

Matematik

Utbildningen i ämnet Matematik bygger vidare på kunskaper motsvarande grundskolans och innebär såväl breddning som fördjupning av ämnet.

Utbildningen skall ge eleven möjlighet att fördjupa sina kunskaper i matematik samt utveckla en matematisk beredskap för ett livslångt lärande vad gäller studier, yrkesliv, medborgarskap och vardagsliv. Den matematiska beredskapen innefattar att förstå begrepp och begreppsliga samband, att hantera problem och modellera, att behärska procedurer och rutinuppgifter, att kommunicera och argumentera samt att förstå matematikens relevans och historiska utveckling.

Kunskaper i matematik är av stort värde för att självständigt kunna analysera, värdera och ta ställning i frågor som är angelägna för ett aktivt medborgarskap i en demokrati. Kommunikation med hjälp av matematikens symboler och andra representationer är likartad över hela världen och kunskaperna är därför gångbara även internationellt.

Utbildningen skall ge eleven en bild av matematiken som en mänsklig tankekonstruktion som utvecklats i samspel med naturvetenskapliga, tekniska och samhällsrelaterade tillämpningar. Matematiken innehåller en omfattande och stabil teori- och metodbildning och är i ständig utveckling. Den har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer och har utvecklats såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan.

Matematiken är sedan länge ett av naturvetenskapens främsta verktyg, men är idag också ett viktigt verktyg inom ekonomi och samhällsvetenskap. Matematiken får en snabbt växande betydelse bland annat för kommunikation i vid mening och för hur vi organiserar samhället vad gäller till exempel bankväsende, transportsystem, stadsplanering och handel. Även vår bildmässiga värld blir alltmer beroende av matematiska modeller, till exempel vid animationer, simuleringar och konstruktion av virtuella miljöer.

Undervisningen i ämnet Matematik skall ge relevans genom tillämpningar och modellering utifrån vald studieinriktning så att både karaktärsämnen och matematikämnet stärks, men skall också ge matematiken en inre mening genom att främja elevens fascination, upptäckarglädje, kreativitet och logiska förmåga.

I vår tid har tillgången på tekniska hjälpmedel som datorer samt grafitande och symbolhanterande räknare delvis förändrat matematikundervisningen. Såväl numeriska, grafiska som algebraiska metoder kan utnyttjas på ett sätt som tidigare varit omöjligt och nya typer av mer komplexa problem kan behandlas. Dynamisk programvara kan användas för att fördjupa begreppsförståelse och analysera problemställningar. Nya möjligheter till undersökande, experimenterande, upptäckande och problemlösningsarbetssätt skall utnyttjas, vilket också ställer nya krav på omdöme och kritisk granskning av förutsättningar, metoder och resultat.

Undervisningen skall utformas så att eleven får möjlighet att tillgodogöra sig det centrala innehållet i valda kurser och utveckla en samlad matematisk beredskap grundad på fem förmågor vars innebörd beskrivs nedan.

Elevens förmåga att förstå och använda matematikens begrepp är fundamental för framgång i arbetet. I undervisningen skall eleven få möjlighet att utveckla förståelse av begrepp och deras inbördes samband i ett samspel mellan teoretiska kunskaper och olika matematiska aktiviteter, där variation är nyckeln till fördjupad begrepps-förståelse.

Elevens förmåga att hantera problem och modellera skapar självförtroende, mening och relevans åt ämnet. I undervisningen skall eleven få möjlighet att analysera problem, välja lämplig lösningsmetod samt genomföra och värdera sina lösningar, både med och utan tekniska hjälpmedel. Eleven skall också få modellera problemsituationer, avkoda och värdera modeller, formulera egna problem och använda sin matematiska kreativitet inför utmanande problem.

Elevens förmåga att använda procedurer och lösa rutinuppgifter främjar säkerhet, precision och effektivitet och samspelar med problemlösning och begrepps-förståelse. I undervisningen skall eleven få möjlighet att utveckla procedurkunnande samt när och hur olika procedurer ska användas på ett flexibelt och omdömesgillt sätt, såväl med som utan tekniska hjälpmedel.

Elevens förmåga att kommunicera och argumentera befäster begrepps-förståelse och samverkar med matematikens logiska uppbyggnad. I undervisningen skall eleven få möjlighet att tolka och använda matematikens språkliga uttryck, symboler och övriga representationsformer som till exempel grafer och diagram. Dessutom skall eleven få resonera i tal och skrift, samt argumentera logiskt och genomföra bevis. Undervisningen skall präglas av argumenterande samtal mellan lärare och elev och mellan elever.

