

**Lust till öppna frågor –
Lärares arbete med att utveckla
sin matematikundervisning**

LUMA 2010
Ingemar Holgersson
Högskolan Kristianstad

**Implicit lärande från traditionell
matematikundervisning (Lampert, 1990)**

- Arbeta med Ma innebär
 - Följa de regler läraren eller boken visar
- Kunna Ma innebär
 - Komma ihåg och kunna använda rätt regel
 - Rätt/fel avgörs av auktoritet, läraren eller facit
 - Hjälpmedel viktiga – formelsamling
- Ma lär man sig genom att
 - Lyssna noga och öva flitigt
- Ma inget för mig -- Ma är lätt, behöver inte jobba

Inspirationskällor - Hur kan man hjälpa lärare att utvecklas

- Thomas Carpenter & Elizabeth Fennema e.a., USA
 - Cognitively Guided Instruction
 - Läraren ansvar för undervisningen
- Anne Watson, England:
 - Utvecklingsprojekt med ma-lärare
- John Mason, England:
 - The discipline of noticing
 - Accounts-of vs. Accounts-for (Noteringar)

Erfarenheter av lärares lärande – Viktiga förutsättningar

- Medlem av en "discourse community" med utgångspunkt i autentiskt material från klassrummen
- Stimulans att prova nya saker
- Processer för att stimulera reflektion och utvärdera nya sätt att arbeta
- Att lärarna äger förändringsarbetet

Inspirationskällor god matematik- undervisning

- Peter Sullivan, Australien:
 - Open-ended questions
- RME - Holland
 - Matematik – en aktivitet ej samling metoder
 - Realitetsprincipen
 - Guided re-invention
- John Mason, England:
 - Olika typer av uppgifter

Vad är bra frågor? – Peter Sullivan

- De kräver mer än att komma ihåg fakta eller reproducera en färdighet
- Elever kan lära genom att arbeta med frågan, och läraren lär mer om varje elev genom att se hur de arbetar med frågan
- Det kan finnas fler än ett acceptabelt svar

Sullivan e.a. (2006)

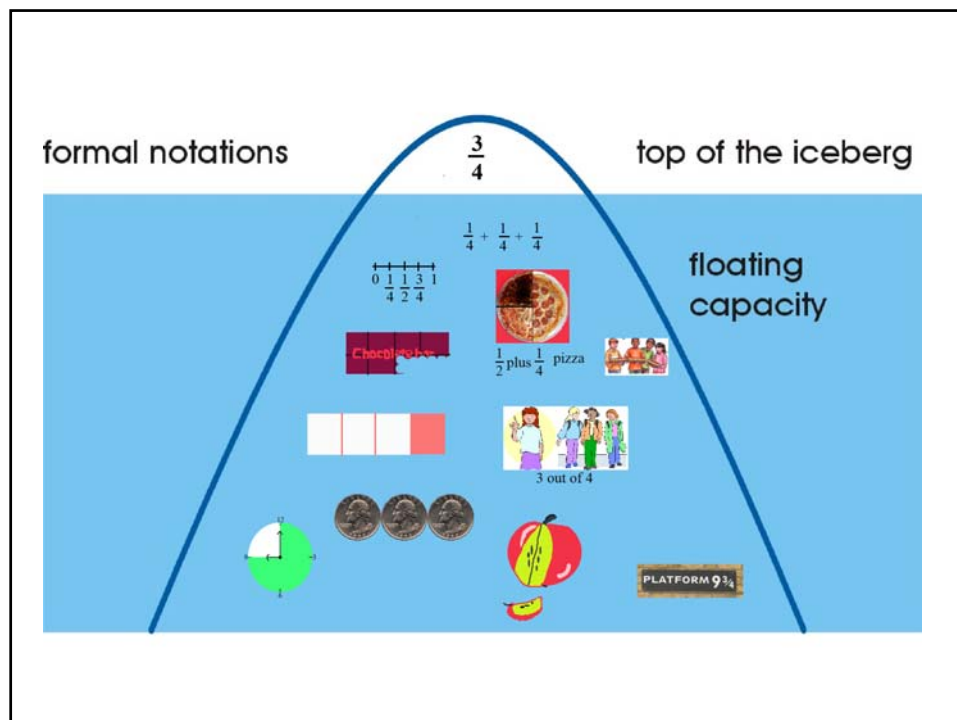
- Två typer normer för aktivitet i klassrummet
 - Matematiska mål
 - Principer
 - Generaliseringar
 - Processer
 - Resultat
 - Socio-matematiska
 - Interaktion
 - Gemensam erfarenhet

