan.

Utvärderingarna

Vid de skriftliga utvärderingarna har ungefär samma frågor ställts varje gång och de skulle besvaras med utgångspunkt från en femgradig skala där 1 anger en mycket negativ inställning och 5 en mycket positiv.

Exempel på frågor är:

- Hur nöjd är du med dagen som helhet?
- Var föreläsningarna givande?
- Tog föreläsningarna upp relevanta ämnen?
- Anser du att diskussionerna i dialogcaféet var givande?

Den första frågan ställdes i samtliga i enkäter utom i den första där deltagarna svarade på mer öppna frågor. Svarefrekvensen varierade relativt mycket men medelbetyget var alltid ungefär 4 (HT06: 4.1 VT07: 4.2 HT07: 4.2 VT08: 4.1 HT08: 3.9). Svaren på de övriga frågorna följer samma mönster. Medelbetyget ligger mellan 3.9 och 4.4.

Deltagarna har getts möjlighet att kommentera de olika frågorna och den möjligheten har utnyttjats i stor utsträckning. Vidare har ett antal öppna frågor ställts bl. a. att för att få synpunkter på mattebrons webbplats. Många synpunkter har framförts av olika karaktär.

Efter varje möte har deltagarna fått föreslå teman för nästkommande möte. Ett stort antal förslag har inkommit varje gång.

Kommentarer

Erfarenheterna

De nationella mötena har enligt min mening haft en stor betydelse som mötesplats för matematiklärare på gymnasieskolan och högskolan. Viktiga utbildningsfrågor har tagits upp till allmän diskussion, matematikdidaktiska forskningsresultat har presenterats och diskuterats, de diskussioner som förts har i vissa fall lett till lokala initiativ och kontakter har knutits mellan gymnasielärare och högskolelärare i hela landet. De nationella mötena har varit en mycket viktig del av projektet. De utvärderingar som gjorts visar att deltagarna varit mycket nöjda med arrangemangen och de har ansett att de frågor som tagits upp varit relevanta. De har också uppskattat att de fått möjligheter att träffa kollegor från andra delar av landet och från andra skolformer.

Att så många har uppskattat de nationella mötena beror antagligen till stor del på att de tar upp frågor om matematikutbildningen som har känts angelägna för både lärare på gymnasie- och högskolan. De problem som diskuterats har båda lärargrupperna brottats med i sin vardag. Med nödvändighet var innehållet i de första mötena av rätt allmän natur. Man diskuterade överbrygningsproblematiken mer generellt för att i senare möten ta upp mer konkreta frågor som provkonstruktion, tekniska hjälpmedel och matematiska kompetenser. Tendensen att gå

från de allmänna frågorna till mer konkreta problemställningar bröts höstterminen 2008. Då presenterades och diskuterades de reformer som just nu är aktuella: *Nya tillträdesregler till högskolan* och *En ny gymnasieskola*. Detta var naturligt med tanke på den utveckling som skett inom det utbildningspolitiska området under senare år. Rubriken på programmet för mötet höstterminen 2008 har den talande rubriken *Reformer i raketfart: Hur undviker vi övergångsproblematiken i framtiden?* .

De nationella mötena har i många avseenden varit en framgång. De har varit relativt välbesökta, de flesta högskolor har varit representerade varje gång med både lärare från högskolan och gymnasieskolan och utvärderingarna har varit mycket positiva. Också i de intervjuer som undertecknad gjort har omdömena varit genomgående positiva och i några fall har mötena inspirerat till och initierat lokala initiativ. Men det finns emellertid faror. Redan nu kan man skönja ett minskat intresse framför allt från lärarna från högskolan. Det betyder förmodligen i de flesta fall inte att lärarna tycker att de nationella mötena inte är angelägna eller värdefulla. Men nyhetens behag har försvunnit och med det kan frågan om att besöka en nationell samling nedprioriteras i konkurrensen om lärarnas tid. En av de lärare jag intervjuade uttryckte sig på följande sätt:

Uppläggningsen av mötena är mycket bra men på sikt kan det bli problem med engagemanget om det inte finns mål för verksamheten och att målen är sådana att de kan utvärderas. Det räcker inte att bara träffas.

Vid intervjuer har det framkommit att gymnasielärare på en del skolor kan ha svårigheter att få möjligheter att delta i de nationella mötena. Praktiska problem med schema och vikarier eller inställningen från skolledningen innebär ibland att en lärare avstår från att delta trots att det finns medel för resor. Det finns också en tendens hos vissa högskolor att alltid låta erbjudandet om att delta gå till samma personer. Detta kan naturligtvis i vissa sammanhang vara bra. Kontinuiteten stärks i någon mening. Men denna tendens kan också vara tecken på en slentrian som kan bero på ett visst ointresse.

I det följande vill jag ta upp några tankar som kan vara relevanta för en fortsatt verksamhet.

De nationella mötena – ett samtal mellan erfarna lärare, forskare i matematikdidaktik och forskare i de matematiska vetenskaperna.

Dialoger kring överbryggningsproblematiken kommer alltid att vara aktuell och nationella möten kommer därför att behövas även i framtiden. De frågor som behandlas bör belysas ur olika perspektiv. Eftersom de så gott som alltid rör sig om utbildningsfrågor bör problemen tas upp både av erfarna lärare och av forskare inom matematikdidaktik. Men ämnet som är föremål för diskussion är matematik och matematiken är inte bara ett undervisningsämne. Matematiken är ett levande ämne där nya teorier hela tiden skapas med betydelse både för matematiken själv och för dess tillämpningar. Det är därför viktigt att diskussionen kring matematikutbildningen inte isoleras till en fråga mellan forskare inom matematikdidaktik och verksamma lärare. Forskare inom alla matematiska vetenskaper måste ha möjligheter att ge sin syn på de frågor som diskuteras. Detta kan inte nog understrykas.

I frågor som gäller matematikutbildning är det emellertid viktigt att resultaten från den matematikdidaktiska forskningen får en central roll. I Sverige hade denna forskning tidigare varit relativt osynlig och vid en internationell jämförelse för ett decennium framstod den som outvecklad. Våra nordiska grannar hade då sedan länge haft levande forskningsmiljöer med professorer och doktorander inom området. Med *Forskarskolan i matematik med*

ämnesdidaktisk inriktning⁴ som startade 2001 och avslutades 2006 ändrades bilden. Tolv av deltagarna har nu disputerat och ytterligare fyra har avlagt licentiatexamen. I forskarskolans spår har det uppstått forskningsmiljöer i matematikdidaktik vid en rad universitet och högskolor. I slutrapporten *Forscarskolan i matematik med ämnesdidaktisk inriktning 2001-2006* (Research Report in Mathematics Education Department of Mathematics and Mathematical Statistics. Umeå University. Nr1 2009) konstaterar forskarskolans koordinatör Gerd Brandell

För de flesta av institutionerna har forskarskolan varit avgörande för forskningen inom matematikdidaktik under den tid forskarskolan pågått. Dels har forskarskolan varit den mest betydande externa finansiären, dels har i stort sett alla forskare och handledare inom matematikdidaktik i miljön varit involverade i forskarskolan via sina doktorander.

Varje institution har en forskningsprofil som avspeglas i de avhandlingar som lagts fram. Exempel på forskningsinriktningar är. Vid Umeå universitet står frågor om matematiksvårigheter samt utvärdering och bedömning i centrum. Vid Luleå tekniska universitet bedrivs forskning om läroplaner, kursplaner och läromedel och matematisk ”literacy” bland annat via klassrumsstudier. Vid Uppsala universitet är forskningen inriktad mot historiska aspekter på matematikdidaktiska frågor. Vid Växjö universitet bedrivs forskning om lärarens möjlighet och villkor i klassrummet och om elever med särskild fallenhet för matematik. Vid Högskolan i Kristianstad studeras lärarstudenter och andra högskolestudenter och deras begreppsbyggnad.

I diskussionerna kring överbryggningsvårigheter mellan gymnasieskola och högskola bör det vara naturligt att låta forskare i matematikdidaktik belysa olika problemområden. Resultat från den didaktiska forskningen kan spridas till en viktig målgrupp. Diskussioner om matematikutbildning och matematikundervisning kan lyftas till ett högre principiellt plan och debatten kan bygga på en vetenskaplig grund. Vi de nationella mötena 2006-2008 har vid en rad tillfällen forskare anlitats som föreläsare. Det gäller t ex i diskussionerna kring prov, kring begreppsbyggnad och kring matematiska kompetenser. I fortsättningen skulle man kunna utnyttja denna möjlighet mer systematiskt. De problemområden som lärarna finner angelägna bör speglas i den didaktiska forskningen och en dialog mellan den forskande matematikdidaktikern och den erfarna läraren bör komma till stånd.

Matematikdidaktiken är en vetenskap som i stor utsträckning använder sig av samhällsvetenskaplig metodik. De slutsatser som dras skall vara väl underbyggda och skall innan de publiceras utsättas för en rigorös granskning. Men de vetenskapliga slutsatserna är inga eviga sanningar på samma sätt som en sats i matematiken. Både den erfarna läraren och forskaren i matematik kan se t ex begränsningar i förutsättningarna för ett forskningsprojekt som ger didaktikern nya perspektiv. Ett belysande exempel är diskussionen kring imitativa och kreativa resonemang. En forskare tog upp denna aspekt när det gäller problemlösning och har förmodligen gjort en klok indelning av tentamensproblem. Men i några grupper i det efterföljande dialogcaféet var man tveksam till användningen av begreppet kreativitet

Grupp 1: Hur man hittar en balans mellan färdighetsträning och kreativa aktiviteter är en av knäckfrågorna. En följdfråga till det lyder: Hur hanteras det faktum att förståelsen ofta kommer i efterhand? I diskussionen diskuterades också vad som är kreativt för någon kan upplevas som och vara mindre kreativt eller inte alls kreativt för någon annan. Vad som är kreativt eller ej för någon kan exempelvis bero på intresseområde, ambition, fantasiförmåga, igenkänning etc.

