

Relevans och nytta

PAUL ERNEST

I denna artikel presenterar jag min uppfattning om vad det innebär att kunna matematik och, i synnerhet, vilka förmågor, färdigheter och attityder som är aktuella för studerande på olika nivåer. Jag skiljer mellan nytta och relevans och hävdar att det som är "relevant matematik" för den som lär måste relateras till personliga mål och intressen. Den huvudsakliga idén är: Att uppskatta och värdesätta matematik är viktigt, likaväl som kunskaper och färdigheter i ämnet. Avslutningsvis ger jag förslag på aktiviteter som lärare kan använda i klassrummet för att öka elevers uppskattning av matematik.

Under ett drygt årtionde har jag bedrivit forskning i matematikutbildningens filosofi (Ernest, 1991). Det finns flera olika aspekter att fokusera, men ett centralt och återkommande tema för mig är matematikutbildningens mål. I denna artikel tar jag upp det på nytt, men för in en diskussion om relevans och nytta i frågan om vad det innebär att kunna matematik.

Frågan "Vad innebär det att kunna matematik?" kan inte helt skiljas från frågorna "Vilken matematik är värd att kunna?" och "Vilka är matematikundervisningens mål och syften?" Att kunna matematik är varken något neutralt eller slumpartat. Ingen kan all matematik, så frågan om vilken del av matematiken kunnandet handlar om blir avgörande. Samtidigt innebär inte "att kunna" något värden neutralt, för hur avgörs "att man kan en speciell del av matematiken" i reell mening? Innebär det att kunna komma ihåg och återge påståenden muntligt eller skriftligt, att kunna använda regler och procedurer, att kunna tillämpa kunskap vid problemlösning, att kunna relatera matematiska idéer till andra aspekter av kunskap och kultur, eller någon annan förmåga?

Denna diskussion visar "att kunna matematik" måste ses i ett vidare socialt sammanhang. Det innefattar såväl matematikens natur och karakteristika som matematikundervisningens sociala kontext, dess mål och önskade resultat i termer av de lärandes färdigheter, attityder, förutsättningar och förmågor.

De stora frågorna om matematikens natur och karakteristika, som det redan skrivits så mycket om, (tex Ernest 1991, 1998; Skovsmose, 1994; Restivo, 1992) lämnar jag denna gång därhän. I stället fokuserar jag på matematikundervisningens sociala kontext och dess individuella resultat. Vad bör en person med idealt matematikkunskande kunna göra? Det finns naturligtvis inte ett enskilt svar på detta, inte ens om man utgår från ett enda perspektiv, utan många olika svar för olika samhällen, individer, åldrar, stadier och så vidare. Jag bortser här från skillnader mellan olika samhällen och ursprungsländer och fokuserar på ett idealiserat, utvecklat, postindustriellt, västligt demokratiskt land, säg Sverige (utan att mena att det är idealt i betydelsen perfekt). Likaså kommer jag att, i stället för att betrakta olika åldrar, tänka mig någon som är 16 – 18 år gammal och närmar sig, när eller just har passerat slutet på de obligatoriska skolåren. I stället för att se på olika individer med deras olika yrkesplaner och projekt, inklusive fortsatta högre studier för vissa och universitetsmatematik för en minoritet, fokuserar jag på allmänna frågor och vad de alla har gemensamt i sina grundläggande förutsättningar (anlag), förmågor med mera. Senare blir det dock nödvändigt att återkomma till frågan om de lärandes varierande motivation och yrkesplaner eftersom de aldrig kommer att uppfatta en kursplan i matematik som relevant om den inte tar hänsyn just dessa frågor.

Vad det innebär att kunna matematik i bemärkelsen att ha vissa matematiska förutsättningar och förmågor kräver ytterligare förklaring och diskussion. För mänskliga anlag och förmågor måste alltid ha ett ändamål för vissa aktiviteter, syften och funktioner. Säger jag därmed att ”ha kunskap i matematik” är att ha nyttig eller relevant kunskap? Svaret på detta är komplext, och för att förklara måste jag göra en noggrann åtskillnad mellan *nytt*a och *relevans*.

Som jag förstår termen, betyder nytta en snäv och begränsad användbarhet som kan påvisas omedelbart eller i det korta perspektivet, utan tanke på större sammanhang eller långsiktiga mål. Men använt på det sättet är nyttig ett adjektiv som döljer en ideologisk vinkling, för det används ofta mot en bakgrund av underförstådda men oftast inte redovisade värderingar. Det vill säga, det förutsätter det som av någon tyst majoritet eller maktkonstellation uppfattas som användbart eller önskvärt. Nyttoinriktade synpunkter på utbildningens syfte handlar om att vetenskap och teknologi använder matematikens språk och att industri, handel och lönsamma företag och aktiviteter baserar sig på matematik, vetenskap, teknologi och informationsteknologi. Sådana synsätt kommer alltid till slutsatsen att matematik och matematikutbildning är det som driver skapandet av rikedom och industriella framgångar.

