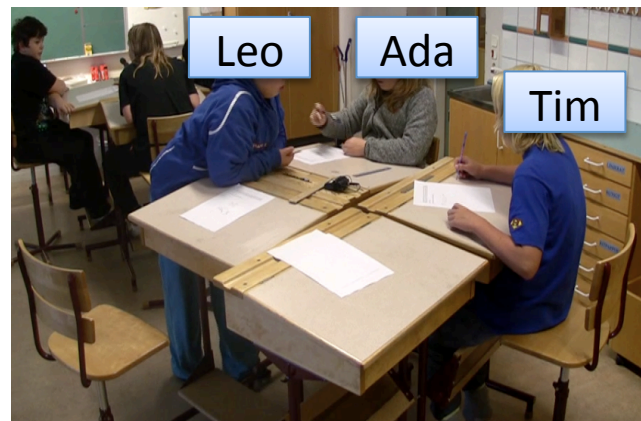


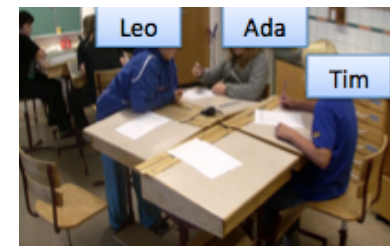
Moving in and out of contexts in collaborative reasoning about equations



Elisabeth Rystedt

Studie 2

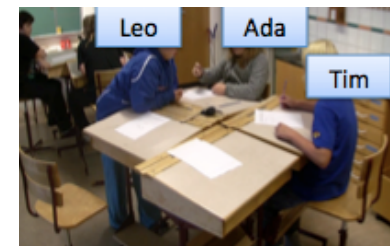
- Analys av hur en annan grupp av tre 12-åriga elever kontextualiserar en uppgift formulerad som en ekvation även uttryckt som en situation beskriven i ord.
- Särskild uppmärksamhet riktas mot vilket stöd och vilka hinder som kan identifieras, när elever använder erfarenheter av laborativt material som resurs i en ekvationslösningsprocess.
- I denna studie tar eleverna, på eget initiativ, hjälp av tidigare använt laborativt material (askar och bönor) men utan att ha tillgång till de fysiska objekten i sig under tiden de arbetar med uppgiften.



I Zedland beräknar man hur mycket det kostar att skicka ett paket med formeln $y = 4x + 30$, där x är vikten i gram och y är kostnaden i zed-dollar.

Ett paket som kostar 150 zed-dollar att skicka kan skrivas på ekvationen:
 $150 = 4x + 30$

Hur många gram väger det paketet?



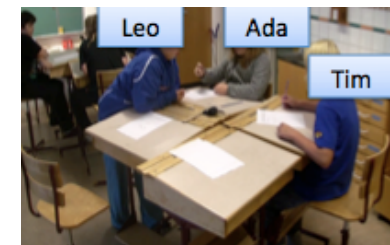
M04_06

I Zedland anges den totala fraktkostnaden för ett föremål med formeln $y = 4x + 30$, där x är vikten i gram och y är kostnaden i zed. Om man har 150 zed, hur många gram kan man låta frakta?

- (A) 630
- (B) 150
- (C) 120
- (D) 30

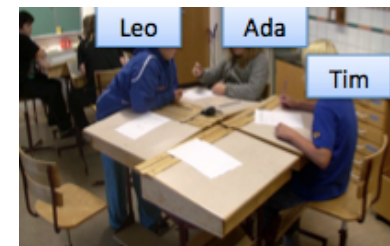
102 TIMSS 2007 • SVENSKA ELEVERS MATEMATIKKUNSKAPER

Korrekt svar i Sverige, åk 8:
 23,2 %



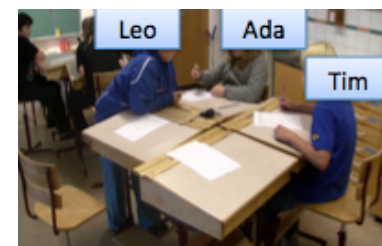
Forskningsfråga

How do the pupils contextualize the task given and how do they move between different contexts in their attempts to arrive at an answer?
What support for and what obstacles to learning can be identified when pupils use manipulatives as a resource in the equation-solving process?

