

GÖTEBORGS UNIVERSITETSBIBLIOTEK



1001170106

Lgy<sup>70</sup>

# Läroplan för gymnasieskolan

## Matematik

### för tvåårig ekonomisk och social linje



## Supplement 69

SKOLÖVERSTYRELSEN 1980

Föreliggande supplement i matematik på tvåårig ekonomisk- och social linje skall tillämpas fr o m läsåret 1981/82 och ersätter sidan 170 i Lgy 70:I Allmän del, andra översedda upplagan 1975 och sidorna 171–174 i Lgy 70:II Supplement 2-årig Ek, So och Te linje.

Lagull

# för gymnasieskolan

SKOLOVERSTYRELSEN

Liber UtbildningsFörlaget Stockholm

Supplement 69

Fastställt 1980-05-14

Dnr S 80:1053

GÖTEBORGS  
UNIVERSITETSBLIOTEK  
BIBLIOTERET I MOLNDAL

Matematik

för tvåårig ekonomisk och social linje

Liber UtbildningsFörlaget  
162 89 STOCKHOLM

Separata exemplar kan beställas genom  
Liber distribution  
Läromedelsorder  
162 89 STOCKHOLM

## FÖRORD

Läroplanen för gymnasieskolan (Lgy 70) består av en allmän del (del I), som är gemensam för samtliga linjer, samt av supplement (del II) för skilda linjer och ämnen.

Den allmänna delen (del I) innehåller av Kungl Maj:t fastställda mål och riktlinjer, tim- och kursplaner (mål och huvudmoment i enskilda ämnen) samt av SÖ utfärdade allmänna anvisningar för gymnasieskolans verksamhet.

Supplementdelen (del II) återger tim- och kursplaner (mål och huvudmoment), fogar till dessa i förekommande fall delmoment och årskursfördelningar samt ger allmänna riktlinjer för undervisningens bedrivande i de olika ämnena.

Föreliggande supplement i matematik på tvåårig ekonomisk- och social linje skall tillämpas fr o m läsåret 1981/82 och ersätter sidan 170 i Lgy 70:I Allmän del, andra översedda upplagan 1975 och sidorna 171–174 i Lgy 70:II Supplement 2-årig Ek, So och Te linje.

SÖ avser att efter hand revidera och komplettera supplementen med hänsyn till erfarenheterna vid läroplanens tillämpning. Det är därför angeläget att sådana erfarenheter meddelas SÖ.

*Stockholm i juli 1980*

Skolöverstyrelsen

© 1980 Skolöverstyrelsen och  
Liber UtbildningsFörlaget

ISBN 91-40-70509-9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

PP Print Stockholm 1980



# INNEHÅLL

## Mål 6

### Huvudmoment 6

#### Allmänna kommentarer 6

- Studiernas syfte 6
- Planering och samverkan 6
- Studiearbetet 6
- Studieteknik 7
- Utvärdering av studiearbetet 7
- Momentbeskrivning 7

#### Numerisk räkning 8

- Storleksordning av tal 8
- De fyra räknesätten 8
- Huvudräkning 8
- Enhetsbyten, prefix 8
- Procenträkning 9
- Tillämpningsuppgifter 9

#### Beskrivande statistik 10

- Diagram 10
- Lägesmått 11
- Hur man ljuger med statistik 11
- Val av diagram och lägesmått 11

#### Geometri 12

- Kvadratrötter 12
- Ekvationer 12
- Vinklar 12
- Längder 12

#### Mer numerisk räkning 13

- Negativa tal 13
- Närmevärden 13
- Potenser 13
- Blandade uppgifter 14

## Datalära 15

- Datorns delar 15
- Programmering och program 15

## Funktionslära 16

- Grafiska metoder 16
- Proportionalitet 18
- Exponentiell förändring 19
- Räta linjens ekvation 20

## Area- och volymberäkningar 21

- Area 21
- Volym 21

## Sannolikhetslära 22

- Enkla slumpförsök 22
- Relativa frekvenser 22
- Försök i flera steg 22
- Statistisk anknytning 22

## Fritt valda områden 23

- Funktioner 23
- Statistik 23
- Nomografi 23
- Problemlösning med hjälp av ekvationer och ekvationssystem 23
- Mätningar och beräkningar 23
- Trigonometri 23
- Sannolikhetslära 23
- Programmering 23
- Ekonomiska tillämpningar 23
- Aritmetik och algebra 23
- Geometri 23

## Förslag till utformning av fritt valda områden. Trigonometri 24

# Mål

Eleven skall genom undervisningen i matematik Ek och So

uppöva den numeriska räknefärdigheten med och utan tekniska hjälpmedel,

skaffa sig kunskap om några begrepp och metoder inom matematiken samt

utveckla förmågan att tillämpa matematiken inom olika områden.