Alltså, ju mer matematik (samt vetenskap, teknologi och informationsteknologi) som utbildningen innehåller, desto mer välmående kommer samhället att bli. Och det finns naturligtvis ett löst samband, eftersom mer välmående samhällen tenderar att investera mer i sina utbildningssystem, och följaktligen får eleverna i dessa studera mer av allt, inklusive matematik, vetenskap och teknologi – ibland även förhållandevis mer av dessa ämnen.

Kopplingen är dock inte så enkel, vilket många forskare har visat (Ernest, 1998; Niss, 1994; Skovsmose, 1994). Dessutom finns det andra icke avsedda, för att

uttrycka det välvilligt, resultat av en nyttoinriktad utbildning som betonar matematik, vetenskap, teknologi och informationsteknologi. Det är nämligen så, att beroende på sättet som dessa ämnen förmedlas, som snävt tekniska, så blir resultatet av en betoning av dessa ämnen att de lärande vänjer sig vid att stänga av, i verkligheten bortse från, värderingar och samhällsfrågor när det handlar om tekniska lösningar som bygger på matematik, vetenskap och teknologi. En sådan förmåga att hantera problem som rent tekniska, utan minsta tanke på dess mänskliga eller sociala följdverkningar är det normala när man bestämmer policy och fattar beslut inom affärsvärlden, och det blir också allt vanligare inom offentlig verksamhet och sjukvård.

Begreppet relevans kan användas som kontrast till begreppet nytta. Liksom nytta är relevans ett värdeladdat ord som betecknar vad en talare anser vara lämpligt. Ordet får därmed olika betydelser beroende på vem som använder det (Keitel, 1987). Relevans kan ses som en relation som har tre variabler: För det första en situation, en aktivitet eller ett objekt R (det som tillskrivs relevans), för det andra en person eller grupp P (som tillskriver R relevans) och för det tredje ett mål M (som här är ett uttryck för P:s värderingar). Objektet R sägs alltså vara relevant när P anser att det är det för att nå målet M. Skolmatematik (objektet R) anses av många politiker och utbildningsansvariga (gruppen P) vara ett relevant ämne med målet att öka befolkningens matematiska kompetens och teknologirelaterade yrkeskunskaper (vilket anses öka den ekonomiska tillväxten och den nationella välfärden). Det är typiskt, som i det här fallet, att när gruppen P hävdar att något objekt R är relevant menar man att det är universellt, det vill säga att P inkluderar alla förnuftiga varelser med gemensamma värderingar, inklusive uppnåendet av målet M.

En hel rad kursplaner, läroböcker och övningsböcker i matematik har och utgivits av författare som hävdar att de erbjuder "relevant" matematik. Detta innebär att författarna delar uppfattning (med åtminstone någon grupp) om skolmatematikens mål och syften. Sådana mål kan vara att den lärande ska ha de matematiska kunskaper och färdigheter som av gruppen bedöms nödvändiga för följande utbildningsstadier, framtida arbete och för bedömning och betygsättning. Sådana mål kan också bland mer progressiva grupper handla om att förmedla en bredare kulturell förståelse av matematik och att främja positiva attityder till matematik. Dessa olika mål leder till olika uppfattningar om relevans i matematikutbildningen. Det finns dock en uppfattning om relevans som saknas i denna diskussion, kanske den viktigaste. Det handlar om elevernas egna uppfattningar om relevans i skolmatematiken.

Det finns inget skäl att anta att de lärande betraktar kursplaner i matematik som relevanta bara för att utbildningsansvariga och politiska ledare gör det, eftersom de själva mycket väl kan ha delvis andra mål. Detta är ett problematiskt perspektiv för en vetenskaplig diskussion, för den kräver empiriska belägg för elevers uppfattningar om matematik och dess relevans för deras personliga mål. De belägg jag sett för elevers uppfattning om matematikens relevans eller nytta speglar dessutom den förhärskande retoriken kring vikten av och den höga värderingen av matematik i samhället. Assessment of Performance

Unit (1985) rapporterade till exempel lärandes attityder till matematik, inklusive deras uppfattningar om dess nytta och relevans. Alla studenter i de stora urvalen tillskrev matematiken en hög grad av nytta och relevans, oberoende av sina egna prestationsnivåer och attityder. Dessa spände över hela spektrat av indikatorer från glädje och självförtroende till betydande nivåer av matematik-ängslan för en minoritet. Dessa resultat tyder på att det inte var personlig relevans i det egna livet man rapporterade om, utan den inlärd sociala värderingen av matematik som viktig och användbar.