Sullivan e.a. (2006)

- Open-ended
 - Ger "svaga" elever möjligheter delta
 - Lust kommer från engagemang med matematik
 - Kontext ingång, ej ersättning
- Sekvens av uppgifter
 - Hypotetisk lärostig HLT
 - Lärarens roll förutse möjliga problem och lämpliga utmaningar
 - Förbereda såväl stöttande ledtrådar som utmanande frågor
 - Lärandet ett resultat aktiviteter och en pågående dialog mellan eleverna och läraren

Characteristics of RME

- Starting in contexts
- Building on preformal knowledge
- Different strategies and answers
- 'Guided reinvention'
- Horizontal & vertical mathematization
- Intertwining learning strands
- Practical Value



Tre projekt

- Svedala 2006 – 2008
 - Gömu Gränsöverskridande matematikundervisning
 - Forskningprojekt med stöd från Sparbanksstiftelsen i Skåne
- Blentarp 2009 - 2012
 - Matematikutvecklingsprojekt med stöd från Skolverket i två omgångar
- Älmhult 2010 – 2012
 - Matematikutvecklingsprojekt med stöd från Skolverket

Svedala - Gömu-projektet

(Gränsöverskridande matematikundervisning)

- 26 deltagande lärare
- 3 grupper
 - Förskollärare 10 st
 - Klasslärare 10 st
 - Ämneslärare 6 st
- 6 "konsulter"
 - Ingemar Holgersson, HKr (projektledare)
 - Annika Palmgren, Svedala
 - Pesach Laksman, Mah
 - Birgitta Lansheim, Malmö
 - Jonas Månsson, LTH (år 1)
 - Ulla Öberg, f.d. Mah

Blentarp - Storkskolan

- 9 lärare från förskola till år 6-9
- 2 konsulter
 - Ingemar Holgersson
 - Ulla Öberg
- Projektledare
 - Inga-Maja Berg

Älmhult

- 34 deltagande lärare
- 3 grupper
 - 2 med lärare 1-6 (en grupp inkl särskolan)
 - 1 med lärare 6-9
- 5 konsulter
 - Ingemar Holgersson, HKr
 - Pesach Laksman, Mah
 - Annika Palmgren, Ncf
 - Ulla Öberg, f.d. Mah
 - Yvonne Lindholm, f.d. Su,

Grundläggande idéer

- Arbeta med öppna frågor
- Göra noteringar för större medvetenhet om elevernas tänkande
- Gruppträffar var tredje vecka
 - Reflektion med utgångspunkt i noteringar
 - Stimulans för och diskussion om arbetet med öppna frågor
 - Forskningsanknytning om elevers lärande i matematik

Målsättning för projekten

- Lärare ska få möjlighet arbeta med att utveckla sin matematikundervisning
- Detta innebär att
 - stärka lärarnas förmåga att ta utgångspunkt i egen undervisning och erfarenhet
 - utveckla egen förmåga att ta fram och prova egna aktiviteter i undervisningen.
 - utveckla vad man som lärare noterar eller lägger märke till i egen undervisning.