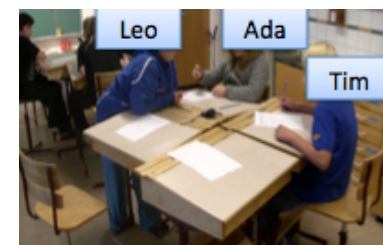


In the second study the concept of contextualization is applied (Linell, 1998), a concept that has been further developed in mathematics education by Nilsson (2009).

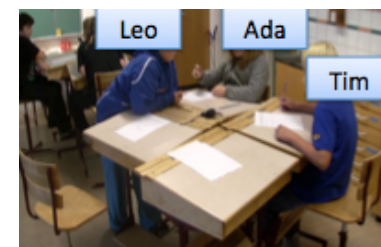
Describing the process of pupils' meaning making through the construct of contextualization is beneficial, Nilsson argues, because it is based on the assumption that understanding does not occur through adding small isolated elements to already existing elements in a linear and hierarchical order. Instead, he continues, understanding is seen as being in the form of a “comprised system of linked, interrelated and coordinated knowledge elements and bits of information” (Nilsson, 2009, p. 65).



- In mathematics education, the construct of contextualization is an analytical tool used with the aim of investigating “how and why a certain way of reasoning takes form and what it contains in terms of mathematical potential” (Nilsson, 2009, p. 64).
- As noted by Ryve (2006), mathematical tasks can be contextualized in different ways, which implies that pupils who are given the same task may be solving different mathematical problems depending on how they contextualize the assignment (Ryve, 2006).



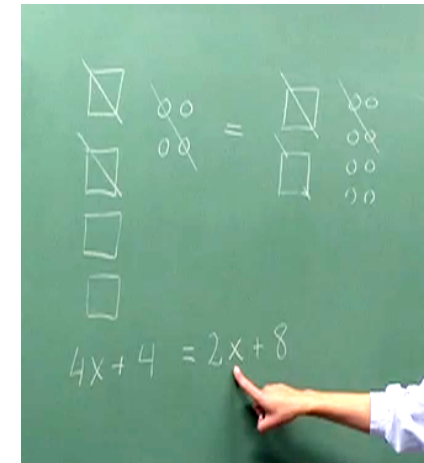
- Elevernas diskussion videofilmades
- Data kommer från en 26-minuter lång diskussion.



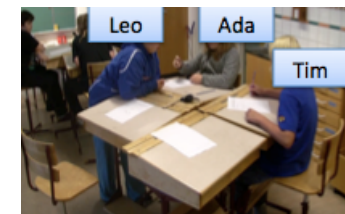
The Boxes-and-bean activity



The first Boxes and beans activity. Two boxes on the left side, one box and three beans on the right side. The string is symbolizing the equal sign.



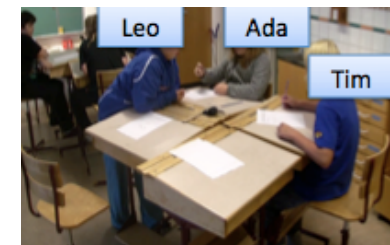
The teacher demonstrating the strategy of taking away the same number from each side by crossing over the same numbers on each side of the equal sign.



I analysen identifierades tre former av hur eleverna kontextualiserade uppgiften

- Zedlandkontext (resonemang om vikt och kostnad av ett paket i Zedland);
- Ekvationskontext (resonemang som huvudsakligen involverar algebraiska symboler);
- Ask-och- bönkontexten (eleverna refererar till laborativt material som de använt under tidigare matematiklektioner).

.