I nästa avsnitt diskuterar jag en rad olika mål för matematiklärande. Några är tydligt nyttoinriktade, såsom allmännyttig kunskap, praktisk arbetsrelaterad kunskap. Några är klart relevanta för studenters val och specialiseringar, såsom avancerad specialistkunskap. Andra är relevanta för den lärande som person eller framtida medborgare: att värdesätta och uppskatta matematik, matematiskt självförtroende samt social styrka och säkerhet genom matematik. Om de sista målen uppnås kommer den lärande att vinna uppskattning, självförtroende och stärkas socialt, och förhoppningsvis se dessa vinster som personligt relevanta.

Vad innebär det att kunna matematik?

Mot denna bakgrund ska jag nu ta mig an den centrala frågan: "Vad innebär det eller kan det innebära att kunna matematik?" Det kan innebära många olika saker. I tabell 1 särskiljer jag sex olika mål för undervisning och lärande av matematik och de förväntade resultaten i form av förmågor. Att uppnå dessa mål och utveckla de relaterade förmågorna ger några möjliga svar på frågan.

De sex målens ursprung finns i en analys jag gjorde av fem olika ideologiska grupperingar som utkämpade en strid om matematikkursplanen i Storbritannien under det sena 1980-talet och det tidiga 1990-talet (Ernest, 1991). Dessa fem gruppers sinsemellan motstridiga mål:

- 1 Att förvärva grundläggande matematiska färdigheter och god taluppfattning samt träning i social lydnad (auktoritär, inriktad på grundläggande färdigheter).
- 2 Att lära sig baskunskaper och kunna lösa praktiska problem med hjälp av matematik (industri- och arbetsrelaterad).
- 3 Att förstå och ha förmåga inom avancerad matematik, med någon form av uppskattning av matematik (inriktad på ren matematik).
- 4 Att nå självförtroende, kreativitet & uttrycksförmåga genom matematik (barninriktat progressiv).
- 5 Att stärka lärande som ger en matematiskt kompetent och kritisk medborgare (stärkande av socialt svaga och rättvisefrågor).

Efter att ha utvecklat detta slog det mig att om man tog bort de negativa konnotationerna inom några av målen och såg dem som komplementära i stället

för konkurrerande blir resultatet en värdefull listning av mål för matematiklärande. Ett önskvärt resultat fanns dock inte representerat i listan, nämligen uppskattning av matematiken i sig som ett kulturellt element. Så jag lade till en sjätte rad och listade dem, se tabell 1.

Tabell 1. *Olika undervisnings- och lärandemål och förmågor*

Mål	Relaterade matematiska förmågor
1. Nyttoinriktad kunskap	Att kunna uppvisa användbara matematiska färdigheter och en taluppfattning som räcker för att klara enklare arbete och att fungera i samhället.
2. Praktisk arbetsrelaterad kunskap	Att kunna lösa praktiska problem med matematik, speciellt industri- och arbetsinriktade problem.
3. Avancerad specialistkunskap	Att ha förståelse för och förmågor i avancerad matematik, med specialistkunskap utöver gängse skolmatematik från avancerad gymnasie matematik till universitets- och forskarsnivå.
4. Uppskattning av matematik	Att uppskatta matematik som disciplin inklusive dess struktur, inriktningar, matematikens historia och matematikens roll i kultur och samhälle i stort.
5. Matematiskt självförtroende	Att känna trygghet i personliga matematikkunskaper, kunna se matematiska samband och lösa matematiska problem samt att kunna skaffa nya kunskaper och färdigheter när det krävs.
6. Social styrka genom matematik	Att bli stärkt som kritisk medborgare genom matematikkunskap och god taluppfattning samt förmåga att använda denna kunskap i sociala och politiska verksamhetsområden.

Dessa sex olika lärandemål och förmågor behöver inte utesluta varandra, de är inte heller nödvändigtvis önskvärda för alla elever. Det första målet, förvärvandet av funktionell nyttoinriktad kunskap, kan tyckas vara ett grundläggande minimikrav för alla som lämnar skolan (förutom de som har något hindrande handikapp). Att kunna uppvisa användbara matematiska färdigheter och en taluppfattning som räcker för att klara enklare anställning eller fungera i samhället är helt klart ett viktigt om än otillräckligt mål.