Elevens förmåga att knyta an matematiken till omvärlden ger ämnet vidgat värde och relevans. I undervisningen skall eleven få möjlighet att upptäcka matematiken i ett yrkesmässigt, samhällsligt och historiskt sammanhang där dess möjligheter och begränsningar blir tydliga. Aktuella exempel på väsentlig information med matematikinnehåll skall hämtas från dagstidningar, tidskrifter och andra media. Det historiska perspektivet får bland annat eleven att identifiera sitt eget arbete med de svårigheter och framgångar som mänskligheten tidigare haft inom matematikområdet. Undervisningen skall visa matematiken som en del av en större helhet och vidga dess syfte från att vara enbart ett skolämne till att bli ett bildningsämne för elevens livslånga lärande.

Ämnet Matematik är ett kärnämne och ingår i alla program.

Mål för ämnet

Målet för undervisningen i ämnet är att eleven, utifrån det centrala innehållet, skall:

- utveckla förmåga att förstå och använda sig av matematiska begrepp och se sambanden mellan olika begrepp,
- utveckla förmåga att, såväl med som utan tekniska hjälpmedel, hantera och lösa matematiska problem, värdera lösningar samt modellera problemsituationer,
- utveckla förmåga att använda procedurer och lösa rutinuppgifter med och utan tekniska hjälpmedel,
- utveckla förmåga att föra resonemang samt kommunicera och argumentera logiskt såväl språkligt som med hjälp av matematikens symboler och övriga representationer, samt
- utveckla förmåga att sätta in sina kunskaper i matematik i ett större historiskt, yrkesmässigt och samhällligt sammanhang samt i relation till karaktärsämnena.

Bedömning och betygsättning

Bedömningen skall omfatta de fem förmågor som anges i målen för ämnet och sättas i relation till det centrala innehållet.

Grunder för bedömning

Begrepp och samband

Bedömningen gäller med vilken kvalitet eleven använder sig av och definierar matematiska begrepp samt beskriver och utnyttjar samband mellan olika begrepp.

Problem och modellering

Bedömningen gäller med vilken kvalitet eleven analyserar, väljer metod samt löser matematiska problem, med och utan tekniska hjälpmedel. Med problem avses en uppgift där eleven själv måste konstruera delar eller hela det resonemang som leder fram till en lösning. I bedömningen ingår även hur eleven kritiskt värderar valda metoder och resultat, samt hur eleven tolkar, utformar och värderar matematiska modeller för olika situationer. Vidare gäller bedömningen med vilken kvalitet eleven formulerar egna matematiska problem.

Procedurer och rutinuppgifter

Bedömningen gäller med vilken kvalitet eleven använder procedurer och löser rutinuppgifter med och utan tekniska hjälpmedel. Med rutinuppgift avses en uppgift som kan lösas med en för eleven redan välbekant procedur. Omdöme och kunnande vid val av procedurer är en viktig bedömningsgrund liksom tydlighet, noggrannhet och säkerhet.

Kommunikation och argumentation

Bedömningen gäller med vilken kvalitet eleven kommunicerar muntligt och skriftligt, såväl språkligt som med hjälp av matematikens symboler. Här ingår även hur eleven lyssnar till, följer och prövar andras förklaringar och logiska argument samt elevens förmåga att läsa och tillgodogöra sig matematisk text. Vidare gäller bedömningen med vilken kvalitet eleven resonerar, deltar i argumenterande samtal och genomför bevis.

Sammanhang och relevans

Bedömningen gäller med vilken kvalitet eleven sätter in sina kunskaper i ett större sammanhang vad gäller yrkesliv, samhällsliv och historik, samt hur eleven relaterar sina kunskaper till vald studieriktning.

Betygskriterier

Kriterier för betyget Godkänt

Eleven använder elementära begrepp och ger en ungefärlig innebörd av begreppen.

Eleven väljer metod och löser begreppsmässigt enkla problem, såväl med som utan tekniska hjälpmedel, samt modellerar enkla situationer och värderar sina resultat i de olika fallen.

Eleven väljer och använder lämpliga procedurer i vanligt förekommande sammanhang och löser rutinuppgifter, såväl med som utan tekniska hjälpmedel.

Eleven tolkar och använder centrala ord, figurer och symboler samt motiverar lösningar och resultat med vardagligt språk.

Eleven ger exempel på hur kunskaperna i matematik kan tillämpas i ett större sammanhang samt i studieriktningen.

