

## Frågor att ställa till en kursplan i matematik för gymnasiet

En kursplan består ofta av en text som beskriver *syften och mål*, ett *teoriinnehåll*, ett kunnande i matematik som eleven ska utveckla, (ibland benämns som *förmågor*) samt *krav* på vad elever skall kunna uppvisa i form av betygskriterier eller kunskapskrav. Kursplanen innehåller också en mängd rubriker under vilka ovanstående delar kan återfinnas utspridda eller sammanhållna. Rubrikerna gör att kursplanen består av olika *avsnitt*. I den pågående revideringen av kursplaner är rubrikerna satta till: Ämnets syfte (med underrubrik för mål), Centralt innehåll samt Kunskapskrav. I detta dokument föreslår jag ett antal *frågor* som kan användas då man läser en, eller utkast till en, kursplan eller skriver en kursplan. Listan med frågor gör inga anspråk på att vara komplett utan ska ses som en start, nya infallsvinklar tas tacksamt emot. Vilka frågor kan man då ställa? Frågorna är framtagna utifrån en del ramar som styr innehållet. Dess ramar, är:

- Nuvarande kursplan och läroplan (ska ej revideras)
- Nationella (politiska) intentioner med reformen
- Internationella trender
- Erfarenheter från tidigare reformer

Frågorna tas fram för att ställas *mot* kursplanens olika delar (teoriinnehåll, förmågor, kunskapskrav) samt till kursplanen som helhet.

### Syften ur nuvarande läroplan/kursplan med några nya intentioner

Via teoriinnehåll, förmågor och kunskapskrav ska elever kunna nå syftena i någon mening. Nedanstående lista av syften baseras på en tolkning av avsnitten *Ämnets syfte*, *Ämnets karaktär och uppbyggnad*, *Mål att sträva mot* i dagens kursplan i matematik för grundskola. Ett syfte med matematik, som delas med alla ämnen i skolan, är att bidra till att läroplanens övergripande mål och riktlinjer nås eller följs. Därför har även läroplanen används för att lyfta viktiga syften. Vissa tillägg har gjorts utifrån den aktuella reformens intentioner. Som hjälp har Paul Ernests kategoriseringar<sup>1</sup> använts. Nedanstående syften används för att generera frågor som ställs mot de olika delarna i en kursplan samt till kursplanen som helhet. Man skulle kunna dela upp syften som riktar sig "inåt" inom gymnasieskolan och syften som pekar "utåt" till livet efter skolan.

#### Syftet utåt

- *Aktiv medborgare i en demokrati*
- *Vardagslivet för ungdomar/vuxna*
- *Yrkeslivet (anställningsbar efter gymnasiet enl. reformens intentioner)*
- *Förbereda väl för fortsatta studier vid högskola/universitet*
- *Förbereda för studier vid yrkeshögskola (?)*
- *Uppskatta matematiken, se dess relevans, se dess relevans, bildning, kulturarv, ge överblick och sammanhang, estetiska karaktär*
- *Matematiskt självförtroende - livslångt lärande (reflektera över erfarenheter, tror på sin egen förmåga och sina möjligheter att utvecklas)*

#### Syftet inåt

- *Samlad matematisk beredskap<sup>2</sup> som omfattar både förmågor och*

<sup>1</sup> <http://ncm.gu.se/media/kursplaner/kunnande/ernest.pdf>

<sup>2</sup> "beredskap" finns i läroplanen, användes i GY07: Förmågorna kan ses som bredd på ett matematikkunnande.

- teori (tydlighet, likvärdighet i fokus, reformens intentioner)
- Bygga vidare på grundskolan som inte skall upprepas
- Bygga vidare utifrån elevernas tidigare utbildning/livserfarenhet (inkl vuxna)
- För att nå mål i andra ämnen, matematik som verktyg (även pedagogiskt) i andra ämnen
- För att nå mål i det program/studieinriktning eleven valt
- Olika perspektiv: miljö, internationellt, etiskt, historiskt
- Uppleva matematikens upptäckande, utforskande natur
- Lära sig använda tekniska hjälpmedel
- Utveckla förmågan att arbeta självständigt och tillsammans med andra.
- Eleven ska få tillämpa demokrati, undervisningen skall bedrivas i demokratiska arbetsformer
- Låta eleverna pröva olika arbetsätt och arbetsformer
- Använda och utveckla hela sin förmåga