Hur nödvändigt ett sådant krav på resultat av skolans utbildning än är, är det långt ifrån tillräckligt. Aristoteles rekommenderade utbildning i musik och vetenskap (främst matematik) för barn, "inte för att det är användbart eller nödvändigt, utan för att det är "generöst och ädelt". Han tillägger: "Att överallt söka efter nytta passar inte alls för personer som är stora i anden och fria". Jag återkommer till aspekter av matematikkunnande som är ädla och främjar andens storhet, liksom till sådana som främjar frisinne (liberality) och frihet. Jag kan i förbigående konstatera att det finns en aspekt av Aristoteles uttalande som jag inte ansluter mig till. På hans tid fanns det människor, slavar närmare bestämt, som inte var "stora i anden och fria". Men i våra moderna jämlika och

demokratiska samhällen tror jag att alla kan eftersträva "ädel tillstånd och andens storhet". Detta mål motsvarar kanske den europeiska *Bildung*-traditionen, utbildning och utveckling av en individ i en helhet som innefattar både intellekt och själ.

Den andra sortens förmåga är att kunna lösa praktiska problem med matematikens hjälp, särskilt industri- eller arbetsrelaterade problem. Detta är inte nödvändigt för alla människor, för problemens djup och art kommer att variera med olika anställningar. Dessutom har de flesta yrken som kräver specialiserad problemlösning med matematik också en specialiserad utbildning för detta.

Man skulle kunna argumentera starkt för att skolan ska ge den grundläggande förståelse som ytterligare specialistkunskap kan bygga vidare på. Detta handlar dock inte bara om att behärska ett innehåll eller ens de underliggande begreppen. Det finns också frågor om attityder till matematiklärande, inklusive det egna jaget som en trygg lärande, liksom uppskattningen av matematikens roll i de sociala funktioner och system som vardagslivet grundar sig på. På så sätt kan denna förmåga samverka med andra som diskuteras nedan.

Den tredje, specialistkunskap och färdigheter i avancerad matematik utöver den vanliga skolmatematiken är något som, enligt min uppfattning, inte är ett nödvändigt mål för alla vuxna. Det är önskvärt och behövligt för en minoritet av studenter för fortsatta studier i matematik eller matematikberoende högre studier. Utöver denna minoritet skulle jag vilja påstå att det är bättre för övriga att värdesätta och uppskatta matematik och ha självförtroende snarare än specifik avancerad matematisk kunskap. Detta är inte ett elitistiskt synsätt, för ingen behöver känna sig utesluten från fortsatta och avancerade matematikstudier. De kan komma tillbaka. Alla önskar dock inte fortsätta med matematik till avancerade nivåer, och jag tycker inte att det ska vara obligatoriskt.

De ovanstående tre kategorierna utgör dimensioner av användbar eller nödvändig matematik, för alla eller för vissa, främst för arbetets eller samhällets skull, ur ett ekonomiskt perspektiv.

Följande tre kategorier bidrar inte lika direkt till samhällsnytta. I stället menar jag att de har mer att göra med personlig, kulturell och social relevans, även om de på sikt medför vissa fördelar i användning. De är också mindre diskuterade eller prioriterade dimensioner av matematikkunskande i litteraturen, i synnerhet politikernas och kursplaneförfattares officiella litteratur.

För det fjärde har vi att värdesätta och uppskatta matematik, både som disciplin och särskilt kunskapsområde, inklusive dess struktur och inriktningar och som ett centralt element i människans historia, kultur och samhälle. De flesta matematiklärare på alla nivåer behandlar det som ett rent tekniskt ämne, med en komplex uppsättning abstrakta verktyg snarare än som en del av kulturen. De som är intresserade av matematiken som helhet inser hur rik denna värdegrund kan vara och hur det faktiskt gör matematiken mer tillämpbar genom att se dess samband med alla andra kunskapsområden och aktiviteter. Att värdesätta matematik på detta sätt leder också till en uppskattning av de olika disciplinernas inbördes samband i all mänsklig kunskap. Jag kommer att gå närmare in på matematikens värdegrund och vad det kan betyda.

För det femte, den mest direkt personliga dimensionen som behandlas här rör matematiskt självförtroende. Det handlar om tilltron till sina egna matematik-kunskaper, att vara fri från negativa attityder till matematik och att därför kunna söka efter och se matematiska samband och lösa matematiska problem och vara trygg i sin förmåga att skaffa nya kunskaper och färdigheter när det krävs för någon uppgift eller aktivitet. Detta är inte en del av matematiken som den lärande behöver "kunna". Det är ett personligt sätt att förhålla sig till sådant kunnande som ger människor styrka och förmåga att erövra och utöka sin kunskap och att ha nöje av processen.

Matematik är vida känt som ett ämne som det är svårt att lyckas i. Det finns visserligen en del inneboende svårigheter i matematik (dess många abstraktionsnivåer, avsaknaden av samband mellan matematiska procedurer och begrepp), men dessa svårigheter förvärras av en hel mängd negativa och falska konnotationer som resulterar i att den lärandes självförtroende blir lidande. Dessa konnotationer inbegriper filosofiska aspekter, såsom absolutistiska synpunkter på matematik och matematisk sanning, genderkonnotationer (matematik är ett maskulint ämne), hierarkiska och sociala aspekter (matematik har gjorts tävlingsinriktat och används som socialt filter) och så vidare.