Förväntade vinster

- Direkta
 - Kvalificerad handledning i arbetet mot mer användning av öppna frågeställningar
 - Mer kunskaper om hur modern forskning ser på vad matematik är och hur lärande i matematik går till
 - Ökad medvetenhet om vad som sker i klassrummet
- Indirekta
 - Läraren får mer kunskap om vad eleverna kan
 - Elever med större lust till matematiken
 - Bättre måluppfyllelse speciellt i förhållande till processmålen

Emma tjänar 80 kr i timmen. Vad tjänar hon sammanlagt om hon arbetar i 5 timmar?

Emma tjänade 400 kr. Hur många timmar arbetade hon, och vad tjänade hon per timme?

- | | | | |
|------------------|------------|---------------------------------|----------------------|
| • 80 kr | 5 timmar | • 15 min | $400 \cdot 4 = 1600$ |
| • 100 kr | 4 timmar | • $7\frac{1}{2}$ min | $8 = 3200$ |
| • 25 kr | 16 timmar | • $3\frac{3}{4}$ min | $16 = 6400$ |
| • 12,50 | 32 timmar | • $1\frac{7}{8}$ min | $32 = 12800$ |
| • 6,25 | 64 timmar | • $0 \approx 95/100$ | $64 = 25600$ |
| • $\approx 3,20$ | 128 timmar | • $0 \approx 42\frac{1}{2}/100$ | $128 = 51200$ |
| | | • $0 \approx 21\frac{1}{4}/100$ | $256 = 102400$ |

Öppna uppgifter

- Herr Persson fick under året 3 böter. Vad kan han ha gjort, och hur mycket fick han böta sammanlagt?
- Herr Persson fick under året böter för 4500 kr. Vad kan han ha gjort?
- Hjälpmedel: Lista med böter för trafikförseelser

Exempel på "öppna frågor"

För miniräknare

$$\square.\square * \square.\square = \square.\square$$

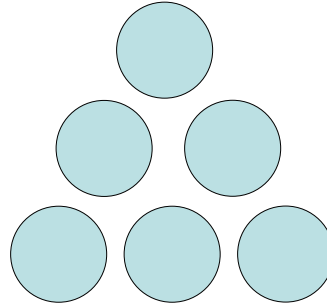
Vilka kan talen vara, om varje ruta innehåller en siffra?
(och ifall .0 inte är tillåtet)

Hur många möjligheter finns det?

Hur vet vi att vi hittat alla?

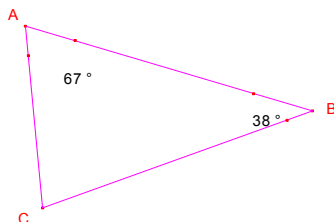
Öppen uppgift

- Kan du placera ut talen 1 till 6 så att summan längs varje sida blir densamma?
- Vilken summa får du?
- Hur gjorde du?
- Vad skiljer figurerna åt?
- Vilken roll spelar hörnen?
- Har vi hittat alla lösningar?



Exempel på undersökande uppgift

- Vinkelsumman i en triangel är 180° .
- Hur stor är vinkel C?
- Gör en triangel och mät dess vinklar. Kan du göra en triangel som har så stor vinkelsumma som möjligt?



Öppen uppgift

- Starta i kontext som engagerar
- Formulera ett problem med flera möjliga lösningar som
 - Ger eleverna tillfälle utveckla systematik
 - Ger upphov till nya frågor och möjligheter att reflektera över mönster i de olika lösningarna

Vad är en notering?

- Utgångspunkt
 - Något vi spontant uppmärksammar eller lägger märke till
 - Detta innehåller ofta element av något som förvånar eller är lite svårtolkat
 - Kan röra sig om andras eller eget beteende eller egen reaktion, känsla

Noteringar

- Vad såg du?
 - Skriv ner ett par stickord, som senare ger tillgång till minnet av händelsen
 - Skriv så beskrivande som möjligt
 - Skriv ut noteringen senare under veckan
 - Pröva att namnge med rubrik eller etikett.