- I inledningen av diskussionen tog en av eleverna utgångspunkt i ekvationen " $y = 4x + 30$ " och relaterade den omedelbart till askar och bönor.
- Variabeln x i ekvationen kopplades till askar med bönor inuti och konstanten 30 till 30 lösa (bönor).
- I termer av kontextualisering, innebär det att eleven först kontextualiserar uppgiften till att handla om ekvationer och därefter rekontextualiserar uppgiften till att handla om askar och bönor.

.

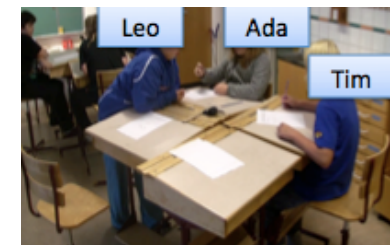
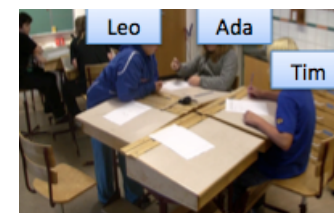


Table. 1. The flowchart illustrating the context in which the task is situated and the movements between contexts in the same utterance.

Z (Zedland context)	E (Equation context)	B (Boxes-and-beans context)
■		
	■ →	■
■ ←	-----	
△ ←	△	



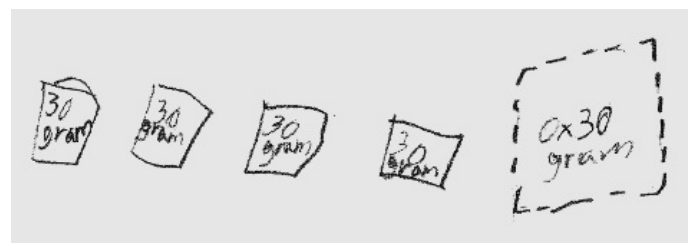
Excerpt 1, 00:56 – 01:34

			Z	E	B
01	Tim	We ask.			
02	Ada	No!			
		(6 s)			
03	Ada	Well this was good (ironically).			
		(2 s)			
04	Leo	y can be, be whatever ... and ... it should be the same as (points to his paper) 4 boxes and 30 spare ... then 4 boxes and 30 spare, it can be whatever ... 30 spare ... but then these 4 boxes, in these boxes, it can be whatever ... that is the strange thing.			■ → ■

Excerpt 3, 02:05 – 03.23

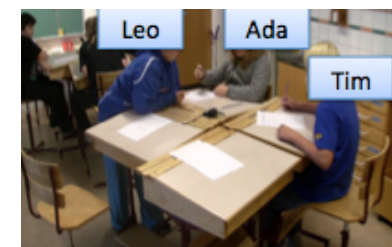
			Z	E	B
12	Leo	Look here it says 150 and that should, and this should be the same as this (lifts up his paper, points to the equation, looks at Tim) thus ... you already have 30 here (points to the equation, Tim nods) then you cross out, sort of, over here [...] then this is 120 (points to the paper).		■ ----->	
13	Ada	Aha			
14	Leo	Then this must totally be 120 ... then we have the answer.			
15	Ada	But this ... (points to her paper) it's like [...] if that ... if that are 4 x's (points to her paper) that is 4 boxes ... with 30 spare.		■ —————> ■	
16	Leo	I know ... there are 30 in the boxes ... then it will be 120, 'cause 60 plus 60 is 120. (2 s)			■
17	Ada	How do you know that?			
18	Leo	We have already figured it out ... 'cause in these boxes there are 30 [pieces] (lifts up and shows the paper) then all these are 150 together.			■
19	Ada	Then, this (shows her paper to Leo) is 150.			
20	Leo	Mmm...			
21	Ada	And this, but yeah, I know this, because it's equal sign.		■	
22	Leo	Yeah, but it has to be 30 beans in those boxes (points at his paper). (2 s)			■