Även om de oftast försummas i kursplanearbete (utöver en läpparnas bekännelse), men ändå är av stor betydelse, är attityder väl undersökta i litteraturen, och jag ska inte ytterligare utforska dem här. Jag ska dock säga det uppenbara, nämligen att positiva attityder inte kan undervisas direkt. De är indirekta produkter av många faktorer, inklusive personliga, familjerelaterade, sociala och kulturella faktorer. Ett av de viktigaste bidragen till attitydskapandet är sättet och stilen som matematiken undervisas på, i hur hög grad elevernas intresse fångas i klassrummet och hur känslomässigt tryggt eleverna upplever klassrummet som lärandemiljö. Att ta itu med dessa sätt att skapa attityder minimerar också de hinder som matematikens inbyggda svårigheter erbjuder de lärande.

Självförtroende och positiva attityder till matematik har en stärkande inverkan på den lärande och andra. Den sjätte aspekten av kunskap och förmåga handlar om att stärkas socialt. Detta är en annan form av styrka som också är beroende av en persons självförtroende. Det innebär att bli stärkt genom tillgång till matematiskt kunnande och vara en matematiskt kompetent, kritisk samhällsmedborgare som kan använda denna kunskap i personliga, sociala och politiska verksamheter, för att förbättra både det egna jaget och det demokratiska samhället. Jag och andra har undersökt detta i andra sammanhang (Ernest, 2001; Frankenstein, 1983; Skovsmose, 1994) och det kommer att förekomma i fortsättningen som en dimension av en bred föreställning om att värdesätta matematik.

Att värdesätta matematik

Den första fråga som behöver besvaras är följande: "Vad betyder eller vad kan det betyda att värdesätta matematik?" Det finns en användbar analogi mellan matematisk förmåga och värdesättande av matematik å ena sidan och studier av språk och litteratur å andra sidan. Matematisk förmåga är som att kunna

använda språket effektivt för att kommunicera muntligt och skriftligt. Att värdesätta matematik liknar studiet av litteratur såtillvida att det handlar om matematikens kulturella och historiska betydelse och att matematikens kulturella redskap förstås i den kontexten, precis som stora och viktiga texter inom litteraturen. Enligt min uppfattning bör en preliminär analys av vad värdesättandet av matematik i bred mening innebär, beröra följande aspekter av matematisk medvetenhet: Liv och arbete, kultur, kritiskt medborgarskap som disciplin, historia och filosofi samt några av dess stora idéer.

Liv och arbete

Den första aspekten av att värdesätta matematik är att bli medveten om hur och i vilken utsträckning matematiskt tänkande genomsyrar vardagslivet, livet på fabriksgolvet och dagspolitiken. Detta är inte bara nyttoinriktad matematik-kunskap utan ger också en insikt i hur viktig matematiken är inom handel och ekonomi (t ex aktiemarknaden), telekommunikation, informations- och kommunikationsteknologi och så vidare, samt något av den roll den spelar för att framställa, koda och visa information så som den används i hela samhället. Det innefattar också en medvetenhet om hur matematiken ständigt blir alltmer väsentlig för, men också djupare och mer osynligt invävd i, alla aspekter av vårt vardagsliv och våra erfarenheter. Om vi inte har en känsla för detta kan vi inte behärska våra liv och våra vardagsaktiviteter.

Kultur

Att ha känsla för matematik, som centralt element i kulturen, konsten och livet, nu och i det förflutna, som genomsyrar och understödjer vetenskap, teknologi och alla aspekter av mänsklig kultur, är en central del i att värdesätta matematik. Det kan vara allt från att tillämpa matematiska begrepp som symmetri till att förstå element i konst och religiös symbolik eller hur modern fysik och kosmologi är beroende av algebraiska ekvationer som Schrödingers vågekvation eller Einsteins $E = mc^2$. En mängd ytterligare exempel skulle kunna anföras här, och den lärande har rätt att känna till dem som en del av sitt kulturella arv.

Kritiskt medborgarskap

Värdesättande inbegriper att ha en kritisk förståelse av hur matematik används i samhället; att identifiera, tolka, värdera och kritisera den matematik som är inbäddad i sociala, kommersiella och politiska system och påståenden, allt från annonser från den finansiella sektorn till regeringens eller olika intressegruppers uttalanden. Matematik används flitigt för att formulera och underbygga påståenden, och användning ger en auktoritet åt annonser, rapporter och uttalanden. Varje medborgare i det moderna samhället behöver kunna analysera, ifrågasätta, kritisera och förstå den begränsade giltigheten i användningen och vid behov kunna avvisa falska eller missvisande påståenden. Detta är nödvändigt både för att försvara medborgarnas egna rättigheter och intressen och för att skydda de svagaste i samhället som inte förmår detta själva. Ytterst är en sådan förmåga ett livsviktigt bålverk till skydd för demokratin och det

humanistiska och civiliserade samhällets grundläggande värden. Se tex (Ernest, 2001; Frankenstein, 1983; Skovsmose, 1994).