Noteringar förskolan

- I kiosken där vi säljer mellanmål och frukt har följande hänt:
- En pojke 4 år skulle handla av en flicka 4 år. Pojken frågade hur mycket en äppelbit kostade. Flickan svarade tre kapsyler. – Du får bara en, annars kan jag inte handla mera sedan, svarade pojken.
- En pojke 5 år ville inte betala med detsamma när han handlade i mellanmålskiosken. Han ville göra som man gör på restaurang. Jag fick skriva en nota på allt han köpt, också kom han när han ätit färdigt och gjorde rätt för sig.

Notering år 1

- A. får i uppgift att rita summan pengar på två olika sätt som motsvarar priset på ett par olika glassar.
Ex: En glass som kostar 9 kr, A ritar en tia. Han hade löst alla fyra uppgifterna på liknande sätt.
Min första reaktion var att han gjort fel, som tur var frågade jag honom och han var mycket mer verklighetsnära än jag och matteboken var. Visst är det mer logiskt att man betalar en glass för 9 kr med en tia än med nio enkronor eller en femkrona och fyra enkronor!

Notering år 4 - diagnos

- Pojke a i skolår 4 med stora matematiksvårigheter i grupp med pojke b utan speciella svårigheter.
Båda pojkarna får fel på uppgiften: Vilket uttryck får högst svar? $67/3$ $67/4$ eller $67/5$ och svarar det sistnämnda. Jag kommenterar inte svaret då. Men vi har tidigare diskuterat vad ex $18/3$ betyder med bullar och påsar. När vi sedan kommer till uppgiften: Hur skriver man 568 bullar som ska läggas i 71 påsar? Skriver pojke a först $71/568$ medan pojke b skriver $568/71$ och förklarar för pojke a som fattar "inte kan man lägga 71 bullar i 568 påsar."
Var detta lättare för att det blev så tydligt orimligt?
Kanske det kan vara bra att använda sig av stora tal ibland?

Notering år 7

- Här kommer min notering. Den utspelar sig under en matematiklektion med en 7:a. Jag går igenom multiplikation med 10, 100 och 1000. Jag ritar på tavlan och förklarar länge och väl om hur värdet på siffrorna förändras och att det är siffrorna som flyttas fram i förhållande till decimaltecknet och att det inte är decimaltecknet som flyttas åt höger (anledningen till att jag tar upp det är att några elever påtalar att det har de lärt sig innan).

När jag tycker att jag förklarat tydligt och pedagogiskt räcker en ambitiös och "duktig" tjej upp handen och frågar:

"Kan inte jag i mitt huvud få tänka att det är decimaltecknet som flyttas åt höger? Det är mycket lättare. Svaret blir ju ändå samma."

Notering år 8

- En tjej som sa, min hjärna förstår inte det här. Hur kan 15 delat med 0,2 bli större än 2. När det delar måste det bli mindre tyckte hon. Och så försökte vi göra det laborativt, med mindre bitar och så. Och fastän hon såg det med egna ögon ville hon inte förstå det, eller kunde inte förstå det på något vis. Jaha då får vi försöka förlänga med tio och räkna rent matematiskt. Och då säger tjejen Aha nu förstår jag. Det tyckte jag var helt tvärtom mot vad hon borde göra.

Notering år 8

- Nu ska vi ha procent i åttan. Hur ska jag nu göra. ...
Detta är en av de viktigaste sakerna, något ni nu kommer att ha nytta av.
Många elever läser inte tidningar tittar inte på nyheter.
Det andra var kläder och vi har rea. Ex 25 % betyder att det är billigare, det räcker.. Tröja för 600 kr. Köper man inte även om det är rea. Är det inte bra att veta. Men om man har 500 kr kan man köpa jacka som har kostat 500 kr. Men pengar till bussen då. Vi har buskort.

Noteringar

- **Varför samla noteringar?**
 - ge stomme av identifierbara händelser som ger utgångspunkt för erfarenhetsutbyte
 - kan användas för att väcka minnen av liknande händelser från förr
 - ger underlag för att identifiera fenomen eller teman
 - kan stärka och fördjupa sensitivitet för vissa händelser
 - kan användas för att finna fler tolkningar av en situation
 - Andras noteringar kan berika eget tänkande med benämningar och alternativt hanterande av situationer.