Grupp 2: Flera personer var tveksamma till att använda kreativitetsbegreppet på det sätt som beskrivs i flera av föreläsningarna som föregick dialogcaféet. Det är ingen bra benämning eftersom det som kan vara kreativt för någon nödvändigtvis inte är det för någon annan.

⁴ Forscarskolan finansierades huvudsakligen av Riksbankens jubileumsfond men Vetenskapsrådet bidrog också med betydande belopp.

Den kritik av kreativitetsbegreppet som levererades av de båda grupperna är väsentlig. Den fördjupar och problematiserar själva begreppet och kan leda till nya forskningsproblem som ytterligare fördjupar våra kunskaper om problemlösning.

Ett annat exempel kan hämtas från diskussionerna om olika matematiska kompetenser. De olika sätten att klassificera den matematiska kompetensen utifrån andra perspektiv än det rent innehållsliga har gett upphov till en forskning som lett till den kategorisering som använts under några av mötena. Men en enligt min mening viktig kommentar fälldes i en av diskussionsgrupperna

... att man kan inte bara jobba med att nå en kompetens utan att de hänger tätt samman och kompletterar varandra även vid lärandet. Jobbar man med bara en så når man inte någon.

Påståendet visar att lärandet är komplext och att det kan vara farligt att alltför stelbent använda sig av olika typer av indelningar. Arbetet med att klassificera matematiska kompetenser är viktigt. Det fäster uppmärksamheten på väsentliga sidor av matematikundervisningen. Men det fångar aldrig hela bilden och om man använder kategoriseringar alltför stereotyp kan det få negativa effekter. Erfarna läraren och den forskande matematiker kan ge viktiga synpunkter som är relevanta för den didaktiska forskningen.

Mötet mellan den didaktiska forskningen och den beprövade erfarenheten är aktuell i alla utbildningssammanhang, men kanske är ett forum där övergången mellan gymnasieskola och högskola diskuteras särskilt gynnsam för att skapa en fruktbar dialog mellan forskare och lärare. Här bryts skolkultur och högskolekultur och många didaktiska frågor ställs på sin spets. Den matematikdidaktiska forskningen i Sverige är ännu under uppbyggnad med den börjar få en sådan bredd att forskarna kan belysa många av de frågor som är aktuella vid diskussioner om överbrygningsproblemen.

Matematikundervisningen och tillämpningarna

Enligt Nationalencyklopedin är matematiken ett generellt och abstrakt verktyg för problemlösning. Matematikens styrka är just att den är generell och abstrakt. Samma teori kan beskriva vitt skilda fenomen och den skall inte vara låst vid en viss typ av problemställning. Men samtidigt som matematiken kan hjälpa oss att förstå omvärlden kan exempel från olika tillämpningsområden inom t ex naturvetenskap, teknik och samhällsvetenskap ge de abstrakta begreppen en mer konkret innebörd och därmed fördjupa förståelsen för dem.

Men även om matematikens styrka ligger i att den är generell och abstrakt så är det genom sin tillämpbarhet som den har fått en särställning inom skolsystemet. Det är viktigt att framhålla detta och att elever både i gymnasiet och i högskolan måste se att matematiken är värdefullt redskap för att beskriva och förklara komplexa situationer. Bengt Gustavsson, som är professor i astronomi, har i ett föredrag i Malmö den 6 maj 2003 beskrivit matematiklärarens uppdrag. Han tillmäter matematiken och matematikundervisningen en stor betydelse, men är samtidigt kritisk – matematiken får inte isoleras från sina tillämpningar. Han säger

I thus suggest mathematics as a common ground in the study of all aspects of the world around us. ----- The teachers should not only mainly exercise routine methodology in problem solving, but also strive continuously to develop every student's understanding of concepts and principles; in this sense the interests are common with those of pure mathematics. But note that this understanding may be a most noble fruit from the growing garden of well cultivated and examined examples and applications, not only from the unique crystal tree of abstract reasoning.

Matematikens roll i utbildningssystemet motiveras, som jag tidigare sagt, framför allt av dess betydelse för tillämpningarna. Det är därför nödvändigt att belysa denna sida när man diskuterar matematikundervisningen och det gäller också i diskussionen kring överbryggningsproblematiken mellan gymnasieskola och högskola. Innehållet och undervisningen i högskolans matematikkurser styrs av det program ämnet ingår i. Högskolans matematikundervisning är beroende av gymnasieskolans matematikutbildning som i sin tur styrs av de ämnen som kräver matematik.

Det är inte alltid självklart att matematikkurser skall läsas före de kurser där innehållet används. Många som är intresserade av naturvetenskap och teknik tycker att matematiken är tråkig om de inte ser att den kan tillämpas. Matematikkurser kan ofta med fördel läsas parallellt eller till och med efter tillämpningarna. På det sättet kan matematiken bli mer levande och dess generalitet mer uppenbar. Tillämpningarna kan för många vara en väg in i matematiken. Frågor av denna typ tas upp i ett forskningsprojekt *Vilje-con-valg – val och bortvalg av realfag* vid Naturfagsenteret i Oslo.⁵

En viktig utgångspunkt för diskussioner kring matematikundervisningen och tillämpningarna är det s k *Kardborreprojektet*⁶ som finansieras av Skolverket. I det söker man finna olika sätt att arbeta ämnesövergripande med matematik, teknik och de naturvetenskapliga ämnena. Projektet har pågått i ett antal år och beräknas vara färdigt i juni 2009.

De nationella mötena bör vid några tillfällen ta upp frågor kring matematiken och de tillämpade ämnena. Visserligen illustreras ofta matematiska begrepp och sammanhang i matematikundervisningen med exempel från olika tillämpningsområden. Men det räcker inte. Samspelet mellan matematiken och tillämpningarna blir inte genuint om matematiken inte också används i de ämnen där den har en naturlig plats. Det bör därför vara angeläget att samarbeta med de nationella centrumen för naturvetenskap och teknik när det gäller frågor om samspelet mellan matematiken och andra ämnen.

Matematikundervisningen i ett internationellt perspektiv

Problemen vid övergången från gymnasieskola till högskola när det gäller matematikutbildningen beror i stor utsträckning på ett minskat intresse för de matematikintensiva utbildningarna. Denna trend kan iakttas i hela västvärlden. De duktiga studenterna söker sig inte i samma utsträckning som tidigare till matematikkrävande utbildningar. För att fylla platserna tvingas många utbildningar anta studenter med lägre betyg och detta får naturligtvis konsekvenser för undervisningen.

Vad gör man i andra länder för att råda bot på överbryggningsproblemen? Finns det länder detta övergången mellan gymnasieskola och högskola inte är något problem och vad beror det i så fall på? Är problemen speciellt besvärliga i Sverige?

Under arbetet med utredningen *Nyborjarstudenter och matematik* gjorde vi med hjälp av Statistiska Centralbyrån en enkät som skickades ut till alla förstaårsstudenter på de tekniska och naturvetenskapliga programmen där matematiken utgjorde en viktig del av första årets studier. På frågan *Tycker du att kurserna i matematik på universitetet/högskolan är lätta eller svåra att följa?* svarade några enstaka procent att de var mycket lätta medan majoriteten (70-

⁵ Se <http://www.naturfagsenteret.no/vilje-con-valg/>. Frågorna belyses också i en mer översiktlig artikel på <http://www.forskning.no/artikler/2009/april/218146>.

⁶ Se <http://www.skolverket.se/sb/d/2131/a/14497/>.

80 procent) ansåg att de var ganska svåra eller mycket svåra. Jag minns att jag gjorde en liten privat undersökning av dem som ansåg att kurserna var mycket lätta. De var få bara ca 20 stycken. Det visade sig att de allra flesta var invandrare som genomfört sina gymnasiestudier i ett annat land. De övriga i gruppen hade svensk studentexamen som daterade sig ganska många år bakåt. För mig blev det en liten tankeställare men naturligtvis går det inte att dra några generella slutsatser på ett så litet material. En diskussion där nivån på gymnasiets matematik och de inledande högskolekurserna belyses ur ett internationellt perspektiv bör emellertid vara mycket angelägen. Något av de nationella mötena bör behandla överbrygningsproblematiken i ett internationellt perspektiv. Det kan ge en ökad förståelse kring problemen och det kan ge nya idéer om hur de skall lösas.

Lokal samverkan

Universitetens och högskolornas samverkan med gymnasieskolor

Så gott som alla högskolor har insett vikten av att ha goda kontakter med gymnasieskolorna. Naturligtvis hänger detta samman med studentrekrytering. Högskolorna konkurrerar idag om studenterna och det är nödvändigt att synas på gymnasieskolorna. Vid samtliga högskolor ordnas informationsdagar och olika former av öppet hus. Matematiken konkurrerar vid sådana tillfällen med många andra ämnen och spelar sannolikt en relativt undanskymd roll. Vid de tekniska högskolorna kommer denna verksamhet naturligtvis att helt inriktas mot teknik och naturvetenskap och matematiken får då lättare att göra sig gällande även om de laborativa inslagen dominerar.