Kriterier för betyget Väl godkänt

Eleven använder med säkerhet centrala begrepp, samt beskriver tydligt begreppens innebörd och samband med andra begrepp.

Eleven analyserar, väljer metod och löser med säkerhet problem, såväl med som utan tekniska hjälpmedel, samt modellerar situationer och värderar sina resultat i de olika fallen.

Eleven väljer och använder med säkerhet procedurer som är typiska vid lösning av olika slag av rutinuppgifter samt hanterar aritmetiska och algebraiska uttryck, såväl med som utan tekniska hjälpmedel.

Eleven kommunicerar med hjälp av matematikens ord, figurer och symboler i tal och skrift, argumenterar i flera steg för lösningar och resultat, samt följer och prövar bevis och andras argument.

Eleven relaterar sina kunskaper i matematik till exempel från tillämpningar i studieriktningen, i yrkesliv och samhällsliv samt från matematikens historia.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

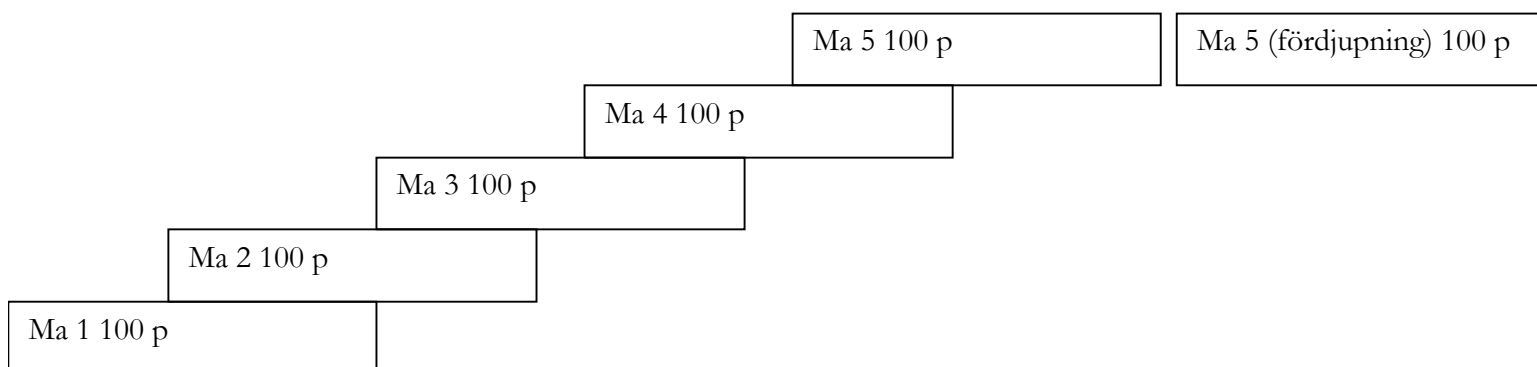
Eleven använder och definierar med precision och överblick centrala begrepp samt förklarar logiskt sambanden mellan olika begrepp.

Eleven analyserar och löser begreppsmässigt avancerade problem såväl med som utan tekniska hjälpmedel, formulerar egna problem, samt modellerar komplexa situationer och värderar kritiskt sina resultat och använda metoder i de olika fallen.

Eleven väljer och värderar med omdöme procedurer i nya sammanhang, såväl med som utan tekniska hjälpmedel, har förståelse för procedureernas konstruktion, samt hanterar för området komplexa aritmetiska och algebraiska uttryck.

Eleven argumenterar logiskt för lösningar och påståenden med ett korrekt matematiskt språkbruk i tal och skrift, prövar och vidareutvecklar andras argument samt genomför på egen hand bevis.

Eleven relaterar sina kunskaper i matematik till exempel från tillämpningar i studieinriktningen, i yrkesliv och samhällsliv samt från matematikens historia och diskuterar med omdöme de valda exemplens relevans.

Ämnets uppbyggnad

Ämnet Matematik består av sex kurser. Kurserna bygger på varandra.

Matematik 1, 100 poäng, är en kärnämneskurs och läses av alla program. Kursen bygger vidare på kunskaper motsvarande grundskolans utbildning i matematik.

Matematik 2, 100 poäng, bygger vidare på kursen Matematik 1. Kursen ingår som gemensamt karaktärsämne på Naturvetenskapsprogrammet, Samhällsvetenskapsprogrammet och Teknikprogrammet.