Utvärdering - Arbetet med noteringar (Blentarp)

- Noteringarna uppmärksammar tänkandet naturligtvis, det var ju det som kanske var tanken från början. Men det uppmärksammar också den pågående verksamheten. Man blir ju medveten och ser. "Var finns eleven i sina tankar just här och nu?" Så det utmanar hela pedagogens undervisning, tycker jag. (Läraren Anna i slutet av projektperioden)

Utvärderingen - OEQ (Svedala)

- *plötsligt försvann problemet med åldersblandat och integrerad särskola. Det blev aldrig genomgångar som bara passade en liten del av gruppen. ... Det känns som att barnen söker kunskap nu istället för att förvänta sig att jag ska stoppa in det via genomgång. ... ingen brådska, eftersom det inte finns något långst. (K 5)*
- *Att det finns flera lösningar gör att även en "slow starter" kan komma med idéer och det är inte lika lätt att sitta passiv som när det är endast ett svar. (K 2)*
- *de "svaga" eleverna ... plötsligt en utveckling hos i stort sett alla dessa elever. De kommer ikapp de andra med stormsteg. (K 7)*
- *Jag upptäckte ganska så snart att små barn gillar när vi ställer frågor till dem (F 2)*

Utvärderingen - Verksamheten (Svedala)

- Förskolepedagogerna beskriver olika situationer där lärande uppstått. Det handlar om lustfyllt och laborativt arbete i konkreta situationer och om att utmana barnens tankar.
- *En del av dokumentationerna har jag tagit med mig till avdelningsplaneringen, ... tror bestämt att en smittspridning har påbörjats. (F 4)*
- *Små korta anteckningar om varje elev utgör en bra utgångspunkt inför utvecklingssamtalen. Dessutom vet jag säkert vad varje elev förstår och kan (K 2)*

Utvärderingen - Verksamheten (Svedala)

- *Tidigare började jag alltid ett nytt område med en genomgång. Numera letar jag efter öppna uppgifter som utgår ifrån elevernas kunskaper och som leder in dem i det nya området. (K 2)*
- *Det ständiga malandet av färdighetsträning har fått ge vika Mina elever jobbar mer praktiskt med matematik och framförallt mer problemlösande. (Å 4)*
- *Färdighetsträningen (som givetvis måste finnas kvar) får ge vika för andra typer av uppgifter exempelvis aktiviteter, kluringar och öppna uppgifter. (Å 5)*

Utvärderingen – Egen utveckling (Svedala)

- *har blivit säkrare som mattelärare, den röda tråden har blivit tydligare och jag tror att eleverna har fått mycket roligare matematiklektioner. Det som mest har förändrats är innehållet i lektionerna (K 6)*
- *Idag ... lika säker i min yrkesroll på matematikutveckling som ... vad gäller språkutveckling ... Det har också blivit en naturlig del i arbetet med barnen... (F 8)*
- *mitt synsätt på ma-undervisningen har förändrats. Jag lyssnar mera på elevernas frågor och funderingar. Jag ställer själv andra frågor nu (K 4)*

Utvärderingen – Egen utveckling (Svedala)

- *Jag lyssnar mycket mer på vad elever tänker, hur de tar sig an problemen. Mer tid läggs på att eleverna får utveckla sina tankar för såväl andra elever som för mig. (Å 5)*
- *Med tiden insåg jag att de aktiva lektionerna gav mig och eleverna mer än vad matteboken gjorde. (K 7)*
- *att jag slutat titta på vad eleverna gjort ... och har ändå en bättre bild av vad eleverna kan. (K 5)*
- *Jag lever ständigt med mina "matteglasögon" på mig numera (F 1)*

Utvärdering – Ämneslärarna (Svedala)