De stora universiteten och de tekniska högskolorna har ofta formaliserat kontakterna med skolan. Vid Chalmers tekniska högskola finns ett *Gymnasiecentrum* med en ledningsgrupp och särskild operativ personal samt egna lokaler. Eleverna vid de kringliggande kommunernas gymnasieskolor kan besöka Chalmers för relevant undervisning. Den kan bestå av föreläsningar, laborationer och temadagar. Undervisningen bekostas av kommunerna. Vid Linköpings tekniska högskola finns en särskild nämnd som hanterar frågor kring skolsamverkan och som har till uppgift att samordna och leda högskolans kontakter med omkringliggande skolor.

Kontakter mellan matematikinstitutioner och gymnasieskolor

Många matematikinstitutioner har tagit egna initiativ och samverkar på olika sätt med gymnasieskolorna i regionen. Vid KTH finns sedan många år *Matematiskt forum för lärare* som är en mötesplats för lärare och forskare vid KTH och lärare vid kringliggande gymnasieskolor. Högskolan arrangerar också en *Matematisk cirkel* med intresseväckande aktiviteter för gymnasieskolornas elever.

Under senare år har den lokala samverkan ökat. Regeringens särskilda satsning på matematik har enligt de redogörelser, som de olika lärosätena lämnat, inneburit att ett flertal samarbetsgrupper skapats. Möjligheterna att ansöka om medel från den numera nedlagda Myndigheten för skolutveckling och från det aktuella projektet inom regeringens matematiksatsning har också bidragit till en ökad kontaktverksamhet liksom regeringens beslut att ge gymnasieskolor möjlighet att söka spetsutbildning inom olika ämnen t ex matematik. Men de intervjuer jag har gjort visar att många av de samverkansprojekt som kommit till stånd skedde utan tanke på möjligheterna att få ekonomiskt stöd uppifrån. De vanligaste formerna för samverkan är följande:

- Forum har skapats där lärare från högskolan och de omgivande gymnasieskolorna diskuterar gemensamma problem. Dessa möten har ofta varit informella men några har med tiden formaliserats med t ex egna hemsidor.
- Elever vid gymnasieskolor får möjlighet att följa en eller flera högskolekurser. Ofta ges undervisningen i form av breddningskurs. I de flesta fall ges en kurs i Linjär algebra eller Algebra.
- Lärare från högskolan undervisar på gymnasieskolan och lärare på gymnasieskolan undervisar på högskolan.

Samverkan drivs ofta av entusiastiska lärare och i den förstnämnda verksamhetsformen kommer i regel initiativet från högskolan och i den andra från gymnasieskolan. Verksamheten kan lätt bli beroende av en enda person och blir därmed sårbar. Den konkurrerar med tid med andra aktiviteter. Ett forum för lärarsamverkan upphörde t ex temporärt under något år då en större omorganisation ägde rum på högskolan.

De aktiviteter där gymnasieelever är involverade kräver att skolledningen är delaktig. Någon representant för skolledningen t ex rektor ingår i regel i en ledningsgrupp. Detta är nödvändigt om inte förverkligandet av de goda idéerna skall stupa på grund av administrativa svårigheter.

Projekt som har finansierats av Mattebron

Efter ett ansökningsförfarande beslöt naturvetenskapliga fakulteten vid Göteborgs universitet att av de medel som anslagits för matematiksatningen dela ut 100 tusen kronor till vardera tio samverkansgrupper. Jag har intervjuat ordförandena i dessa grupper och ger nedan en mycket kortfattad beskrivning av den verksamhet som dessa grupper. Ansökningarna finns på www.mattebron.se.

Luleå teknisk högskola

- Universitetets lärare deltog i breddningskurser på gymnasieskolorna.
- Lärarutbyte.
- Gemensamma seminarier om bl. a. tekniska hjälpmedel och matematisk statistik.
- Universitetets lärare handledde projekt på gymnasieskolan.

Högskolan i Gävle

- Gemensamma träffar där olika överbrygningsproblem diskuteras bl. a. en webbkurs som finns tillgänglig på www.math.se. Meningen är att kursen skall användas under sista året i gymnasieskolan. Svagare elever måste ha mer personlig lärarhandledning för att klara av den.
- Lärarsamverkan.
- Arrangerat inspirationsföreläsningar.
- Konstruktion av diagnostiskt test för matematik D.

Stockholms universitet⁷

- Doktorander på universitetet föreläser och handleder projektarbeten på gymnasieskolor
- Omarbetning av materialet för en av överbrygningskurserna på math.se.
- Genomförande av ett projekt om likheter och skillnader vid bedömning av tentamina/prov.

Örebro universitet

- Studieresa till Göteborg där NCM och CTH besöktes.
- Stormöte för lärare i regionen där bl. a. webbkursen och Mattesherpa, en uppgiftsbank för understimulerade elever, presenterades.
- Genererat breddningskurser med teorigenomgångar på universitetet.

Linköpings universitet

- Diskussioner kring gränsytan mellan gymnasieskola och högskola ur två perspektiv:

⁷ Stockholms universitet fick 200 tesen kronor för tre ansökningar från olika samverkansgrupper i Stockholm. Universitet fick ansvar för att insatserna samordnades.

- Från Högskola till gymnasieskola. Här diskuterades bl. a. resultaten på diagnostiska proven och den grundkurs i matematik som ges vid Linköpings tekniska högskola
- Från gymnasieskola till högskola. Här diskuterades bl. a. de nationella proven för Matematik D.
- En speciell kurs i algebra för intresserade gymnasieelever.

Högskolan i Skövde

- Nätverksträffar där konkreta problem diskuteras.
- Gymnasieträffar med föredrag och fika.
- Kurs i kryptering där ett flertal gymnasieskolor i regionen deltar.

Per Brahegymnasiet i Jönköping

- Ett projekt där elever i årskurs 9 får möjligheter att läsa halva gymnasiets Matematik A. På gymnasiet ges ett särskilt mattespar där kurserna A-D skall vara avklarade i årskurs 2. Under tredje året får eleverna möjlighet att förutom kurserna E och Diskret matematik läsa Linjär algebra. En observation: Aktiviteten i årskurs 9 och informationen om möjligheterna att läsa ett mattespar kan ha varit en anledning att antalet sökande till det naturvetenskapliga programmet ökat dramatiskt.

da Vinci naturvetenskap. Kattegattskolan i Halmstad

- Elever från Kattegattskolan har gått en kurs i tillämpad matematik vid Högskolan i Halmstad. Innehållet i kursen var vektoranalys och matriser och den bestod av en teoridel och ett projekt. För att genomföra projektet användes Mathematica. Kursen gavs delvis på distans.
- Under våren besöks ett antal skolor i Halland, Norra Skåne och västra Småland för att informera om verksamheten. Planerna är att ge kursen även till hösten men då som ren distanskurs med deltagande från flera gymnasieskolor.

Lunds universitet⁸

- Ett nätverk har skapats med gymnasielärare i hela Skåne. De inbjuds till träffar en gång per termin.
- Elever från gymnasieskolan inbjuds till en heldag. På förmiddagen anordnades en matematiktävling och på eftermiddagen får eleverna möjlighet att lyssna på populärvetenskapliga föreläsningar.
- Akademiska kurser ges för intresserade gymnasieelever
- Doktorander ger kurser i bl. a. matematikens historia och algebra på Katedralskolan i Lund.
- Samverkan med Borgarskolan i Malmö i ett projekt med namnet Pythagoras gäng. Elever i klass 9 får läsa gymnasiekurserna A och B under ledning av gymnasielärare och när de kommit till årskurs 2 och 3 på gymnasiet får de under ledning av lärare från Lunds universitet läsa akademiska kurser motsvarande 15 hp.

Malmö högskola

- En överbyggingskurs på www.math.se skall kompletteras med laborativt material och datorövningar. Svaga studenterna klarar sig inte med bara mentorer. Det måste skapas en mer grundläggande förståelse för de centrala begreppen och då krävs ofta mer "hands-on"-aktiviteter.
- I samverkan med kommunen planeras en matematikdag med kommunens matematiklärare. Då skall bl. a. webb-kursen, programmet Geogebra och vidareutbildningsfrågor tas upp. Meningen är att webb-kursen skall användas redan på höstterminen i gymnasiets årskurs 3.

Andra exempel på lokal samverkan

Det finns en rad exempel på andra samverkansprojekt mellan gymnasieskola och högskola. På mattebrons hemsida redovisas de som fått anslag av projektet eller av Myndigheten för skolutveckling. Vi har tidigare nämnt KTH:s satsningar Matematiskt forum för lärare och Matematikcirkeln. Stockholms kommun arrangerar också en seminarierie för gymnasielärare där bl. a. forskare inom matematikdidaktik redovisar sina resultat. Gymnasiecentrum vid Chalmers har finansierat Mattesherpa och ett ambitiöst projekt när det gäller lärarutbyte. Jag har under arbetet med denna utredning mer av en slump stött på lärare och elever från gymnasieskolor som vittnat om att breddningskurserna på deras skola är av högskolekaraktär och som varken finns redovisade på hemsidan för Mattebron eller för motsvarande högskola. Förmodligen finns en rik flora av mer eller mindre ambitiösa, mer

⁸ Malmö högskola fick 100 tusen kronor med uppdrag att använda medlen för de verksamheter som beskrivits i ansökningarna från den egna högskolan och Lunds universitet. De båda lärosätena kom överens om att dela upp summan så att varje enhet fick 50 tusen kronor var.

eller mindre formaliserade samarbetsprojekt mellan matematiklärare på gymnasieskola och högskola.