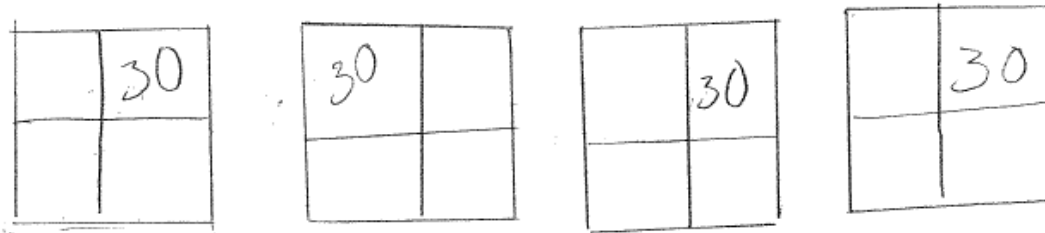
105	Tim	A box (3 s) 4 ... I am not so good at drawing boxes ... 4 boxes.	■
106	Leo	Then there are 30 [...] it is only to write.	■
		(5 s)	
107	Tim	30 ... mmm, eh hh look here, and then ... there are 30 in each ... and how much does <u>one</u> cost, (points to a drawn box on his paper) or, how much does <u>one</u> of these weigh, because, together they weigh 150 and then you need to...	■ ←
108	Ada	A:::::	
109	Tim	Divide it.	
110	Ada	Smart ... 150 divided with ...4.	■
111	Tim	5 [...] This is actually the fifth box. (Tim draws the fifth box with dotted lines)	■
112	Ada	Yea::: [...]	
113	Leo	Yeah, then it must be 5 boxes... divided with...	■
114	Ada	Are there 30 in each box then? (Points to the drawn boxes on Tim's paper.)	■
115	Tim	Yeah, if it should be ... if Leo was right [...]	■
116	Leo	Yes, 'cause, 'cause this, is 120 together (circulates with his pencil around the four boxes) plus those, plus a fifth box ... is actually 50 ...150.	■



Excerpt 9, 25:49 – 26:05

			Z	E	B
279	Tim	What is the last one? (Tim points to Ada's paper) (3 s) Is it gram? 30 grams?	■	←	■
280	Ada	It is 30 grams in each ... in each box.	■	→	■
281	Tim	Yeah, but what about that one (points to Ada's paper) is it also 30 grams?	■	←	■
282	Ada	Yes. In the pretended box.	■	→	■