Matematik 3, 100 poäng, bygger vidare på kursen Matematik 2. Kursen ingår som gemensamt karaktärsämne på Naturvetenskapsprogrammet och Teknikprogrammet.

Matematik 4, 100 poäng, bygger vidare på kursen Matematik 3. Kursen är obligatorisk på Naturvetenskapsprogrammets inriktning Natur.

Matematik 5, 100 poäng, bygger vidare på Matematik 4. Kursen är valbar.

Matematik 5 (fördjupning), n·100 poäng, bygger vidare på matematik 4. Matematik 5 (fördjupning) kan läsas flera gånger med olika kursinnehåll som konkretiseras på skolan. Skolans konkretisering skall i dessa fall bifogas till slutbetyget. Kursen är valbar.

Matematik 1 kärnämnet, 100 poäng

Kursen skall bidra till att eleven utvecklar kunskaper i matematik för ett aktivt medborgarskap. Kursen skall också bidra till att eleven utvecklar och levandegör kunskaper i matematik i samverkan med den valda studieinriktningen.

De fem matematiska förmågorna skall utvecklas med hjälp av följande centrala innehåll:

- beräkningar med reella tal skrivna på bråkform, decimalform och grundpotensform samt beräkningar med potenser med heltalsexponent, såväl med som utan tekniska hjälpmedel,
- användning av kalkylprogram i olika relevanta sammanhang,
- representationer av statistiska data, olika lägesmått och spridningsmåttens variationsbredd och kvartiler, samt kritisk granskning av hur statistik används i media,
- beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg, inklusive grundläggande kombinatorik, samt uppskattningar av sannolikhet via studier av relativa frekvenser, samt exempel från spel, koder och riskbedömning,
- begreppet index samt modeller och metoder för att beräkna ränta och amortering för olika typer av lån, avbetalningar och kreditkort,
- talsystemets utvidgning och talens representationer från naturliga tal till reella tal ur ett historiskt perspektiv,
- tillämpning och modellering utifrån karaktärsämnenas behov,
- geometriska begrepp relevanta för vald studieinriktning till exempel area, volym, skala, likformighet, trigonometri för rätvinkliga trianglar, samt
- representationer av proportionalitet, metoder för att lösa ekvationer och hantering av formler och algebraiska uttryck relevanta för vald studieinriktning

Matematik 2, 100 poäng

Kursen skall bidra till att eleven breddar sina kunskaper i matematik inom olika grundläggande områden, såsom ekvationer, funktioner och statistik. Kursen skall också bidra till att eleven utvecklar förståelse för matematikens logiska uppbyggnad med exempel från klassisk geometri.

De fem matematiska förmågorna skall utvecklas med hjälp av följande centrala innehåll:

- befästande av beräkningar med tal skrivna på olika former samt beräkningar med potenser med rationella exponenter, såväl med som utan tekniska hjälpmedel,
- hantering av algebraiska uttryck och identiteter inklusive kvadreringsregeln, konjugatregeln och kvadratkomplettering,
- egenskaper hos räta linjens ekvation,
- metoder för att lösa potensekvationer, andragradsekvationer, linjära ekvationssystem och linjära olikheter, såväl med som utan tekniska hjälpmedel,
- begreppet funktion och egenskaper hos linjära funktioner, andragradsfunktioner och exponentialfunktioner,
- satsen från klassisk geometri,
- matematisk argumentation i ett historiskt perspektiv med geometriska exemplifieringar av begreppen sats, bevis, definition, implikation, ekvivalens samt jämförelser med hur vi argumenterar i vardagliga sammanhang,
- tillämpning och modellering utifrån karaktärsämnenas behov, samt
- planering, genomförande, rapportering och värdering av en för vald studieinriktning relevant statistisk undersökning som innebär studier av till exempel egenskaper hos normalfördelat material, begreppet korrelation och diskussion av feltyper

Matematik 3, 100 poäng

Kursen skall bidra till att eleven utvecklar kunskaper i matematik för att analysera naturvetenskapliga, tekniska och ekonomiska problemställningar. Kursen skall också bidra till att eleven utvecklar kunskaper om några av matematikens stora idéer såsom gränsvärde och olika bevismetoder.