Som disciplin

Att kunna förstå matematikens huvudinriktningar och begrepp och att ha en känsla för deras samband, inbördes beroende och matematikens helhet är ett annat nyckelelement i att värdesätta matematik. Eftersom i stort sett alla i den utvecklade världen ägnar många år åt att studera matematik borde de mot slutet av sina studier ha någon föreställning, om än begränsad, av matematik som disciplin. Matematik är en central beståndsdel i kulturen och fler människor skulle behöva inse att matematik handlar om mer än tal och det som undervisas i skolan.

Historia

Att vara medveten om matematikens utveckling, de sociala kontexter där matematiska begrepp har sitt ursprung, dess symbolism, teorier och problem är viktigt i sig, lika väl som för att stärka studier av matematik. Matematikens utveckling är oskiljbar från de viktigaste historiska utvecklingarna, från de gamla samhällena i Mesopotamien, Egypten och Grekland (tal och beskattning och bokföring, geometri och lantmåteri) via medeltidens Europa och Mellanöstern (algoritmer och handel, trigonometri och navigation, mekanik och ballistik) till den moderna eran (statistik och jordbruk, biologi, medicin, försäkring, logik och digitalteknik, media, telekommunikation).

Filosofi

Att förstå de sätt varpå matematisk kunskap etableras och säkerställs genom bevis, men också att det finns åtskilliga synsätt på matematikens natur och kontroverser kring filosofiska grunder för kunskapen är en annan del av värdesättandet av matematik. Att argumentera och övertyga används mer än någonsin, och en viss förståelse för logik, bevis och tillhörande felslut, liksom styrka och begränsningar inom matematiken är nödvändig för en medborgare i det moderna samhället. Dessutom är den matematiska kunskapens natur och grundvalar avgörande för förståelse av epistemologi och hävdandet av kunskap i allmänhet. Att vara medveten om kontroverser kring matematikens grunder stödjer en mer kritisk attityd till den samhälleliga användningen av matematik och förkastandet av det godtroga sätt som innebär att allt matematiskt tillskrivs visshet.

Matematikens stora idéer

Slutligen krävs för att värdesätta matematik en kvalitativ förståelse av några av matematikens stora idéer såsom oändlighet, symmetri, struktur, rekursion, bevis, kaos, slump osv. Detta är en förståelse av matematiken som ett ädelt, estetiskt ämne som, med Aristoteles ord, "talar till själen". Det innehåller några av människans djupaste och mest abstrakta spekulationer inklusive underbara kristallklara världar av förnuft och fantasi med idéer som kaos, oändligheter, paradoxer, logik och begrepp som rymd, bevis, harmoni, symmetri, mönster och

struktur i dess renaste former. Matematiken är en skattkammare som innehåller många av de djupaste, mest spännande och kraftfulla idéer som uppfunnits av mänskligheten, och att få tillgång till dessa gör inte endast att människans tänkande och föreställningsförmåga vidgas, utan erbjuder också den vetenskapliga motsvarigheten till poesi och ger upplyftande och uppbyggliga erfarenheter som kan mäta sig med religiösa sådana, men oberoende av tro.

I korthet innebär att värdesätta matematik en mycket bred förståelse för och medvetenhet om dess natur och värde inom hela den mänskliga kulturen liksom insikt i och förmåga att kritisera dess samhälleliga användning. Först då kan man säga att människor har fått det som är deras rätt, matematikens rika kulturarv. En sådan uppskattning av matematiken underlättar självständigt tänkande som beaktar frågornas större sammanhang och implikationer likaväl som mer detaljerade överväganden för att göra balanserade bedömningar.

Är sådana inslag av att värdesätta matematik möjliga för skolan? Man ska inte ha förutfattade meningar om vad som är lämpligt eller begripligt för skolbarn. Ett av argumenten mot att uppmuntra till värdesättande av de stora idéerna som t ex oändligheten är att det är för svårt för skolbarn. Många intresserade 8- eller 10-åringar kan dock gladeligen diskutera rymdens oändlighet eller att det inte finns något slut för de naturliga talen. Jag tror att det är vår föreställning om skolmatematik som begränsar de lärandes värdesättande, inte deras förmågor. Mitt förslag innebär att vi förändrar våra föreställningar om matematikens roll i den obligatoriska skolan för att uppnå något i stil med *Bildung*, som en hjälp att utveckla eleven som hel människa, med alla sina förmågor och möjligheter utvecklade som en helhet, snarare än utbildning som någonting nyttigt.