Många av de projekt som genomförts har syftat till att lärare på en gymnasieskola i samarbete med lärarna på en högskola konstruerat och genomfört breddningskurser som haft en akademisk karaktär och som ofta gett högskolepoäng. Högskolans lärare har ofta bidragit med föreläsningar och examination. Vi ger några exempel på projekt som avviker från den allmänna trenden. Alla utom de båda första är finansierade av Myndigheten för skolutveckling. Dessa är finansierade med de medel Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet erhållit från regeringens särskilda matematiksatsning.

- *Mattesharpa, Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet*
Lärare vid Institutionen för matematiska vetenskaper har under ledning av universitetslektor Samuel Bengmark konstruerat en uppgiftsbank för understimulerade elever i skolan. Uppgifterna är tillgängliga på www.mattesharpa.se. På webbplatsen finns också lektionstips för lärare.
- *Lärarytbyte vid Chalmers tekniska högskola.*
Ett antal lärare (7-8) från olika gymnasieskolor har följt matematikundervisningen på högskolan. De har också varit resurspersoner på övningar och haft egna genomgångar efter duggor. De har lämnat skriftliga rapporter över intrycken och kunde bl. a. konstatera att klyftan mellan gymnasieskolan och högskolan var mindre än de trodde, att studenterna borde ha kunnat mer och att många svaga elever läste vidare på Chalmers. Lärare från Chalmers besökte också gymnasieskolor. Den diskussion om det matematiska språket som uppstod då de båda lärargrupperna möttes föranledde Chalmers att arrangera en workshop om begrepp och stringens i gymnasiets matematikutbildning.
- *Att vara förberedd, Mediegymnasiet Malmö.*
Projektets syfte var att inventera de matematikfärdigheter som högskolor och universitet förväntade sig av elever från Mediegymnasiet. Kontakter togs med Avdelning för konst, kultur och kommunikation vid Malmö högskola samt med Växjö universitet. Projektledaren deltog i sommarkursen Matematik och modellering vid Växjö universitet. Erfarenheterna från kursen resulterade i ett stort projekt *Det geometriska rummet* på Mediegymnasiet och en rad smärre projekt där lärare och elever i matematik i skolans karaktärsämnen deltog. I det större projektet gjorde eleverna medieproduktioner inom geometri.
- *Bättre förståelse för och av matematik, Birger Sjöberggymnasier Vänersborg.*
Lärarna på gymnasiet utvecklade tillsammans med lärare vid Högskolan Väst matematikundervisningen från kurs A till kurs D. Doktorander vid högskolan höll populärföreläsningar för eleverna och i samarbete med högskolan utvecklades material för att stödja begreppsbyggnad och öka intresset för ämnet. Detta gjordes systematiskt i kurserna A – D.
- *Överbrygningskurs och kontinuerlig kontakt, Norra real Stockholm*
En matematikkurs inrättades som eleverna kan välja som individuellt val. Innehållet koncentreras kring den matematik som högskolorna uppfattar som nödvändig för att klara högskolestudier. Eleverna på naturvetenskapsprogrammets inriktning mot matematik och datavetenskap fick dessutom kontinuerlig kontakt med högskolan genom medverkan av högskolelärare i alla obligatoriska matematikkurser.
- *Överbrygningskurs, Spyken Lund.*
Under ett år planerades en överbrygningskurs av matematiklärare på Spyken och en högskolelärare från LTH. Kursen gavs på LTH första gången höstterminen 2007 då den inledande matematikkursen på civilingenjörsprogrammen utökades med 3 hp. Innehållet bestämdes efter gemensamma möten där lärare på LTH beskrev de svårigheter teknologerna har i början av sina matematikstudier.
- *Lärare utvecklar kurser gemensamt, Leksands gymnasium och Problemlösning i kurs C, IT-gymnasiet Västerås.*
I båda projekten använder man sig av s.k. rika problem för att utveckla kurser och metoder som tränar eleverna att analysera och lösa matematiska problem. I båda fallen har projekten letts av forskare inom matematikdidaktik.
- *Problembaserat lärande på Matematik D, NTI-gymnasiet Malmö*
Projektet startade med att stärka elevernas förmåga till självständigt lärande genom att genomföra Matematik D med modellen för Problembaserat lärande. Projektet riktade sig till den högskoleförberedande inriktningen inom Elprogrammet årskurs 2 och 3. Kursinnehållet genomfördes parallellt med studiebesök på Lunds universitet/LTH och gästföreläsningar av professorer verksamma vid LU/LTH. De praktiska momenten bestod till stor del av datorsimuleringar. Ett av de omedelbara

resultaten av projektet var att över två tredjedelar av elevgruppen sökte (och kom in HT08) på civilingenjörsutbildningen vid LTH. Så gott som alla klarade den första matematiktentamen.

Tre gymnasieskolor fick under vårterminen rättigheter att ge *specialinriktningar i matematik*: Gymnasiebyn i Luleå, Danderyds gymnasium och Ehrensvärdska gymnasiet i Karlskrona. Ett nödvändigt villkor för att få denna rättighet är att det finns etablerat samarbete med en högskola. Samtliga har fått bidrag antingen från regeringens speciella matematiksatsning eller från Myndigheten för skolutveckling. Gymnasiebyn i Luleå har som tidigare nämnts fått medel från regeringens speciella matematiksatsning. Danderyds gymnasium har sedan en lång följd utvecklat kurser i problemlösning i samverkan med Stockholms universitet och med hjälp av anslag från Myndigheten för skolutveckling fick de möjlighet att dokumentera materialet så att det kan användas i distansutbildning. Ehrensvärdska gymnasiet har fått medel från Myndigheten för skolutveckling för att genomföra ett projekt med bevisföring i kurserna Matematik A-D. Parallellt har skolan deltagit i en samverkansgrupp med Blekinge Tekniska Högskola och andra kringliggande gymnasieskolor.

Kommentarer

Många initiativ har tagits till samverkan mellan matematiklärare på gymnasieskolor och högskolor. Som tidigare nämnts har breddningskurser på gymnasiet ofta utformats som en högskolekurs för intresserade elever. Mellan de olika kategorierna av lärare har det bildats samverkansgrupper där aktuella överbryggningsproblem diskuterats. En annan relativt vanlig form av samverkan är lärarbyte.

Möjligheterna till ekonomiskt stöd från Myndigheten för skolutveckling och regeringens särskilda matematiksatsning för samverkan har stimulerat kontaktverksamheten mellan gymnasierna och högskolorna. De gymnasieskolor och högskolor som erhållit medel har kunnat fördjupa sin samverkan. Intressanta projekt har genomförts och personkontakter har knutits som kan vara av stor betydelse för framtiden. Många lokala initiativ har på något sätt direkt berört gymnasieskolans elever och ibland även grundskolans elever. Det har då varit viktigt att verksamheten har förankrats hos skolledningen. Formella ledningsgrupper har bildats där både skolledningen och de operativt arbetande lärarna deltagit.

Det är naturligtvis viktigt att den lokala regionala samverkan utvecklas och fördjupas. Högskolan har här ett ansvar gentemot regionen och det är viktigt att samarbetet inte bara sker mellan högskolan och enstaka gymnasieskolor utan att verksamheten sprids till alla omkringliggande skolor. Matematikavdelningarna vid många högskolor har redan på ett föredömligt sätt gjort detta

Mattebrons egna webbsida

På Mattebrons egna hemsida www.mattebron.se finns så gott som allt material från det arbete som bedrivits sedan verksamheten startade 2006 – projektets ledningsgrupp, kontaktpersoner vid lärosätena, utförlig dokumentation med program för de nationella mötena, powerpointpresentationer av ett antal föreläsningar och sammanfattningar av diskussionerna vid dialogcaféerna. Där finns också ansökningarna från de projekt som beviljats medel av regeringens matematiksatsning och rapporter från de projekt som Myndigheten för skolutveckling finansierat. Vidare finns länkar till relevant litteratur m.m. En intressant del är diskussionerna mellan lärare om t ex tekniska hjälpmedel och den överbryggande webbkursen som finns återgivna på hemsidan.

I samband med de nationella mötena vårterminen 2007, höstterminen 2007 och vårterminen 2008 gjorde utvärderingar av hemsidan. Deltagarna fick svara på två frågor: ”Har du besökt www.mattebron.se och så fall varför?” och ”Vad är bra och vad är dåligt med www.mattebron.se?”. De flesta anger att de besökt hemsidan men av dem har majoriteten endast gjort det inför det aktuella mötet. En del har mer systematiskt använt sidan för att orientera sig om aktuella frågor. Merparten anser att hemsidan är väl strukturerad och att det är lätt att hitta den information man söker. Några har en avvikande åsikt och har haft svårigheter att finna vissa speciella projekt. De intervjuer jag har gjort ger samma intryck. De flesta har använt sidan för information om ett aktuellt möte medan andra har använt den systematiskt. Omdömena har i regel varit mycket positiva. Ingen har varit missnöjd.

En statistisk undersökning av den IT-ansvarige på NCM visar att antalet olika besökare per dag i genomsnitt var ca 120 under 2007 (f o m september t o m december), 90 under 2008 och 95 under 2009 (t o m maj). I statistiken ingår inte besök från NMC:s datorer eller besök via sökmotorer.

Kommentarer

Ett nationellt projekt som mattebron måste ha en egen hemsida. De flesta gymnasielärare och högskolelärare i landet kan t ex inte närvara vid de nationella mötena och måste om än kortfattat kunna ta del av de ämnen som diskuterats där. Att hemsidan i medeltal har haft mellan 90 och 120 besök per dag visar att många lärare utnyttjat den.