## Internationella trender och nationella erfarenheter

Genom att ta del av kursplaner från andra länder (<http://www.ncm.gu.se/kursplaner>) samt medverkan vid revidering av kursplaner för grundskola i UK (hösten 08) och utvärdering av danska kursplaner för gymnasieskolan (jan 09) lyfter jag fram följande frågeställningar. I Bilaga 7. Mål utan grunder<sup>3</sup> summeras erfarenheter från tidigare reformer. Internationella trender och erfarenheter från tidigare reformer:

- Är kursplanen flexibel, går den att anpassa lokalt till olika elevgrupper?
- Finns det utrymme för samverkan, inom skolan (cross-curriculum), mellan skolformer samt med avnämare (näringsliv/högskola) för att nå målen i matematik?
- Är beskrivningarna "teachable"<sup>4</sup>?
- Finns det behov att vara inkonsekvent? Blanda teoriinnehåll och förmågor?
- Förstärka områden där svenska elever är svaga enligt kvalitetsgranskningar, NP, NU, PISA, TIMSS?
- Är kursplanen för omfattande?
- Är kursplanen anpassad för elevgruppen (inkl vuxna)?
- Är kursplanen realistisk att genomföra – förändras för mycket?

## Frågor att ställa kring teoriinnehållet

I en revidering av en kursplan blir det frågan om vilket teoriinnehåll som ska behållas, betonas, tonas ner eller tas bort samt vilka nya områden det finns behov av att lyfta in. Det finns olika sätt att kategorisera matematikens teoriinnehåll:

*Traditionellt:* aritmetik, taluppfattning, geometri, statistik & sannolikhetslära, differentialkalkyl, funktioner, algebra & ekvationslösning, diskret matematik.

*"Matematiken stora idéer":* räknande, resonering och kommunikation, rörelse och förändring, form,

---

Varje förmåga kan sen utvecklas med olika kvalitet, i meningen mer eller mindre bra, och uttryckas i betygskriterier. Slutligen utvecklas förmågorna genom att man arbetar med ett innehåll. På detta sätt blir matematikkunnandet – *den matematiska beredskapen* - tredimensionellt: bredd i kompetenser, kvalitet i kompetenser och bredd i innehåll.

<sup>3</sup> Ur Mål utan grunder, bilaga 7 kan fler lärdomar dras men de återfinns naturligt under de perspektiv som framkommer när man studerar syftet i nuvarande kursplan.

<sup>4</sup> Foundation professor in maths education at Melbourne University, Kaye Stacey, said maths curriculums were dominated by learning outcomes of what students should be able to do and had lost sight of what maths should be taught. "We have been writing curriculum in recent years that isn't really **teachable**," she said.

symmetri och regelbundenhet, position och chans.

*Ur mänskliga behov* i olika kulturer och tider (Bishop, 1991): counting, measuring, location, designing, playing och explaining.

I *PISA* indelas innehållet i fyra övergripande teman; Rum och form, Förändringar och samband, Kvantitet och Osäkerhet.

I *TIMSS* delas det matematiska innehållet in i fem huvudområden; aritmetik, algebra, geometri, mätningar och statistik.

Nu låter vi "punkterna" på sidan 1-2 generera frågor kring teoriinnehållet (där vissa punkter sammanförs, för att undvika upprepningar).