## Huvudmoment

Numerisk räkning med de fyra räknesätten, enhetsbyten, närmevärden, potenser och procent. Användning av räknetekniska hjälpmedel

Beskrivande statistik

Geometri. Längd-, area- och volymeräkning

Datalära

Funktionslära. Grafiska metoder, proportionalitet, exponentiell förändring. Råta linjens ekvation

Sannolikhetslära

Fritt valda områden t ex trigonometri

## Allmänna kommentarer

### Studiernas syfte

Matematikstudierna på ekonomisk och social linje avser att förbereda eleven för samhälls-arbetslivet. Matematiken måste därför ges en sådan utformning att den underlättar för eleven att ta personlig ställning i frågor om ekonomi, politik, energiförsörjning etc.

Matematiken skall också förbereda för fortsatta studier och vara ett hjälpmedel i studier av andra ämnen. Det är då viktigt att matematikens tillämpningar inom dessa ämnen belyses med meningsfyllda exempel.

### Planering och samverkan

Momentförteckningen ger ett förslag till kronologisk ordning mellan de olika momenten. Numerisk räkning och geometri är båda uppdelade i två delar, bl a med hänsyn till de basfärdigheter som krävs för studium av andra moment. Annan ordning än den föreslagna är naturligtvis möjlig. Kursen kan t ex inledas med momentet statistik. Krav från andra ämnen kan medföra att ett av-

snitt behövs vid en viss tidpunkt. Även andra skäl kan anges för en annan ordning än den föreslagna. Den grundläggande principen bör vara att den matematik som krävs för ett moment i ett annat ämne tas upp i samband med att momentet behandlas i tillämpningsämnet.

I beskrivningen av "FRITT VALDA OMRÅDEN" anges hur dessa kan väljas. De fritt valda områdena kan studeras i båda årskurserna. Lärare och elever bör gemensamt diskutera vilka områden som skall väljas och var i kursen de skall placeras. Detta ger möjligheter att tillgodose speciella matematikbehov. I en klass kan det vara lämpligt att alla elever läser samma områden medan i en annan klass olika grupper studerar skilda områden. Lokala resurser och elevönskemål får tillsammans avgöra vilken modell som väljs.

För alla moment gäller att kontakt bör tas med lärare i de ämnen som använder matematik. Matematikundervisningen kan därigenom ge det stöd som behövs bl a i form av aktuella tillämpningar. Samarbete bör ske vid bruket av symboler och andra beteckningar. Det är viktigt att planeringen är så flexibel att även oförutsedda matematikbehov i andra ämnen kan tillgodoses.

### Studiearbetet

Genom sina studier skall eleven få en uppfattning om matematikens användning inom olika verksamhetsområden. Alla elever bör t ex kunna tolka olika diagram, reagera mot missvisande statistik och känna till skillnaden mellan linjär och exponentiell förändring.

Inom varje moment bör eleverna uppnå säkerhet i fråga om såväl den mekaniska räknefärdigheten som förmågan att lösa tillämpningsuppgifter. I motsatt fall kan svårigheter uppstå vid studiet av nya områden. Det är viktigt att den uppnådda säkerheten underhålls genom repetitioner. Läraren bör ägna uppmärksamhet åt elevernas individuella val av arbetsuppgifter. Svårighetsgraden måste avvägas med hänsyn till elevens förutsättningar. Eleven bör inte tycka sig stå inför oöverkomliga svårigheter med sina uppgifter.