De projekt som har finansierats nationellt skall ses som goda exempel på hur man kan hantera överbrygningsproblematiken på olika sätt och det är naturligtvis viktigt att syftena med och rapporterna från projekten görs tillgängliga för alla intresserade i landet.

Själv har jag funnit www.mattebron.se mycket informationsrik och välstrukturerad. Den har för mig varit ett ovärderligt verktyg för att orientera mig om den verksamhet jag har haft i uppgift att sammanfatta.

En överbrygningskurs på nätet .

Bakgrund

Ett av uppdragen som ingick i den del av regeringens särskilda matematiksatsning som Naturvetenskapliga fakulteten vid Göteborgs universitet ansvarat för var att utveckla en närbaserad överbrygningskurs. Då KTH redan hade utarbetat en sådan kurs beslöt projektgruppen att utnyttja det arbete som gjorts och att vidareutveckla den existerande kursen.

Den första överbrygningskursen i matematik utvecklades i början av 2000-talet på Stockholms universitet och var från början tänkt som både en repetitionskurs och en inspirationskurs. Denna kurs, som redan från starten fick ett stort antal sökande, finns fortfarande kvar och ges som sommarkurs men omarbetas för närvarande med hjälp av de medel som Stockholms universitet fått för lokal samverkan. Kursen skall anpassas så att de moment som är viktiga för högskolestudier betonas starkare. År 2003 adopterades kursen av KTH och LTH. Den utvecklades successivt av KTH till den utformning den nu har. Både KTH:s kurser och Stockholms universitets kurser finns på www.math.se. På denna webbplats finns en rad kurser i olika ämnen och ett centrum har ansvaret för kurserna. Centrumet kallas math.se efter webbplatsen. Överbrygningskurserna benämns ofta sommarkurser.

Synpunkter på överbrygningskurser

Synen på behovet av överbrygningskurser är blandad. De finns lärare som uttryckt en motvilja mot själva principen att genom en kort kurs rätta till de bristande kunskaper i matematik som många nybörjare har. Yttranden som ”Borde inte behövas”, ”Besynnerligt skolsystem där detta behövs”, ”Får inte bli permanent” får illustrera den skepsis som en del känner inför överbrygningskurser. Det är i och för sig rimligt att en nyutexaminerad student med de formella förkunskaper som krävs för den utbildning hon eller han valt inte skall behöva repetera matematik över sommaren. Men många studenter gör ett uppehåll i studierna efter gymnasiet och för dem kan en överbrygningskurs vara av mycket stort värde för att fräscha upp kunskaper och färdigheter. De flesta lärare verkar anse att kurser av denna typ kan vara värdefull för många studenter.

Det har också funnits kritiska röster mot utformningen av kurserna på math.se. Man anser t ex att de möjligheter till interaktion som mediet medger inte utnyttjats och att kurserna i alltför hög grad vänder sig till de studenter som har läst Matematik D eller mer på gymnasiet. Kursen är enligt mångas mening inte lämplig för de studenter på t ex lärarutbildningarna som skall läsa matematik och där förkunskapskraven är Matematik C och lägre.

Överbrygningskurserna på math.se

De förberedande kurserna på math.se består av tre delar:

- Förberedande kurs 1 (5 hp)
De mest nödvändiga basfärdigheterna inom aritmetik, algebra och trigonometri.
- Förberedande kurs 2 (3 hp)
Derivator, integraler, komplexa tal. En påbyggnad till Förberedande kurs i matematik 1.
- Förberedande kurs 3 (7,5 hp)
Ger en väg in i högskolan som samtidigt befäster kunskaper i aritmetik, algebra och funktionslära. Har en berättande stil i sin framställning. Har mer fokus på förståelse än på rena färdigheter. Ett alternativ till Förberedande kurs 1 och 2.

Den sistnämnda kursen är för närvarande under omarbetning.. Alla tre kurserna är webbaserade. De kurser som har störst deltagarantal är kurserna 1 och 2 och i fortsättningen kommer jag att koncentrera diskussionerna till dem. Examinationen består av ett relativt stort antal prov som görs på nätet och rättas automatiskt. Några inlämningsuppgifter ingår också i examinationen. Studenterna har förutom Internetplattformen tillgång till ett antal mentorer som i regel är äldre teknologer. Registrering och slutexamination görs av KTH och ett företag NTI-skolan står för både den tekniska plattformen och anställning av mentorer. KTH svarar för innehållet. Under senare år har ett antal högskolor anslutit sig till nätkursen. Högskolorna har annonserat ut kursen och skött delar av verksamheten som t ex registrering och examination. Genomförandet har för övrigt inköpts från KTH. Ett antal högskolor rekommenderar kursen och hänvisar direkt till www.math.se medan andra ställer sig mer avvaktande. Ofta är man skeptisk till att stora delar av kursen genomförs vid ett annat lärosäte.

Antal deltagare på KTH-kursen

Över tvåusen personer hade påbörjat den första delen av den sommarkurs som gavs 2008 på KTH. Kursen är öppen hela året och studenterna kan börja i princip när som helst. Man registrerar sig via nätet men för att räknas in i institutionens helårsplatser måste en viss del av kursen fullföljas.

Över tvåtusen studenter deltog som jag tidigare nämnt i det första provet. Därefter minskar aktiviteten kontinuerligt och totalt har drygt 600 studenter blivit godkända på den första delkursen. Antalet deltagare på den andra kursen var betydligt lägre. Drygt 370 studenter deltog på något av proven och av dem godkändes drygt 100.

I samband med det förkunskapstestet för nybörjare på KTH höstterminen 2007 uppgav 33 procent att de deltagit i sommarkursen. Vid Chalmers gjordes motsvarande undersökning 2008 och här angav också 33 procent att de arbetat antingen med Chalmers egen webbkurs eller med KTH:s webbkurs. Som jämförelse kan nämnas att 51 procent av Chalmers teknologerna uppgav att de under sommaren använt det skriftliga repetitionsmaterial som skickats ut.

Lokal prägel på kurserna på math.se

Det är rimligt att högskolor som vill använda det material som utvecklats på math.se också vill sätta en lokal prägel på kursen. De vill kanske själv ha stor del av studentkontakterna och de vill också vara med att bidra till utvecklingen.

Dessa frågor togs upp i en avsiktsförklaring 2007-02-96. Den är undertecknad av representanter för math.se, KTH, Stockholms universitet, Chalmers tekniska högskola, Göteborgs universitet, NCM, Mälardalens högskola och Högskolan i Gävle. Syftet med avsiktsförklaringen var att fastlägga inriktningen av ett nationellt samarbete kring överbrygningskursen. Utvecklingen skulle ske genom samverkan mellan projektgruppen för regeringens matematiksatning, math.se, NCM samt ett nätverk av lokala samverkansgrupper bildade av högskolor och kringliggande gymnasieskolor. Utveckling och mediering skulle ske genom math.se:s försorg och math.se har äganderätt till materialet. När det gäller möjligheterna att ge kursen en lokal prägel står det

Högskolor kan också inrätta överbrygningskurser som utnyttjar de moduler, verktyg för examination och studieadministration som finns i math.se:s material. De sköter då själva registrering, examination och resultatrapportering, men kan välja att låta math.se tillhandahålla mentorsverksamheten. Högskolorna kan välja att ge kurser en genuint lokal prägel, eller att låta det vara tydligt att de ges i ett nationellt samarbete och att studenterna i forum kan kommunicera och ha aktiviteter med deltagare i hela landet.

Om en högskola väljer att själv organisera kurstillfällena ska, efter föregående enskild förhandling, skälig ersättning utgå till math.se för bland annat support, IT-service, utvecklingsarbete samt stöd och underlag för registrering och rapportering av studieresultat.

Enligt avsiktsförklaringen skall alltså högskolor kunna sätta en lokal prägel på kurserna. Några högskolor har utnyttjat dessa möjligheter åtminstone när det gäller marknadsföring och registrering. De ekonomiska villkoren regleras inte i avsiktsförklaringen. Umeå universitet och sedermera Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet kunde inte acceptera dem och det medförde att Umeå universitet avstod från att använda math.se:s kurser och att Chalmers har utvecklat en egen.

Chalmerskursen

Vid Institutionen för matematiska vetenskaper vid Göteborgs universitet/Chalmers tekniska högskola användes överbrygningskursen på math.se under 2007 men man ville själv ha kontroll på genomförandet. De ekonomiska kraven från math.se innebar emellertid att kursen gick med relativt stor förlust. Institutionen för de matematiska vetenskaperna vid GU/CTH utvecklade då en egen kurs. Den första versionen gavs sommaren 2008 men vissa tekniska problem försvårade genomförandet. En ny version har just sjösatts med en delvis ny plattform. Kursen finns tillgänglig på <http://www.matematiskavetenskaper.se/>.

Utvärderingar

En utvärdering av KTH:s sommarkurs betydelse för framgången i högskolestudierna har gjorts av Lars Brandell som studerat matematikkunskaperna hos nybörjarna på civilingenjörsprogrammen på KTH under en följd av år. I undersökningen 2007 undersökte han den förberedande nätkursens betydelse för resultaten på det test som alla nybörjare på KTH får göra.⁹ Han fann följande:

- För fixt gymnasiebetyg hade de som deltagit i nätkursen bättre resultat än de som inte deltagit.
- Det starka sambandet mellan gymnasiebetyg på Matematik D och testresultatet gällde även för dem som deltagit i nätkursen.
- Det är något större andel med högre betyg som deltagit i nätkursen. (Andelen var 12 procent av dem med betyget G och 17 procent av dem med betyget VG och MVG.)