### **På vilket sätt bidrar teoriinnehållet till att...**

1. *utveckla aktiva medborgare i en demokrati?*
2. *hantera ansvarsfullt sitt vardagsliv?*
3. *förbereda för ett yrkesliv direkt efter gymnasiet? Ett yrkesliv i förändring? Utveckla yrket?*
4. *förbereda väl för fortsatta studier vid högskolan?*
5. *förbereda för fortsatta studier vid yrkeshögskola? Eller är det meningen?*
6. *ge utrymme för att uppskatta matematiken, se dess relevans, kulturarv?*
7. *utveckla ett matematiskt självförtroende? reflektera?*
8. *utvecklar en samlad matematisk beredskap som omfattar både förmågor och teori?*
  - Inom en kurs, finns det teoriområden som stödjer varandra?*
  - Mellan kurser, finns det stråk? Progression?*
  - Områden som kommer och går? Varför?*
  - Vilka förmågor kan med fördel utvecklas med teoriinnehållet? Vilka inte?*
9. *bygga vidare (inte upprepa) grundskolans teoriinnehåll*
  - Finns det en progression?*
  - Finns där stråk?*
  - Områden som försvinner och tillkommer? Varför?*
10. *bygga vidare utifrån elevernas (inkl vuxna) tidigare utbildning/livserfarenhet? Ger teoriinnehållet eller dess beskrivning utrymme för detta?*
11. *för att nå mål i andra ämnen, matematik som verktyg (även pedagogiskt) i andra ämnen?*
12. *för att nå mål i det program/studieinriktning eleven valt?*
13. *att se matematikens kopplingar till perspektiven: miljö, internationellt, etiskt, historiskt?*
14. *uppleva matematikens upptäckande, utforskande natur?*
15. *lära sig använda tekniska hjälpmedel och andra hjälpmedel med omdöme?*
16. *utveckla förmågan att arbeta självständigt och tillsammans med andra?*
17. *utrymme för att låta eleverna pröva olika arbetssätt och arbetsformer*
18. *bidrar till att kursplanen blir flexibel, går den att anpassa lokalt till olika elevgrupper?*
  - Hur detaljerat beskrivs teorin? Traditionell indelning? Stora idéer?*
  - Kan det leda till ökad likvärdighet?*
  - Möjlighet till demokratiska arbetsformer? Var finns friutrymmet för lärare och elever?*
  - Använda och utveckla hela sin förmåga?*
19. *bidrar till att det skapas utrymme för samverkan för att nå målen i matematik?*
  - Inom skolan (cross-curriculum)?*
  - Mellan skolformer?*
  - Med högskola och näringsliv/samhälle?*
20. *Är beskrivningarna av teoriinnehållet "teachable"?*
21. *Finns det behov att vara inkonsekvent? Blanda teoriinnehåll och förmågor?*
22. *Förstärks områden där svenska elever är svaga enligt kvalitetsgranskningar, NU, NP,*

## *PISA, TIMSS?*

23. *Är teoriinnehållet för omfattande?*
24. *Är teoriinnehållet anpassad för elevgruppen (inkl vuxna)?*
25. *Är förändringarna i teoriinnehållet realistiska att genomföra – förändras för mycket?*

## **Frågor att ställa kring förmågor, kunnande i matematik**

I dagens kursplan ges det uttryck för vilket kunnande som eleven skall utveckla, ibland anges det utan koppling till teoriinnehåll och ibland i samband med att teoriinnehållet skrivs fram. I en revidering av en kursplan blir det frågan om vilka förmågor som ska behållas, betonas, tonas ner eller tas bort samt vilka nya förmågor finns det behov av att lyfta in. Det finns olika sätt att kategorisera kunnande inom utbildningssystem, näringsliv och skola, tex

- I läroplanerna finns de fyra F:en fakta, förståelse, förtrogenhet och färdighet.
- Kompetensbegreppet (eller förmågor) finns inom den matematik didaktiska forskningen
- EU:s nyckelkompetenser som delas upp i kunskaper, färdigheter och attityder.
- Examen på högskolenivå: kunskap och förståelse, färdighet och förmåga, värderingsförmåga och förhållningssätt
- Kunskapsmodeller som krävs för att beskriva eller *förmedla* yrkeskunnande i praktiken, i arbetslivet.

Från GY07 och i princip dagens kursplan finns förmågorna: Begrepp och samband, Problem och modellering, Procedurer och rutinuppgifter, Kommunikation och argumentation, Sammanhang och relevans. Nu låter vi "punkterna" på sidan 1-2 generera frågor kring förmågor (där vissa punkter sammanförs, för att undvika upprepningar).