- En annan sak som tilltalade mig var att behandlingen och efterarbetet av noteringarna hjälpte mig med förståelsen av elevens problematik.
- Jag menar att mitt sätt att möta elever och att tänka matematik har radikalt förändrats. I klassrummet pratar vi mycket matte. Försöker få eleverna att förstå och fatta hur viktigt det är att begripa och förstå vad det är man gör. Många nya saker har dykt upp och bland många bra saker har jag anammat mycket av de öppna frågorna. Har bland annat haft prov i matte där eleverna fått svaren och skulle göra sina egna uppgifter.
- Jag tror att jag numera förmedlar en bredare bild av vad matematik kan vara. ... Mina elever jobbar mer praktiskt med matematik och framförallt mer problemlösande

Forskningsprojekt

- Frågor
- Data
 - Noteringar
 - Inspelade gruppträffar
 - Enkäter
 - Utvärderingar
- Analys
 - Olika teman lärare tar upp i noteringar, på träffar och i utvärderingar
 - Schema från Franke e.a. (2001), Fennema e.a. (1996) om lärares engagemang med barns matematiska tänkande

Forskningsfrågor

- Vilken potential har öppna frågeställningar för att på ett genuint sätt arbeta med processmålen i kursplanen och bidra till en inkluderande matematikundervisning?
- På vilket sätt kan arbete med noteringar stimulera lärares medvetenhet om och engagemang med elevers matematiska tänkande och lärande?

Rapportering

- Svedala
 - Norsma 5 Holgersson (2009)
- Blentarp
 - Berg (2010). *Noteringar som redskap för att lära om matematikundervisning*.
Magisteruppsats vid Högskolan Kristianstad.

Projektledarens sammanfattning - Blentarp

- Det var bra att kunna diskutera våra noteringar från klassrumarbetet och tillsammans uppmärksamma elevernas och de egna tankarna. Det innebar en utveckling både i klassrummet med eleverna och för vår egen del. Det var intressant att ta del av nya rön inom forskning och att få diskutera hur man kan utveckla det matematiska tänkandet hos eleverna. Att jobba tillsammans i ett 1-16-års perspektiv och dessutom tillsammans med högskolan gjorde att det egna intresset för skola och utveckling ökade.

Projektledarens sammanfattning - Blentarp

- Vad har varit roligt med arbetet och projektet? - Jo, det har absolut varit känslan av att komma nära – elevens tankar, kollegors tankar och mina egna tankar.
- Vad har det då inneburit för svårigheter att arbeta med projektet? – Jo, precis samma sak - att komma nära. Etiska ställningstaganden är alltid viktiga när det gäller att arbeta med människor. John Masons tankar i The Disciplin of Noticing känns viktiga och angelägna. De är viktiga för mig själv som person och för mig i min yrkesroll. Dessa två roller hänger naturligtvis samman.

Projektledarens sammanfattning - Blentarp

- Vi måste utveckla vår känslighet eller vår känsla för att uppmärksamma. Det är därifrån vi utvecklar oss själva, våra elever och som vi sett i vårt projekt även matematikundervisningen. De öppna frågorna och noteringarna har blivit naturliga redskap för lärarna att använda i matematikundervisningen. Det är genom dem som alla lärare som ingår i projektet använder de kunskaper som de har om vad som är viktigt för att utveckla elevens matematiska tänkande.

Slutsatser - Svedala

- Att arbeta med noteringar
 - Många vittnar om en ökad medvetenhet om elevernas sätt att tänka, och dess betydelse för undervisningen. Dessa effekter kommer fram inom alla beskrivna teman.
 - Basgrupperna är viktiga och hur noteringarna används i gruppen. Dvs. Projektledarna är viktiga. Liknande erfarenheter som CGI (Fennema e.a., 1996)
- Erfarenheter av arbetet med öppna frågeställningar
 - En del lärare rapporterar positiva effekter av inkluderande natur. Liknande erfarenheter som Sullivan e.a. (2004) and (2006)
- Inte alla deltagare lärde lika mycket som andra
- Förändring (lärande) tar tid. Deltagarna behövde första året för att komma in i ett nytt sätt att arbeta och tänka kring lärande och undervisning i matematik