Jag har hävdad att matematikkunnande i djupaste mening innebär utvecklandet av en uppskattning av matematik så som jag skisserat här ovan. Det jag har skrivit speglar min kärlek till matematiken. Men trots den kärlek till matematik som de flesta matematiklärare, utbildare och matematiker känner verkar man inte för främjandet av ett värdesättande av matematik som ett mål för matematikundervisningen. Man kan därför påstå att många professionella matematiker både undervärderar sitt ämne och underskattar elevernas förmåga att uppskatta det. Matematik är nyttigt, och mer än så, underbart. Men den behöver också göras relevant för elevernas egna liv och strävanden så att de kan dela denna syn. Detta kan delvis göras genom att entusiastiska lärare och spännande resurser främjar inslag av värdesättande. Men det måste också göras genom att engagera eleverna i matematikprojekt som anknyter till deras personliga erfarenheter, liv, intressen, fritidsaktiviteter och strävanden. Om man utgår från min analys av begreppet relevans är det omöjligt att framtvunga känslor av relevans, det är en oxymoron. För att elever ska se relevans i sina matematiska aktiviteter krävs en öppen pedagogik som har känsla för deras uttalade intressen och önskemål. Därutöver måste den ge utrymme för och respektera deras röster, attityder, funderingar och även avvikande åsikter. En verkligt relevant matematikkursplan (dvs som eleverna uppfattar som relevant för deras intressen och mål) kräver att man förhandlar sig fram till en balans mellan vad matematikutbildare ser som värdefullt, vad staten kräver för betygsättning i matematik och sist men inte minst, elevernas egna intressen, mål och val.

Aktiviteter

Följande aktiviteter är ett urval som visar hur en aktuel händelse, ovanligare innehåll (religion och handel) och elevers egna intressen och erfarenheter (projektarbete) kan införas i klassrummet för lite äldre elever. Syftet är att föreslå att läraren ska skapa egna aktiviteter för utveckling av uppskattning av matematiken som ett komplement till skolans standarduppgifter. Uppgifterna ska bara tjäna som illustration, och syftet är att de ska utvecklas, förändras, utvidgas och kompletteras som resultat av elevernas och lärarnas egna intressen och idéer.

USA:s kostnader för Irak-kriget

USA:s kostnad för kriget i Irak 2003 uppskattades 15:21 tisdagen den 9 maj 2006 till \$279,438,097,204 (från www.costofwar.com/). Undersök på webbplatsen hur höga kostnaderna är i detta ögonblick.

Every gun that is made, every warship launched, every rocket fired, signifies in the final sense a theft from those who hunger and are not fed, those who are cold and are not clothed.

(Dwight D Eisenhower, 16 april 1953)

Krig påverkar alla, inte bara dem som är direkt inblandade i striderna. Denna webbsida är ett enkelt försök att visa en av de mer kvantifierbara effekterna av kriget, den finansiella börda det lägger på de amerikanska skattebetalarna. Hur kom författarna fram till dessa tal/summor? Förklara. Varför stiger de så snabbt? Vad kunde man annars ha spenderat pengarna på? Här är 6 möjliga områden. Underlag finns på webbsidan.

- 1 Hur stor är kostnaden per barn i förskoleprogrammet Head Start?
 - 2 Hur stor är kostnaden per barn och år i programmet Children's Health Care?
 - 3 Hur stor är kostnaden per enhet i programmet Affordable Housing?
 - 4 Hur stor är kostnaden per år för en extra lärare?
 - 5 Hur stor är kostnaden för ett fyraårigt College-stipendium?
 - 6 Hur stor är kostnaden för att ställa om en bil till naturgasdrift?
- Hur skulle en förnuftig fördelning av utgifter inom dessa 6 olika områden se ut? Motivera! Skulle du behöva alla pengarna?
 - Vad kan USA tjäna på kriget? Vad kan man få igen på utgifterna ovan? (Ta med i beräkningen intäkter relaterade till olja, ombyggnader och ny handel. Gör de bästa skattningar du kan och motivera dem).
 - Om kriget var billigare, skulle det rättfärdiga det?
 - Om USA kunde göra en vinst på kriget under en period på tex 10 år, skulle det rättfärdiga det?