Eleverna bör också få tillfälle att muntligt beskriva sitt arbete och dess resultat, vilket ibland kan ske gemensamt med hela klassen ibland i mindre grupper. Denna träning måste anses som viktig även där anspråksnivån hålls låg. *Miniräknare* bör vara ett hjälpmedel inom alla moment. Vissa krav på räknefärdighet utan miniräknare bör dock upprätthållas. Huvudräkning, räkning med papper och penna samt överslagsräkning bör därför ständigt övas. Nödvändigheten av ständiga kontroller genom överslagsräkning bör betonas. Eleverna bör ofta påminnas om att tänka efter om ett resultat förefaller rimligt.

*Geometrin* är ett område som kan tillämpas i många praktiska sammanhang. Det är då viktigt att tillämpningarna blir linjeinriktade. Så kan t ex



på ekonomisk linje lagerproblem behandlas, på social linje volymbestämmingar anknytas till densitetsbestämningar och på yrkestekniska linjer måttbestämda figurer utnyttjas. Geometrin erbjuder också tillfällen till ett laborativt arbetssätt t ex mätningar av längder, areor och volymer, varvid även enheter kommer in på ett naturligt sätt. Kvadratrötter och ekvationer föreslås behandlas i samband med geometrin. Avsikten med detta är att betona att dessa moment här kan tillämpas naturligt. Ingenting hindrar att ekvationer i stället behandlas i något annat sammanhang t ex procenträkning. Det bör dock betonas att lösandet av ekvationer inte får bli ett självändamål.

*Dataläran* är avsedd att vara en orienteringskurs vars syfte är att eleven skall förstå att all databehandling styrs av program skrivna av människor. Syftet är inte att utbilda eleverna till att skriva program. Då datalärans samhällsaspekter behandlas i samhällskunskap är samplanering mellan ämnena nödvändig. Liksom för geometrin är det väsentligt att dataläran utnyttjas för linjeinriktade tillämpningar.

*Sannolikhetsläran* är ett område där laborativ material med fördel kan användas.

## **Studieteknik**

Diskussioner om studieteknik torde vara mest givande i samband med konkreta arbetsuppgifter. Råd om studieteknik bör således vara ofta återkommande.

## **Utvärdering av studiearbetet**

Bedömningen av elevernas prestationer i matematik får inte grundas enbart på skriftliga prov utan skall också ske med hjälp av muntliga förhör och diskussioner och genom observation av elevernas studieaktivitet och sätt att utföra sina arbetsuppgifter.

Utformningen av de skriftliga proven bör variera. Proven bör inte vara sådana att eleverna uppmuntras att förbereda sig för dem genom att lösa ett större antal problem av någon viss typ. Där emot bör de ta hänsyn till såväl språkförståelse som räknefärdighet. Många uppgifter bör kunna lösas av samtliga elever.

## **Momentbeskrivning**

Efter varje rubrik anges inom parentes förslag till antal effektiva undervisningstimmar för avsnittet.

Exemplen anger den ambitionsnivå som bör eftersträvas för alla elever. En del exempel ligger något över denna nivå och har markerats med asterisk.