Referenser

- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 403-434.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teacher's generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653-689.
- Holgersson, I. (2009). Teachers' awareness of student learning. Konferensrapport presenterad vid Norsma 5 i Reykjavik, oktober 2009. Hämtad från http://stofnanir.hi.is/norsma/sites/files/norsma/imagefield_thumbssites/Ingemar%20Holgersson.pdf
- Kazemi, E., & Franke, M. L. (2004). Teacher learning in mathematics: Using student work to promote collective inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 203-235.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal* 27, 29-63
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: RoutledgeFalmer.
- Steinberg, R. M., Empson, S. B., & Carpenter, T. P. (2004). Inquiry into children's mathematical thinking as a means to teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 237-267
- Sullivan, P., Mousley, J., & Zevenbergen, R. (2004). *Describing elements of mathematics lessons that accommodate diversity in student background*. Paper presented at the PME 28, Bergen, Norway.
- Sullivan, P., Mousley, J., & Zevenbergen, R. (2006). Teacher actions to maximize mathematics learning opportunities in heterogenous classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 117-143.

Nivåer av engagemang med barns matematiska tänkande

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001)

- Nivå 1
 - Tror inte elever kan lösa problem om de inte fått veta hur man gör
 - Ger mycket få möjligheter till problemlösning
 - Frågar inte hur eleverna löst problemen
 - Använder inte elevernas matematiska tänkande i sina pedagogiska överväganden

Nivåer av engagemang med barns matematiska tänkande

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001)

- Nivå 2
 - Börjar se att eleverna kan bidra med sina matematiska kunskaper
 - Tror att elever kan lösa problem utan att någon visat hur man gör
 - Pratar om värdet av olika lösningar och utvidgar de typer av problem de använder
 - Andra överväganden än elevernas tänkande avgör vilka problem och aktiviteter som används

Nivåer av engagemang med barns matematiska tänkande

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001)

- Nivå 3
 - Läraren tror det är bra för elever att lösa problem på sitt eget vis eftersom det utvecklar deras förståelse
 - Använder en mängd olika problem för eleverna att lösa
 - Ger eleverna möjlighet att diskutera sina lösningar
 - Lyssnar när eleverna berättar om sina lösningar

Nivåer av engagemang med barns matematiska tänkande

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001)

- Nivå 4A
 - Läraren anser att elevernas ma-tänkande bör bestämma utvecklingsgången i undervisningen och hur han/hon interagerar med enskilda elever
 - Ger eleverna möjlighet att lösa problem och lyfter fram deras tänkande
 - Kan i detalj beskriva individers ma-tänkande
 - Använder kunskaper om elevgruppens ma-tänkande som grund för pedagogiska beslut

Nivåer av engagemang med barns matematiska tänkande

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001)

- Nivå 4 B
 - Läraren vet hur en enskild elevs kunskaper passar in i hur elevens ma-tänkande utvecklas.
 - Skapar möjligheter att bygga på elevernas ma-tänkande
 - Kan i detalj beskriva individers ma-tänkande
 - Använder vad han/hon lär om individers ma-tänkande till att utforma undervisningen

Nivåer av engagemang med barns matematiska tänkande

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001)

- Utmärkande drag hos de 10 lärarna i nivå 4B
 - Såg barns tänkande som centralt
 - Ägde detaljerad kunskap om barns tänkande
 - Diskuterade ramverk för att karakterisera matematiskt tänkande
 - Såg sig själva som de som utvecklade den egna kunskapen om barns tänkande
 - Sökte sig till kollegor som delade intresset för barns tänkande

Nivåer av engagemang med barns matematiska tänkande

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E.
(2001)

Nivå	Vid projektets slut	4 år senare
1	0	0
2	2	6
3	9	4
4A	1	2
4B	10	10