Brandell förfinar också studierna genom att göra en specialstudie av nittonåringar och han undersöker också inom vilka områden nätkursen verkar ge störst effekt. Han konstaterar också att nätkursens effekter är mindre för dem med högt betyg än för dem med lågt.

I undersökning som dokumenteras i *Rapport om Sommarmatten och nya teknologer vid Chalmers tekniska högskola* från 2008-01-10 kommer författaren Jan Alve Svensson till en något annat resultat och drar följande slutsats:

Vid första examinationen var betyget på Matematik E mer avgörande än deltagande i sommarmatten. Tydligast effekt har kursen haft på de med betyget VG, men även de med betyget MVG som gjort stor del av Sommarmatten, har presterat bättre än de som inte gjort det. För de med betyget G är kursen en tveksam historia.

I en studie *Utvärdering och analys av kursen Sommarmatte* (Rapport 5B1144)¹⁰ som gjorts vid Learning lab vid KTH konstaterar författaren Anna-Karin Högfeldt följande

Studien visar att sommarmatten verkar ha en positiv effekt inverkan på studenternas studieresultat, studiedisciplin och inställning till matematiken på högskolan för de studenter som blivit godkända på den. De som blivit godkända på sommarmatten har i för sig högre betyg i matematik från gymnasiet. Men samtidigt kan man se att studenter i denna studie, med lägre betyg från gymnasiet, har bättre förutsättningar på KTH om de blivit godkända på sommarmatten.

Högfeldt konstaterar också att oberoende av betyg så har de som klarat sommarmatten bättre resultat på det första provet än övriga. Samtidigt har de som avbrutit sommarmatten utan att bli godkänd sämre resultat än de som inte deltagit alls. Utredningen omfattar ungefär 180 studenter på fem civilingenjörsprogram och förutom jämförelser av betyg och resultat på prov innehåller utredningen resultat från en enkät där studenterna får svara på en rad frågor om deras syn på matematiken och på utbildningen.

I Brandells undersökning studeras de teknologer som gått igen de två första förberedande kurserna medan Svenssons och Högfeldts undersökning endast avser de studenter som deltagit i den första kursen.

⁹ Lars Brandell: *Matematikkunskaperna 2007 hos nybörjarna på civilingenjörsprogrammen vid KTH – bearbetning av ett förkunskapstest*. Se <http://www.lilahe.com/allatexter.html>

¹⁰ Se <http://mattebron.ncm.gu.se/media/mattebron/sommarmatteutvardering0607.pdf>

En mycket detaljerad utvärdering har gjorts av KTH:s sommarkurs 2008 och utvärderingen har kompletterats med en provstatistik.¹¹ Den första kursen innehåller totalt trettio prov varav en individuell uppgift och en gruppuppgift. De övriga proven rättades elektroniskt. I enkäten 2008-10-01 som besvarats av drygt 260 deltagare, dvs ungefär 6 procent av dem som anmälde sig, uppgav hela 44 procent att det var proven som hjälpt dem mest vilket var mer än kursens forum, mentorerna och studieplaneringen tillsammans. Även om svarsfrekvensen var mycket låg indikerar den att proven har stor betydelse. Man kan också konstatera att många inte genomförde kursen. I det första provet deltog 2475 studenter. Därefter avtog antalet deltagare successivt och i det sista provet deltog endast 738 studenter varav 659 blev godkända. Av statistiken framgår också hur många försök studenterna i genomsnitt behövde för att klara ett visst prov. Resultaten är intressanta och visar vilka områden som har varit speciellt besvärliga.

Kommentarer

Ett av målen med regeringens matematiksatsning var att en överbryggingskurs skall finnas tillgänglig på webben. I dagsläget finns fyra kurser. De mest använda är KTH:s första kurs som finns på www.math.se. Den har använts av många men kanske inte alltid på det sätt som avsetts. En del lärare rekommenderar t ex kursen till studenter som har misslyckats på de första tentamina. Många kan se kursen som ett sätt att skaffa sig högskolepoäng för att tillfredsställa Centrala studiestödsnämndens krav. Förmodligen använder inte de flesta kursen för att repetera sina gymnasiekunskaper inför högskolestarten. Detta kanske har mindre betydelse. För att citera en av de lärare jag intervjuade: ”Det viktiga är att kursen finns och att den används”.

De utvärderingar som gjorts konstaterar att kursen i stort haft en positiv effekt både när det gäller matematikkunskaperna vid högskolestarten och resultaten på den första tentamen. Det vore konstigt annars. Ett antal veckors matematikstudier under sommaren bör förbättra kunskaperna hos den enskilde studenten. Ett resultat som kan anledning till eftertanke är att de som avbrutit kursen ofta klarar sig sämre än de som inte alls läst den. Kan avbrotten bero på att studenten trots systemet med mentorer har en så svag grund att mer genomgripande stödinsatser är nödvändiga. De försök som utvecklats vid Malmö högskola med ett mer laborativt arbetssätt som komplement kan vara ett sätt att hjälpa studenter över grundläggande problem. Det förutsätter antagligen att webbkursen användes redan under sista året på gymnasiet något som man i Malmö har för avsikt att göra. Det finns liknande tankar hos den lokala samverkansgruppen i Gävle.

Ett av problemen med den existerande kursen har varit att ge den en lokal anknytning. Lärarinsatserna har skötts av mentorer som anställts av företaget NTI-skolan och det skapas under sommarkursen inte några kontakter mellan högskolans lärare och blivande studenter. Sådana kontakter skulle kunna vara till stor nytta i den reguljära matematikundervisningen på högskolan. Förutom en personlig kontakt, som alltid är värdefull, får lärarna en ökad kunskap om de svårigheter som studenterna har och kan i de reguljära kurserna anpassa sin undervisning efter det. Bland de högskolor som inte använder www.math.se anförs ofta svårigheterna att sätta en lokal prägel på kursen som skäl. Trots det rekommenderar många kursen även om den formellt inte finns i högskolans kursutbud. Chalmers tekniska högskola har tagit konsekvenserna fullt ut och gjort en egen överbryggingskurs www.matematiskavetenskaper.se.

Examinationen är till största delen elektronisk. Samtidigt som många studenter anser att just proven var till störst hjälp för att skapa förståelse kan man förstå att många lärare ser på dem med skepsis. Genom att försöka tillräckligt många gånger är sannolikheten rätt stor att man

¹¹ Kontaktperson för utvärderingen är Tommy Ekola KTH.

till slut lyckas svara rätt även om man egentligen inte förstått problemen. Om man vill rikta sig till ett stort antal elever är emellertid elektronisk rättning förmodligen den enda praktiskt möjliga vägen. Den statistik som gjorts vid KTH över resultaten 2008 visar att metoden med att pröva sig fram knappast använts systematiskt. I så fall skulle antagligen inte bortfallet vara så stort. Det är emellertid viktigt att det individuella arbetet och grupparbetet behålls även om många studenter enligt enkäten är mycket negativa till speciellt grupparbetet.

Förslag på åtgärder

Det är naturligtvis mycket viktigt med en samverkan mellan gymnasieskola och högskola. Det gäller alla ämnen men kanske matematik spelar en särskild roll i det sammanhanget.

Matematiken är ett språk som användes inom många vetenskaper och dåliga kunskaper och färdigheter i ämnet innebär ofta att undervisningen på högskolan även i andra ämnen kommer att bli lidande. Detta gäller i hög grad ämnen inom teknik och naturvetenskap. Enligt många bedömare är det viktigt att intresset för naturvetenskap och teknik ökar och för att åstadkomma en sådan utveckling måste också intresset för matematik öka.

Övergången från gymnasieskola till högskola spelar i detta avseende en central roll. Lärarna på gymnasieskolan måste veta vad som krävs av de elever som skall börja på högskolan och lärarna på högskolan måste veta vad som är realistiskt att kräva av nybörjare i matematik. Lärare och forskare på högskolan kan genom att engagera sig i gymnasieskolans verksamhet inspirera lärare och elever och visa att matematiken är ett ämne som hela tiden utvecklas och som har en rik flora av tillämpningar.

Det är därför angeläget att den satsning på matematik som regeringen gjort under 2006-2008 fortsätts i någon form. Det kan ske på två sätt – genom satsning på nationell nivå och genom att stimulera lokala initiativ.

Ett av de förslag på nationell nivå som matematikdelegationens arbetsgrupp för gymnasieskolan och högskolan föreslog var att förnya systemet för behörighet och antagning för att stimulera intresset för att läsa matematik på gymnasiet. Det nya meritvärdessystemet som kommer att träda i kraft 2010 får förhoppningsvis önskad effekt. En annan enkel åtgärd vore att låta en representant från ämnet matematik vid t ex någon av de tekniska högskolorna ingå i den grupp som konstruerar de nationella proven för Matematik D.

I det följande diskuterar jag fortsättningen och eventuella förändringar av de verksamheter som har ingått i den del av regeringens matematiksatsning som letts av Naturvetenskapliga fakultetsnämnden vid Göteborgs universitet i samarbete med NCM.

Nationell nivå

Nationella möten

En central del av den överbrygningsverksamhet som bedrivits under 2006-2008 har varit de nationella mötena. De har genomgående fått ett mycket positivt mottagande och de har haft en viktig funktion där centrala frågor om överbrygningsproblematiken har diskuterats. Många lokala initiativ har tagits upp som positiva exempel och omvänt har de nationella mötena varit en inspirationskälla till lokala initiativ. Enligt min mening är det av stor vikt att verksamheten fortsätter. Det är angeläget att det finns en mötesplats där matematiklärare från gymnasieskolor och högskolor kan träffas. Det måste finnas ett nationellt forum där de båda lärargrupperna kan träffas och diskutera de svårigheter som kan uppkomma vid övergången mellan gymnasium och högskola.