## **På vilket sätt bidrar förmågorna till att.....**

1. *utveckla aktiva medborgare i en demokrati?*
2. *hantera ansvarsfullt sitt vardagsliv?*
3. *förbereda för ett yrkesliv direkt efter gymnasiet?*
  - Ett yrkesliv i förändring?*
  - Förmåga till att utveckla yrket?*
  - Vilket kunnande värderas?*
4. *förbereda väl för fortsatta studier vid högskolan? Vilka förmågor värdesätts?*
5. *förbereda för fortsatta studier vid yrkeshögskola? Eller är det meningen?*
6. *ge utrymme för att uppskatta matematiken, se dess relevans, egenvärde, kulturarv?*
7. *utveckla ett matematiskt självförtroende? reflektera?*
8. *utvecklar en samlad matematisk beredskap som omfattar både förmågor och teori?*
  - Inom en kurs, ska alla förmågor utvecklas? Stödjer förmågorna varandra?*
  - Mellan kurser, finns det stråk? Progression? Ska det finnas progression?*
  - Förmågor som kommer och går? Varför?*
  - Vilket teoriinnehåll kan med fördel arbeta med för att utveckla förmågorna?*
  - Vilket är mindre lämpligt?*
9. *bygga vidare (inte upprepa) på grundskolan*
  - Förmågorna detsamma? Finns där stråk?*
  - Förmågorna som försvinner och tillkommer? Varför?*
  - Finns det en progression när det gäller förmågorna?*
10. *bygga vidare utifrån elevernas (inkl vux) tidigare utbildning/livserfarenhet? Ger förmågorna eller dess beskrivning utrymme för detta?*
11. *för att nå mål i andra ämnen, matematik som verktyg i andra ämnen*
12. *för att nå mål i det program/studieinriktning eleven valt*
13. *att se matematikens kopplingar till perspektiven: miljö, internationellt, etiskt, historiskt?*

14. *uppleva matematikens upptäckande, utforskande natur?*
15. *lära sig använda tekniska hjälpmedel och andra hjälpmedel med omdöme*
16. *utveckla förmågan att arbeta självständigt och tillsammans med andra?*
17. *utrymme för att låta eleverna pröva olika arbetssätt och arbetsformer?*
18. *bidrar till att kursplanen blir flexibel, går den att anpassa lokalt till olika elevgrupper?*  
*Hur detaljerat beskrivs förmågorna?*  
*Finns det ett friutrymme för lärare? För elever?*  
*Kan det leda till likvärdighet?*  
*Möjlighet till demokratiska arbetsformer? Var finns friutrymmet för lärare och elever?*  
*Använda och utveckla hela sin förmåga?*
19. *bidrar till att det skapas utrymme för samverkan för att nå målen i matematik?*  
*Inom skolan (cross-curriculum)?*  
*Mellan skolformer?*  
*Med högskola och näringsliv/samhälle?*
20. *Är beskrivningarna av förmågorna "teachable"?*
21. *Finns det behov att vara inkonsekvent? Blanda förmågorna med teoriinnehåll?*
22. *Förstärks områden där svenska elever är svaga enligt kvalitetsgranskningarna, NP, NU, PISA, TIMSS?*
23. *Blir kunnandet – förmågorna - som skall utvecklas för omfattande?*
24. *Är förmågorna anpassade för elevgruppen (inkl vuxna)?*
25. *Är förändringarna när det gäller förmågor och kunnande i matematik realistiska att genomföra – förändras för mycket?*

### **Frågor att ställa kring kunskapskrav**

Dagens kursplan ges uttryck för en värdering av kunnande i form av betygskriterier. Här anges vad eleven skall kunna visa och vad som anses vara värt ett visst betyg. Ibland anges kriterier utan koppling till teoriinnehåll, det består då av beskrivningar av förmågor och ibland blandas teori och förmågor. Vid en revidering av en kursplan blir det frågan om vad i bedömningen som ska behållas, betonas, tonas ner eller tas bort samt vilka nya aspekter finns det behov av att lyfta in. Nu låter vi "punkterna" på sidan 1-2 generera frågor kring kunskapskrav (där vissa punkter sammanförs, för att undvika upprepningar).