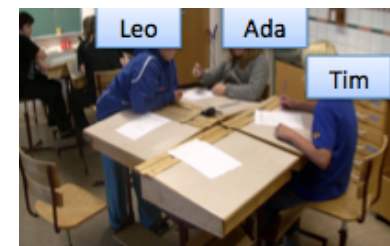


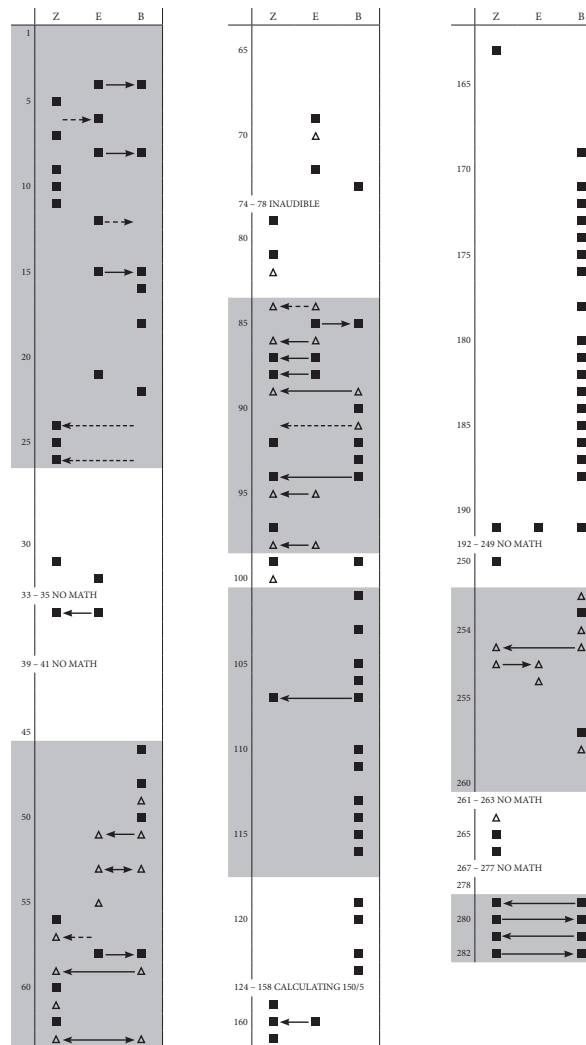
3×30

vi kom fram till att det är
30 gram i varje paket

$$\frac{150}{5} = 30$$

$$\frac{150}{4+1} = 30$$





Resultat och slutsatser

Studien visar att

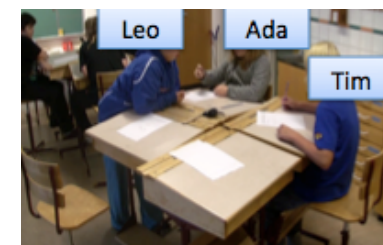
användningen av laborativt material kan vara ett stöd för elever när de arbetar med ekvationens lösning.

Men, det hjälpte inte eleverna att få fram det efterfrågade svaret på uppgiften. I analysen framgick att svaret 30 relaterar till "30 bönor i varje ask", inte till " $x = 30$ ".

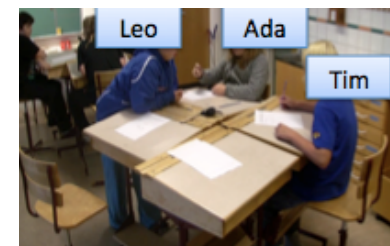
Det centrala problemet är att eleverna aldrig förflyttar sig från Ask-och-bönkontexten till Ekvationskontexten.

De drar inte den generella slutsatsen att det är värdet av x som är 30, vilket gör det problematiskt för dem att använda resultatet från Ask-och-bönkontexten i andra sammanhang.

Att lära en abstrakt princip genom en konkret aktivitet kräver att eleverna kan uppfatta det generella i det specifika exemplet (Mason, 2008). Elever behöver få möta åtskilliga ekvationer formulerade på olika sätt och få möjlighet att diskutera 'vad som är exempel' och 'vad som är generellt' i aktiviteten.

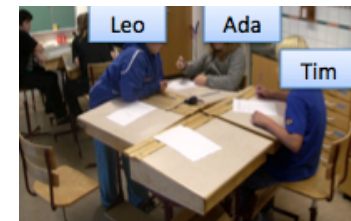


- Resultaten visar på betydelsen av att elever får möjlighet att komma till insikt om den särställning som symboliska matematiska representationer har. Medan den symboliska matematiska representationen beskriver något generellt, så relaterar en konkret representation och "a real world example" alltid till något specifikt. Inget enskilt exempel kan införliva ett matematiskt begrepps rika innebörd.



Sammanfattningsvis kan tre generella slutsatser dras från de empiriska studierna om hur elever approprierar inledande algebra:

- Elevers tolkningar av algebraiska bokstäver kan vara dynamiska och meningsskapandets karaktär kan skifta snabbt beroende på vilka kontextuella resurser som används. Det tyder på att en tolkning inte är ett statiskt, förvärvat kunskaps-objekt, utan att den mer kan liknas vid ett nätverk av associationer.
- Matematiska konventioner kan innebära ett hinder i elevernas förståelse. Lärande i matematik är därför att lära om en specifik kommunikativ genre, likaväl som att lära om matematiska objekt och relationer.
- En kritisk del i elevernas appropriering av inledande algebra är att uppfatta vad som är exempel och vad som utgör den generella principen. Även om eleverna kan ta hjälp av resurser som stöd för att hantera specifika fall, så kan andra svårigheter tillkomma när de ska försöka förstå grundläggande algebraiska principer.





Diskussion kring

- föreläsningens innehåll
- relevans för matematiklärarutbildning
- relevans för fortbildning