Undersökningar och projekt

Låt eleverna i smågrupper välja egna ämnen att undersöka från följande lista, eller från egna projekt. De bör utveckla egna undersökningsmetoder, samla in fakta, göra utställningar (affischer, modeller osv) och presentera projektresultat för klassen. Uppmuntra dem att presentera sina resultat för skolan, på föräldramöten osv. Om deras projekt är av lokalt intresse kan man uppmana dem att presentera sina rön på lokalradio eller TV och att publicera resultaten i lokalpressen. Detta är en service gentemot samhället och visar också eleverna att deras skolprojekt värdesätts av världen utanför skolan, se tex (Ernest, 1986; Mellin-Olsen, 1987).

Ämnesförslag

Miljö

- Lokal kartläggning av butiker, olika typer inklusive välgörenhetsbutiker och stängda butiker, förändringar över åren.
- Kartläggning av parker och lekplatser: typer, storlek, säkerhet.
- Kartläggning av hemlösa: lokal och nationell statistik.
- Analys av fakta från olycksdrabbade platser.
- Borde det finnas fler lekparker, skolor och butiker i nya bostadsområden? Är butiker, postkontor och brevlådor lämpligt placerade? Vad händer med lokala gator när nya bostadsområden byggs.
- Hur mycket kostar det att bygga ett hus i området? Hur mycket säljs det för?
- Miljöförstöring, skövling av regnskogen, lokala och nationella kostnader för återvinning – är det verkligen lönt att åka till återvinningsstationen?
- Hur mycket papper används i skolan, länet, landet? Hur mycket återvinns?
- Bensinförbrukning – hur stora föroreningar ger olika bilar? Vem orsakar mest förorening? Vem kör de mest förorenande bilarna? Vilka länder förorenar mest? Vilka länder drabbas värst?
- Diskutera och ifrågasätt kontroversiell statistik om miljön osv. Blir jorden varmare? Stiger havsnivåerna? →

Hälsa och friskvård

- Gör en undersökning om bruk av och åsikter om
 - i) rökning
 - ii) alkohol
 - iii) partydroger i klassen, i skolan, på gatan.
- Gör en analys av dödlighet och förväntad livslängd i samhällsklasser, länder, regioner, världen.
- Uppskatta sjukvårdens årliga kostnader för behandling av patienter som lider av sjukdomar relaterade till rökning.
- Ta reda på vinsterna för världens tre största tobaksbolag.
- Varför röker människor när man vet att rökning dödar?
- Hur stora vinster gör tobaksindustrin för varje person som dör av lungcancer orsakad av rökning?

Politiska fakta

- Diskutera det nationella röstnings- och valsystemet. Är det rättvist? Finns det bättre sätt? Är det möjligt att utveckla ett rättvist system? Pröva olika sätt att rösta.
- Analysera statistik när det gäller anställning, utbildning, psykisk hälsa, fängelser, med avseende på etniskt ursprung.
- Undersök sambandet mellan kön och studieframgångar. Är de rättvisa?
- Undersök könsstereotyper i annonser och tidningar.
- Gör en jämförelse nationellt och i andra länder av utgifterna för utbildning, hälsa, försvar, bistånd osv.
- Hur mäts inflation?
- Analysera arbetslöshetssiffrorna med hänsyn till region, utbildning, socialgrupp, kön.

Symboler

Undersök de stora världsreligionerna (tex islam, kristendom, hinduism, judendom, taoism, buddhism osv) för att identifiera deras viktigaste symboler.

Samla dessa symboler.

Undersök symmetrin i symbolerna. Beskriv dem noggrant, med diagram.

Diskutera varför ni tror att man har valt symboler med sådana symmetrier. Vilka religiösa idéer kan sådana symmetrier uttrycka?

Samla några storföretags logotyper (tex biltillverkares logotyper).

Hur skiljer de sig från eller hur liknar de religiösa symboler? Hur skiljer sig deras syften? Förklara.

Referenser

- Assessment of Performance Unit (1985). *A review of monitoring in mathematics 1978 to 1982*. London: Department of Education and Science.
- Ernest, P. (1986). Statistics and the media. *Mathematics in school*, 15 (3), 14 – 15.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany, New York: State University of New York Press.
- Ernest, P. (2001). Critical mathematics education. I P. Gates (Red), *Issues in mathematics teaching*, (s 277 – 293). London: Routledge/Falmer.
- Frankenstein, M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire's epistemology. *Journal of Education*, 165 (4), 315 – 339.
- Keitel, C. (1987). A glance at SMP 11 – 16 from a distance. I A.G. Howson, (Red), *Challenges and responses in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mellin-Olsen, S. (1987). *The politics of mathematics Education*. Dordrecht: Reidel.
- Niss, M. (1994). Mathematics in society. I R. Biehler, R.W. Scholz, R. Straesser & B. Winkelmann, (Red), *The didactics of mathematics as a scientific discipline*, (s 367 – 378). Dordrecht: Kluwer.
- Restivo, S. (1992). *Mathematics in society and history*. Dordrecht: Kluwer.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.