De fem matematiska förmågorna skall utvecklas med hjälp av följande centrala innehåll:

- befästande av beräkningar med tal skrivna på olika former såväl med som utan tekniska hjälpmedel samt begreppet absolutbelopp,
- befästande av hantering av algebraiska uttryck inklusive polynom, produkten av och faktorisering av polynom, samt rationella uttryck,
- metoder för att lösa polynomekvationer av högre grad även med hjälp av faktorisering och tekniska hjälpmedel,
- egenskaper hos potensfunktioner och polynomfunktioner av högre grad,
- gränsvärdesbegreppets utveckling i ett historiskt perspektiv,

- begreppen ändringskvot och derivata samt bestämning av derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,
- härledning av deriveringsregler för några grundläggande typer av potensfunktioner, summor av funktioner och exponentialfunktionen med basen e ,
- genomgång av olika bevismetoder inom matematiken med hjälp av konkreta exempel från till exempel geometriområdet,
- tillämpning och modellering utifrån karaktärsämnenas behov,
- lösningsmetoder för extremvärdesproblem relevanta för vald studieinriktning, även med hjälp av teckenstudium och andraderivatan, samt
- sambandet mellan en funktions graf och funktionens derivata i olika tillämpade sammanhang relevanta för vald studieinriktning, såväl med som utan tekniska hjälpmedel

Matematik 4, 100 poäng

Kursen skall bidra till att eleven fördjupar sina kunskaper i matematik för att analysera naturvetenskapliga och tekniska problemställningar genom ytterligare studier av olika funktioners egenskaper samt introduktion av begreppen logaritm och integral.

De fem matematiska förmågorna skall utvecklas med hjälp av följande centrala innehåll:

- befästande av beräkningar med tal skrivna på olika former såväl med som utan tekniska hjälpmedel,
- befästande av hantering av algebraiska uttryck,
- egenskaper hos cirkelns ekvation och enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp,
- trigonometriska satser för bestämning av sidor, vinklar och area för en godtycklig triangel,
- hantering av trigonometriska uttryck och härledning av trigonometriska samband,
- begreppet logaritmer och logaritmlagarna,
- metoder för att lösa trigonometriska ekvationer och exponentialekvationer, såväl med som utan tekniska hjälpmedel, samt tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning,
- egenskaper hos trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner och absolutbeloppet som funktion,
- skissning av grafer och tillhörande asymptoter såväl med som utan tekniska hjälpmedel,

- deriveringsregler för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, exponentialfunktionen, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner, samt härledning av några av dessa,
- begreppen primitiv funktion och integral samt sambandet mellan integral och derivata i ett historiskt perspektiv, samt
- tillämpning och modellering utifrån karaktärsämnenas behov
- begreppet differentialekvation i olika typer av enkla tillämpningar relevanta för vald studieinriktning

Matematik 5, 100 poäng

Kursen skall bidra till att eleven fördjupar sina kunskaper i matematik genom behandling av integraler i olika typer av tillämpningar samt metoder för att lösa polynomekvationer med komplexa rötter. Kursen skall också bidra till att eleven breddar sina kunskaper i matematik inom områden som talteori och grafteori samt genomför ett projekt.

De fem matematiska förmågorna skall utvecklas med hjälp av följande centrala innehåll:

- beräkningar med komplexa tal skrivna på olika former,
- olika metoder, ur ett historiskt perspektiv, att lösa polynomekvationer med komplexa rötter, även med hjälp av faktorsatsen och tekniska hjälpmedel,
- egenskaper hos de hela talen och metoder för att lösa diofantiska ekvationer samt induktionsbevis med konkreta exempel från till exempel talteoriområdet,
- grundläggande kongruensräkning,
- begreppet graf, olika typer av grafer och dess egenskaper samt några kända grafteoretiska problem,
- analysera, genomföra samt muntligt och skriftligt redovisa ett undersökande projekt i anknytning till en forskningsfråga i matematik,
- tillämpning och modellering utifrån karaktärsämnenas behov, samt
- integraler i olika typer av tillämpningar relevanta för vald studieinriktning inklusive beräkningar av areor och volymer, såväl med som utan tekniska hjälpmedel samt tankegången bakom någon metod för numerisk integration

Matematik 5 (fördjupning), n·100 poäng

Kursen skall bidra till att eleven breddar och fördjupar sina kunskaper inom ett eller flera matematiska områden. De fem förmågor som eleven skall utveckla i ämnet Matematik kopplas i Matematik 5 (fördjupning) till ett innehåll som bestäms av skolan eller i samråd mellan lärare och elever. Det kan handla om till exempel spel-

Skolverket

**Programgruppens förslag
till kursplan för Matematik**

10 (10)
Dnr 2004:3064

teori, differentialekvationer, sannolikhetslära, linjär algebra, finansmatematik, populationsmatematik och beräkningsmatematik.