# 1 Numerisk räkning (35)

MOMENT	KOMMENTARER	EXEMPEL
<b>1.1 Storleksordning av tal</b>	Uppgifter av typ a), b), c) löses genom resonemang.  Uppgifter av typ d) kan lösas genom att talen skrivs om på decimalform.	Avgör om a) $\frac{3}{7} < 1$ b) $\frac{3}{7} < \frac{4}{7}$ c) $\frac{3}{7} > \frac{3}{8}$ d) $\frac{3}{7} < \frac{4}{9}$  Vilket tal ligger mitt emellan 0,1 och 0,2.
<b>1.2 De fyra räknesätten</b> 1 utan miniräknare	I c) avses bråk på formen p/q multiplicerade med varandra men ej nödvändigtvis förenklade så långt som möjligt. Uppgifter av den typ som förekommer i c) är av betydelse i sannolikhetsläran. Det får anses vara mindre nödvändigt att utan miniräknare kunna lösa uppgifter försedda med *.	Beräkna a) $5 + 2 \cdot 3$ b) $(5 + 2) \cdot 3$ c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9} (= \frac{12}{63})$  d) $\frac{2}{3} \cdot 12$ e) $5 \cdot 0,3$ f) $\frac{15}{0,1}$  g) $1,40 + 2 \cdot 3,60$ *h) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} (= 2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{7})$  *i) $\frac{7}{6} - \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ *k) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{5}$  *l) $\frac{2/3}{5/6}$ *m) $\frac{20 \cdot 6 \cdot 12}{3 \cdot 8 \cdot 5}$
2 med miniräknare		Beräkna a) $3,7 + 5,2 \cdot 6,3$ b) $(3,7 + 5,2) \cdot 6,3$  c) $\frac{2}{2,7} - \frac{3}{4,7}$ d) $\frac{2}{5 - 3/26}$
<b>1.3 Huvudräkning</b>	Momentet övas lämpligen under hela studietiden i matematik, speciellt vid överslagsräkning och rimlighetsbedömning.	Hur mycket är $\frac{1}{8}$ av 200 kg?  Hur många dagar räcker 20 000 m <sup>3</sup> olja om förbrukningen är 8 m <sup>3</sup> /h?
<b>1.4 Enhetsbyten, prefix</b> tera, giga, mega, kilo, hekto, deci, centi, milli	Mätetalen skrivs utan hjälp av tiopotenser.	Skriv som meter a) 8 m och 7 cm b) 206 cm  Skriv som kilogram a) 7 g b) 650 g  Skriv som kvadratmeter a) 3 dm <sup>2</sup> b) 49 cm <sup>2</sup>  Skriv som kubikcentimeter a) 40 mm <sup>3</sup> b) 3,4 m <sup>3</sup>  Skriv som timmar, minuter och sekunder 3,23 h



---

**MOMENT****KOMMENTARER****EXEMPEL**

---

**1.5 Procent-  
räkning**  
procent, pro-  
mille, ppm  
index

Tillväxtfaktorn kan införas här eller i samband med exponentiell tillväxt.

Skriv som timmar  
3628 s

Skriv som meter per sekund  
67 km/h

Skriv som kilometer per timme  
2,8 m/s

Skriv som watt  
a) 2,1 TW b) 2300 kW c) 22 MW d) 6 GW

Hur mycket är 4% av 150 000 kr?

Hur många procent är 7 av 13,8?

En vara kostar 2000 kr. Priset höjs med 8%.  
Beräkna det nya priset.

En vara kostar efter 15% höjning 150 kr. Vilket var priset före höjningen?

**1.6 Tillämp-  
ningsupp-  
gifter**

En del tillämpningsuppgifter bör hämtas från angränsande ämnen. Enhetsbyten kan också övas här.

En människokropp består till cirka 2/3 av vatten.  
Hur mycket vatten innehåller en människa som väger 72 kg?

En motionslöpare springer 5 000 m på 22 minuter.  
Hur lång tid tar det för löparen att springa 1 km?  
Ange svaret i hela minuter och sekunder.

En cyklist och en löpare startar samtidigt ett 1500 m-lopp. Löparen springer sträckan på 3 minuter och 36 sekunder. Cyklistens hastighet är 24 km/h. Vem kommer först i mål?