### **På vilket sätt svarar kunskapskraven upp mot att.....**

1. *utveckla aktiva medborgare i en demokrati?*
2. *hantera ansvarsfullt sitt vardagsliv?*
3. *förbereda för ett yrkesliv direkt efter gymnasiet?*  
*Vilket kunnande värdesätts?*  
*Förmåga till att utveckla yrket?*  
*Ett yrkesliv i förändring?*
4. *förbereda väl för fortsatta studier vid högskolan? Vilket kunnande värdesätts?*
5. *förbereda för fortsatta studier vid yrkeshögskola? Eller är det meningen?*
6. *ge utrymme för att uppskatta matematiken, dess relevans, egenvärde, kulturarv*
7. *utveckla ett matematiskt självförtroende? reflektera?*
8. *utvecklar en samlad matematisk beredskap som omfattar både förmågor och teori?*  
*Hur är kunskapskraven kopplade till förmågorna?*  
*Hur är kunskapskraven kopplade till teoriinnehållet?*  
*För en viss kurs, med hänsyn till teoriinnehåll och förmågor, vilka kunskapskrav kan ställas?*  
*Mellan kurser, finns det stråk? Ska det finnas progression?*  
*Kunskapskrav som kommer och går? Varför?*

9. *bygga vidare (inte upprepa) på grundskolan*  
*Vad värdesattes i grundskolan?*  
*Finns det en progression i kunskapskraven? Finns där stråk?*  
*Krav som försvinner och tillkommer? Varför?*
10. *bygga vidare utifrån elevernas (inkl vux) tidigare utbildning/livserfarenhet? Ger kunskapskraven utrymme för detta?*
11. *för att nå mål i andra ämnen, matematik som verktyg i andra ämnen? vilka kunskapskrav ställs i andra ämnen?*
12. *för att nå mål i det program/studieinriktning eleven valt?*
13. *att se matematikens kopplingar till perspektiven: miljö, internationellt, etiskt, historiskt?*
14. *uppleva matematikens upptäckande, utforskande natur?*
15. *lära sig använda tekniska hjälpmedel och andra hjälpmedel med omdöme?*
16. *utveckla förmågan att arbeta självständigt och tillsammans med andra?*
17. *utrymme för att låta eleverna pröva olika arbetssätt och arbetsformer?*
18. *bidrar till en flexibel kursplan, anpassa lokalt till olika elevgrupper?*  
*Hur detaljerat beskrivs kunskapskraven?*  
*Kan det leda till likvärdighet?*  
*Möjlighet till demokratiska arbetsformer? Var finns friutrymmet för lärare och elever?*  
*Använda och utveckla hela sin förmåga?*
19. *bidrar till att det skapas utrymme för samverkan för att nå målen i matematik?*  
*Inom skolan (cross-curriculum)?*  
*Mellan skolformer?*  
*Med högskola och näringsliv/samhälle?*
20. *Är beskrivningarna av kunskapskraven "teachable"?*
21. *Finns det behov att vara inkonsekvent? Blanda förmågorna med teoriinnehåll?*
22. *Förstärks områden där svenska elever är svaga enligt kvalitetsgranskningar, NU, NP, PISA, TIMSS?*
23. *Blir kunskapskraven för omfattande?*
24. *Är kunskapskraven anpassade för elevgruppen (inkl vuxna)?*
25. *Är förändringarna när det gäller bedömning och betygskriterier realistiska att genomföra – förändras för mycket?*

### **Frågor att ställa till kursplanen som helhet**

Förutom ovanstående frågor,

Är det klart vad varje avsnitt i kursplanen är tänkt att beskriva?

Finns det röda trådar genom kursplanens olika avsnitt? Hur hänger olika avsnitt ihop?

Finns det behov att vara inkonsekvent?

Tillåts mål som inte går att betygsättas?

Vad säger kursplanen inget om?

Utrymme för elevers egna frågor och problem?

Är innehållet i hela kursplanen på lämplig nivå med tanke på elevgrupp?

Är förändringarna realistiska att genomföra?

Syns matematiken som verktyg i andra ämnens kursplaner?