I detta sammanhang vill jag återigen framhålla att jag inte anser att skillnaderna mellan gymnasium och högskola skalla suddas ut. Studenten som börjar sina högskolestudier skall möta något nytt. Kraven på självständigt ansvar för studierna skall öka liksom abstraktionsnivån på undervisningen. Men det är viktigt att lärarna i de båda skolformerna har förståelse och respekt för varandras problem. De nationella mötena kan i detta sammanhang spela en viktig roll. Viktiga problem kan belysas och diskuteras på ett nationellt plan. De arbetsformer som används kan utgöra modell för ett konstruktivt samtal mellan lärare från olika skolformer, som visserligen har olika mål men som är starkt beroende av varandra.

Om de nationella mötena även fortsättningsvis skall vara framgångsrika måste de teman som väljs vara relevanta för båda grupperna av lärare. De får inte bli alltför snäva. Då kan man hamna i en ofruktbar diskussion om metodiska frågor som bäst löses lokalt lärare emellan. De nationella mötena skall utformas så att frågorna som behandlas både skall kännas verklighetsnära men de måste också sätta in svensk matematikundervisningen i ett större sammanhang. De kan initiera viktiga frågeställningar och genom sin utformning utgöra en modell för i vilken anda diskussionerna skall föras.

I kommentarerna till de nationella mötena har jag betonat att de skall utformas som *samtal mellan erfarna lärare, forskare i matematikdidaktik och forskare i de matematiska vetenskaperna*. Det kan ske i olika former som föreläsningar där helst alla tre kategorierna kommer till tals följda av ett dialogcafé. Andra mer seminarieliknande former kan prövas. Det viktiga är att det blir ett samtal mellan tre likvärdiga parter.

Det finns många angelägna teman för de nationella mötena. Följande fem områden där en del delvis behandlats kan tjäna som exempel:

- Läromedlen i matematik
- Det matematiska språket
- Problemlösning och modellering
- Tekniska hjälpmedel och behovet av laborativa moment.
- Hur stimulerar man elever med särskild fallenhet för matematik?

Det kan vara värdefullt att lägga upp en långtidsplan för de nationella mötena där det framgår vilka tema man bör behandla inom en tvåårsperiod. På det sättet kan man få en kontinuitet och ett sammanhang i verksamheten.

Två områden anser jag vara speciellt viktiga att belysa: *Matematikundervisningen och tillämpningarna* samt *Matematikundervisningen i ett internationellt perspektiv*. Naturligtvis skall diskussionen fokuseras på överbrygningsproblematiken. I kommentarerna i avsnittet om de nationella mötena har jag utvecklat tankarna bakom dessa förslag utförligare.

Under en tvåårsperiod kan lämpligen två möten ägnas åt teman av den typ som exemplifierats ovan, ett möte kan ägnas Matematikundervisningen och tillämpningarna och ett åt Matematikundervisningen i ett internationellt perspektiv.

De nationella mötena bör i första hand ägnas åt utbildningsfrågor men de bör samordnas med de utbildningsdagar som Svenska matematikersamfundet arrangerar vartannat år och som ofta brukar ägnas åt popularisering av matematisk forskning och att öppna dörrar mot områden av matematiken som normalt inte ingår skolans kurser. Det är viktigt att lärare på gymnasier och högskolor får en samlad information om dessa båda typer av arrangemang.

En webbsida för gemensamma problem för matematiklärare i på gymnasiet och högskolan.

Den hemsida www.mattebron.se som utvecklats bör även fortsättningsvis finna kvar i den utformning den nu har. Kanske kan det vara naturligt att den efter det att projektet avslutats blir en del av webbplatsen för Nationellt centrum för matematikutbildning.

Överbrygningskurser på nätet

De sommarkurser som finns skall som tidigare vara tillgängliga nationellt men de bör emellertid utvecklas så att varje högskola i högre grad än vad nu är fallet kan sätta sin prägel på den kurs den utnyttjar. De ekonomiska villkoren bör utformas så att detta är möjligt. Utvecklingen bör bekostas av både det lärosäte som äger kursen och den högskola som köper in sig i den.

Viss kritik har framförts mot KTH:s webb-kurs, som varit den mest använda. Den har i alltför hög grad riktat sig till blivande teknologer och många bedömer den som olämplig för studenter som väljer program med enbart Matematik C eller lägre som förkunskap. Kritiken är förmodligen berättigad. Det är emellertid tveksamt om det är rimligt att göra en omarbetning av det aktuella materialet så att det passar även dessa grupper. Ett helt nytt material måste i så fall antagligen utarbetas och det ställer krav på ett omfattande utvecklingsarbete.

Ledning och ekonomi

Enligt mitt förslag är det mycket angeläget att de nationella mötena fortsätter och det är då nödvändigt med någon av styrning av den verksamheten. En ledningsgrupp bör tillsättas och *Nationellt centrum för matematikutbildning* (NCM) bör som förut ha det operativa ansvaret. Det gäller också webbplatsen www.mattebron.se. Ledningsgruppen var 2006-2008 knuten till Naturvetenskapliga fakulteten vid Göteborgs universitet och det fungerade enligt allas mening utmärkt. Verksamheten fortsätter under 2009 men nu har NCM hela ansvaret. Ledningsgruppen bör också i fortsättningen vara knuten till NCM bl. a. för att betona det nationella perspektivet. Den bör vara allsidigt sammansatt och i gruppen skall ingå forskare i matematik och i matematikdidaktik, representanter för ämnen där goda matematikkunskaper är nödvändiga samt verksamma lärare både från högskola och från gymnasium. Vidare bör gruppen representera olika delar av landet och både stora universitet och mindre högskolor bör vara representerade. Totalt bör gruppen omfatta 7-8 personer.

Kostnaderna för administration och genomförande av två nationella möten per år samt utvecklingen och kontinuerlig uppdatering av webbplatsen kan uppskattas till 600 tusen kronor. I summan ingår kostnader för en ledningsgrupp.

Lokal och regional nivå

Det är på den lokal och regionala nivån som det konkreta överbrygningsarbetet sker. Det är genom de lokal och regionala initiativen som projekt som leder till bättre samverkan mellan gymnasieskola och högskola förverkligas och det är där de stora grupperna av lärare kan mötas och diskutera överbrygningsproblematiken.

Kontakter på lokal och regional nivå måste emellertid huvudsakligen vara en angelägenhet för kommuner och enskilda högskolor. Här bör matematikutvecklarna och de regionala utvecklingscentrumen spela en viktig roll. Matematikavdelningarna på många högskolor har bildat lokala grupper ofta med egna hemsidor för att diskutera överbrygningsproblemen och samverkan mellan gymnasieskola och högskola. Det vore önskvärt att sådana grupper finns

vid varje lärosäte. De kostnader som kan uppstå i samband med den lokala och regionala samverkan bör högskolan och kommunerna stå för. Båda parter har ett intresse av samverkan. Genom kontakterna med gymnasierna kan högskolan öka sin rekrytering och genom kontakterna med högskolan kan gymnasieskolornas lärare få tillgång till kompetensutveckling.

Det är emellertid viktigt att lokala och regionala initiativ stöds nationellt och att det även i fortsättningen finns möjligheter att söka nationella medel för olika typer av projekt som bedöms vara nyskapande. Dessa projekt bör kunna tjäna som positiva exempel och rapporterna skall vara lätt tillgängliga på webben. De kan också lyftas fram vid de nationella mötena. Det bör vara Skolverkets ansvar att finansiera sådana projekt.

Projektplan – Matematiksatsningen inom högre utbildning

Bakgrund och uppdrag

Nybörjarstudenternas svårigheter för matematik inom högre utbildning lyftes fram i Matematikdelegationens betänkande (SOU 2004:97) och en rad åtgärder föreslogs. Som stöd för delegationens arbete låg bland annat ett utförligt bakgrundsmaterial framtaget av arbetsgruppen för Skolår 11 – Högskola (Rapport till delegationen). Sedan dess har problematiken uppmärksammats i ytterligare rapporter och i media. I *Nybörjarstudenter och matematik* (Högskoleverket 2005) skriver man:

Med sänkta förkunskapskrav och med en större bredd i förkunskaperna bland studenterna kan man konstatera att kunskapsnivån bland nybörjarna i matematik har sjunkit genom åren. Detta måste förändras genom riktade initiativ inom både den högre utbildningen, gymnasieskolan och grundskolan.

Med bakgrund av detta görs nu en treårig satsning som beskrivs i regleringsbrev till universitet och högskolor, *Bilaga 37: Särskilda utgifter inom universitet och högskolor m. m.:*

25:74 ap.17 Matematiksatsning

Kammarkollegiet skall utbetala medel till universitet och högskolor enligt tabell nedan.

Medlen skall av berörda lärosäten användas för att stödja nybörjare i matematik i högskolan för att minska klyftan mellan de reella kunskaperna i matematik och ingångsnivån för undervisning i matematik på högskolan.

Kammarkollegiet skall till Göteborgs universitet utbetala ytterligare 1 000 000 kronor för att universitetet, som samordnare av matematiksatsningen inom högre utbildning, skall utveckla en webbaserad överbryggingskurs mellan gymnasieskolan och högskolan i samråd med Nationellt resurscentrum i matematik (NCM) och berörda lärosäten. Kursen skall erbjudas gymnasieelever som en sommarkurs senast den 1 juni 2006.