## 2 Beskrivande statistik (15)

### MOMENT

### KOMMENTARER

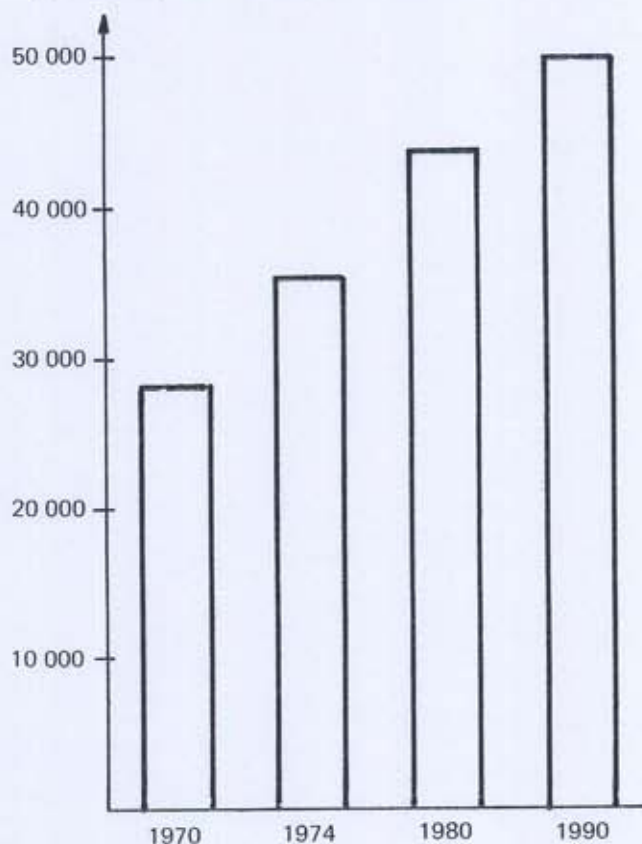
### EXEMPEL

#### 2.1 Diagram

Det är viktigt att förutom ritning även tolkning av diagram diskuteras. Det är lämpligt att eleverna får tillfälle att samla in eget material.

1 stapel-  
diagram

I stapeldiagrammet presenteras befolkningsutvecklingen i Kungälv kommun i Halland.



a) hur många procent ökade befolkningen mellan åren 1970 och 1974?

b) hur många procent förväntas befolkningen öka mellan åren 1980 och 1990?

2 stolp-  
diagram

Vi frågade 30 män hur många ishockeymatcher de hade sett i TV under VM 77.

Här är svaren:

0 11 8 4 6 7 7 9 5 7 8 4  
3 10 9 10 10 9 8 9 6 11 0 6  
7 8 9 5 8 7

a) gör en frekvenstabell

b) åskådliggör materialet med hjälp av ett stolpdia-  
gram.

**MOMENT****KOMMENTARER****EXEMPEL**3 cirkel-  
diagram

Tabellen visar riksdagens partiställning våren 1977.

	Antal ledamöter
Socialdemokraterna	152
Centern	86
Moderaterna	55
Folkpartiet	39
Vänsterpartiet kommunisterna	17

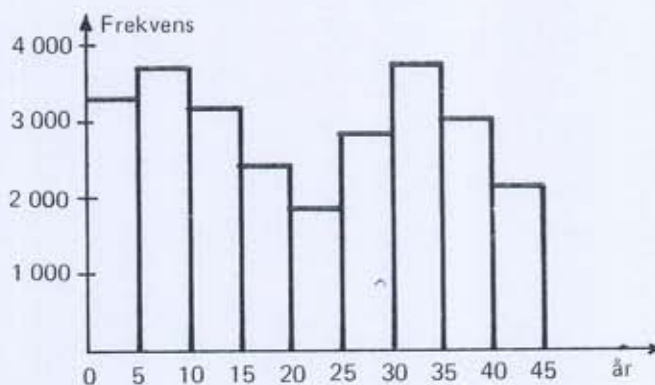
Gör ett cirkeldiagram som visar partiställningen.

4 histogram

Val av lämpliga klassgränser är svårt för många elever. Man bör ej lägga för stor vikt vid detta.

Histogrammet visar åldersfördelningen från 0 till och med 44 år i Kungsbacka år 1976.

Åldrarna har grupperats i femårsklasser. Totala invånarantalet i kommunen var år 1976 38 000.



Bestäm med hjälp av histogrammet hur stor del av totala befolkningen som åldersgruppen 10–15 år utgör.

Gör ett nytt histogram med dubbla åldersklasser.

**2.2 Lägesmått**medelvärde,  
median, typ-  
värde

I en familj är åldrarna 3, 11, 7, 34, 42 och 13 år.

Beräkna a) medianåldern b) medelåldern

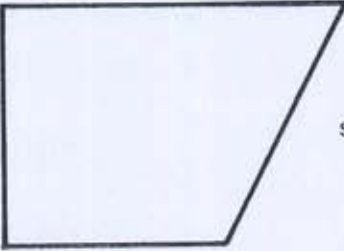
Vid en arbetsstudie tog man reda på tillverknings-  
tiden för en viss detalj. Man fick följande tider  
i sekunder:40 40 41 36 37 39 38 39 39 40  
35 38 37 36 41 40 39

a) gör en frekvenstabell b) beräkna typvärdet

**2.3 Hur man  
ljuger med  
statistik**Här kan exempelvis skalför-  
vrängning och snett urval tas  
upp.**2.4 Val av dia-  
gram och  
lägesmått**Eleverna bör själva få välja dia-  
gram och lägesmått då de  
åskådliggör statistiskt material.