Under vårterminen 2006 och framgent skall Göteborgs universitet och NCM i samråd med övriga högskolor anordna regelbundna nationella möten mellan gymnasie- och högskolelärare i matematik. Göteborgs universitet och NCM skall vidare stimulera till lokala möten mellan en högskola och de kringliggande gymnasieskolorna.

Åtterrapporering

Göteborgs universitet skall i sin årsredovisning redovisa de insatser som gjorts och de resultat som uppnåtts.

Övriga berörda universitet och högskolor skall i sina respektive årsredovisningar redovisa de insatser som gjorts och de resultat som uppnåtts.

För fördelning av medel till universitet och högskolor se tabell enligt Bilaga 2.

Denna projektplan handlar om det nationella uppdrag som getts till Göteborgs universitet. Rektor för Göteborgs Universitet har uppdragit till Naturvetenskapliga fakulteten att handlägga universitetets del av Matematiksatsningen.

Andra nationella satsningar

Förutom ovanstående satsning kommer Myndigheten för skolutveckling (MSU) i samverkan med NCM att under 2006 ansvara för ett närliggande uppdrag som beskrivs i *Regeringsbeslut Dnr U2006/1721/G*:

Samverkan gymnasieskola - högskola

Myndigheten skall ta initiativ till utvecklingsarbete där ett större antal gymnasieskolor i samverkan med ett antal tekniska universitet och högskolor identifierar, analyserar och prövar olika modeller och arbetssätt för att på ett bättre sätt förbereda och underlätta elevernas högskolestudier. Resultatet skall spridas till landets samtliga gymnasieskolor. Arbetet bör samordnas med den tidigare nämnda satsningen på matematik för högskolenybjörjare samt med myndighetens insatser för att motverka segregationens negativa effekter.

Även "Myndigheten för nätverk och samarbete inom högre utbildning" planerar att prioritera satsningar på matematik under 2006. Den 2 februari genomförde myndigheten i samverkan med NCM en konferens, "*Kris, utveckling och nya styrdokument – hur kan vi stödja en matematikutbildning på högskola?*" (Myndighet för nätverk och samarbete inom högre utbildning, 2006)

Tolkning

Uppdraget till GU består av fyra delar.

5. Utvecklandet av en webbaserad överbrygningskurs i samråd med berörda lärosäten
6. Anordna regelbundna nationella möten mellan gymnasielärare och högskolelärare i samråd med berörda lärosäten
7. Stimulera till lokala möten mellan en högskola och de kringliggande gymnasieskolorna
8. Samordning av matematiksatsningen inom högre utbildning

Satsningen till lärosätena är riktade till *nybörjare i matematik* vilket innebär alla studenter som läser minst en kurs matematik i sin utbildning. Den webbaserade kursen skall syfta till att förbereda denna grupp studenter för sina matematikstudier vid högskola/universitet.

Samordningsuppdraget består av att samordna arbetet mellan uppdragets tre delar (punkt 1-3 ovan) samt att se till att det finns en kontinuerlig kommunikation mellan projektgruppen och de 29 lärosätena. Dessutom är det av vikt att satsningen även samordnas med de två satsningarna från de andra myndigheterna som nämnts ovan.

Projektgruppen

En projektgrupp har tillsatts vars uppgift är att genomföra de fyra deluppdragen redovisade ovan. Projektgruppen består av:

Jöran Bergh, Prodekanus, Naturvetenskapliga fakulteten, Göteborgs universitet

Anette Jahnke, Nationellt Centrum för Matematikutbildning

Åsa Jouper-Jaan, Utbildningsledare, Göteborgs universitet

Lisbeth Lindberg, Lärarutbildningen, Göteborgs universitet

Lennart Lundgren, Gymnasiecentrum Chalmers, Chalmers styrgrupp i matematik

Peter Nyström, Projektledare för Nationella prov, Umeå universitet

Ann-Marie Pendrill, Ansvarig för gymnasiekontakter vid Naturvetenskapliga fakulteten, Göteborgs universitet

Jan-Alve Svensson, Matematiska vetenskaper Chalmers/Göteborgs universitet

Hans Thunberg, Programansvarig Civilingenjör & Lärare, KTH

Tidsplan

	2006	2007	2008
Projektledning och	<p>Planerar, genomför, dokumenterar samt följer upp projektgruppens möte</p> <p>Följer upp och uppdaterar projektplan</p> <p>Redovisar de insatser som gjorts och de resultat som uppnått till regeringen</p>	<p>Planerar, genomför, dokumenterar samt följer upp projektgruppens möte</p> <p>Följer upp och uppdaterar projektplan</p> <p>Redovisar de insatser som gjorts och de resultat som uppnått till regeringen</p>	<p>Planerar, genomför, dokumenterar samt följer upp projektgruppens möte</p> <p>Följer upp och uppdaterar projektplan</p> <p>Redovisar de insatser som gjorts och de resultat som uppnått till regeringen</p>
Projektgruppens möte	Fyra möten	Fyra möten	Fyra möten
Samordning	<p>Skapar webbsida - för kontakt mellan projektgruppen, högskolor, gymnasieskolor/komvux - med referenslitteratur - aktuell information och stöd för arbetet</p> <p>Samverkan med motsvarande satsningar vid MSU och Myndigheten för nätverk och samarbete inom högre utbildning</p>	Underhåll och utveckling av webbplaten	Underhåll och utveckling av webbplaten

Överbryggningskurs	<p>Samarbete etableras mellan Chalmers/GU och KTH och kurs görs tillgänglig senast 1 juni.</p> <p>Informationsspridning om kursen till antagna till en högre utbildning samt till alla gymnasieskolor och komvux</p> <p>Inventering av andra överbryggningskurser till stöd för utveckling av kursen</p> <p>Inventering av behovet av</p>	<p>Utveckling av innehåll/form även med tanke på breddad målgrupp</p> <p>Utvärdering av kursen</p>	<p>Utveckling av innehåll/form</p> <p>Utvärdering av kursen</p> <p>Webbkursen i ett framtidsperspektiv</p>
---------------------------	---	--	--

	breddad målgrupp för kursen Utveckling av innehåll/form även med tanke på breddad målgrupp Utvärdering av kursen		
Nationella möte	Planering, genomförande, dokumentation, utvärdering och uppföljning Först mötet: 12 maj Andra mötet: september	Planering, genomförande, dokumentation, utvärdering och uppföljning Möte i Januari	Planering, genomförande, dokumentation, utvärdering och uppföljning Nationella möten i framtiden Möte i Januari
Stimulans till lokala möten	Inventering och spridning av utvecklingsarbete med hjälp av webbsidan - nulägetsbeskrivningar Samverkan med MSU	Spridning via webbplatsen av de insatser de 29 lärosätena gjort 2006	Spridning via webbplatsen av de insatser de 29 lärosätena gjort 2007

Kostnader och ansvarsfördelning

	Ansvar	Kostnad
Projektledning	GU/NF	100 000
Projektgruppens möte	GU/NF	100 000 *(resor och arbetstid)
Samordning	GU/NCM	100 000
Utveckling av överbyggingskurs	Matematiska vetenskaper GU/Chalmers	200 000
Nationella möten	GU/NCM	300 000
Stimulans till lokala möten	GU/NCM	100 000
Buffert		100 000

* Beloppet kan reduceras om projektgruppens medlemmar får resa och arbetstid för projektgruppens möte betald av arbetsgivare.

Referenser

Högskoleverket (2005). *Nybörjarstudenter och matematik - matematikundervisningen under första året på tekniska och naturvetenskapliga utbildningar*, (Högskoleverket Rapportserie 2005:36 R)

Matematikdelegationens arbetsgrupp Skolår 11- Högskola, (2004). *Analys och förslag för gymnasieskolans och högskolans matematikutbildning*, (Rapport till Matematikdelegationen) <http://ncm.gu.se/kollegieblocket/?q=node/2>

Myndighet för nätverk och samarbete inom högre utbildning (2006). Dokumentation matematikmöte, <http://www.myndigheten.netuniversity.se/page/1889/matriks.htm>

SOU 2004: 97 *Att lyfta matematiken - intresse, lärande, kompetens*

Thunberg H, (2005), *Gymnasiets mål och högskolans förväntningar i matematik*, <http://www.math.kth.se/gmh/>

Utbildnings- och kulturdepartementet (2006). *Uppdrag till Myndigheten för skolutveckling att genomföra utvecklingsinsatser för att höja kvalitén i matematikundervisningen*. Regeringsbeslut, Dnr U2006/1721/G.

Bilaga 2

Lärosäte	Belopp tkr
Uppsala universitet	610
Lunds universitet	480
Göteborgs universitet	270
Stockholms universitet	460
Umeå universitet	340
Linköpings universitet	510
Kungl. Tekniska högskolan	1 530
Luleå tekniska universitet	420
Karlstads universitet	250
Växjö universitet	160
Örebro universitet	120
Mittuniversitetet	220
Blekinge tekniska högskola	150
Högskolan i Kalmar	130
Malmö högskola	260
Mälardalens högskola	340
Högskolan i Borås	130
Högskolan Dalarna	90
Högskolan i Gävle	260
Högskolan i Halmstad	170
Högskolan Kristianstad	100
Högskolan Väst	150
Högskolan på Gotland	50
Högskolan i Skövde	170
Lärarhögskolan i Stockholm	120
Södertörns högskola	30
Chalmers tekniska högskola	1 220
Högskolan i Jönköping	180
Handelshögskolan i Stockholm	80
Summa	9 000