# 3 Geometri (15)

MOMENT	KOMMENTARER	EXEMPEL
3.1 Kvadrat-rötter	Inga räknelagar behöver tas upp, men begreppet kvadratrots belyses med uppgifter som i a) och b).  Uppgiften i c) kan lösas med miniräknare.	a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} (= 5)$ b) $\sqrt{4,23} \cdot \sqrt{4,23} (= 4,23)$ c) $\sqrt{3,4 \cdot 10^{-5}}$
3.2 Ekvationer	Här behandlas ekvationer både för geometri och andra tillämpningsområden.  Ekvationerna kan lämpligen införas successivt i samband med att tillämpade uppgifter behandlas.  Uppgiften i g) kan lämpligen lösas genom prövning.	Lös ekvationerna (3 värdesiffror) a) $3 \cdot x = 12$ b) $\frac{x}{7} = 3,2$ c) $\frac{11,2}{x} = 5$ d) $4x + 3 = 6,28$ e) $3,14 \cdot x + 4,1 = 2 \cdot x + 9,2$ f) $4 \cdot x^2 + 11 = 17$ g) $3,2 \cdot x^3 = 121$
3.3 Vinklar triangel, fyrhörning		I en triangel är två vinklar $36,5^\circ$ och $40,8^\circ$ . Beräkna triangelns tredje vinkel.
3.4 Längder 1 Pythagoras sats	Satsen kan göras trolig genom empiriska undersökningar.	I en rätvinklig triangel har hypotenusan längden $3,2$ dm och en katet längden $1,8$ dm. Beräkna den återstående kateten.
2 cirkels omkrets		En cirkels diameter är $0,28$ m. Beräkna cirkels omkrets.
3 skala		En ritning på en tomt ges i figuren. Beräkna tomtens sidor.
		 <p style="text-align: right;">skala 1:2000</p>
4 likformighet	Endast enkla fall behandlas.	En rektangel med sidorna $16$ cm och $20$ cm är likformig med en annan rektangel, vars minsta sida är $48$ m. Beräkna den andra sidan.

## 4 Mer numerisk räkning (30)

MOMENT	KOMMENTARER	EXEMPEL
<b>4.1 Negativa tal</b>		
1 introduktion	Introduktion kan göras via tallinjen.	
2 addition och subtraktion		a) $-8 + 5$ b) $5 - 8$ c) $5 - (-8)$
*3 multiplikation och division	Momentet är mindre centralt.	*a) $5 \cdot (-8)$ *b) $\frac{8}{-5}$ *c) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ *d) $(-2) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
<b>4.2 Närmevärden</b>		
1 avrundning värdesiffror "tumregeln"	Enligt tumregeln skall resultatet anges med lika många värdesiffror som de givna värdena har. Om de givna värdena har olika många värdesiffror så går man efter minsta antalet.	Avrunda a) 17,44 till 2 värdesiffror b) 0,026 till 1 värdesiffror En rektangels sidor är 2456 cm och 29 cm. Beräkna arean. Använd tumregeln.
2 överslagsräkning		a) $\frac{500\,000}{202}$ b) $11,2 \cdot 6,4$
3 rimlighetsbedömning		Är $400 \text{ m}^3$ färg vad som går åt vid målning av ett villagarage?
<b>4.3 Potenser</b>		
1 introduktion	Förståelsen av potenser kan göras via potenser av formen: $2^2$ $2^{-3}$ $2,3^{-4}$	
2 grundpotensform <sup>1)</sup>	Såväl positiva som negativa exponenter skall förekomma.	Skriv följande tal i grundpotensform a) 321 b) 0,040 Skriv om 0,264 MW i watt med grundpotensform.
3 de fyra räknesätten	Övning på tal skrivna med hjälp av tiopotenser. Potenslagarna behöver ej tas upp.	a) $1,25 \cdot 10^3 - 3,7 \cdot 10^2$ b) $\frac{3,2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^2}{1,8 \cdot 10^7}$ c) $5 \cdot 10^3 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}$

<sup>1)</sup> Grundpotensform: Ett tal på formen  $a \cdot 10^b$  där  $1 \leq a < 10$  och b ett heltal.



**MOMENT****KOMMENTARER****EXEMPEL**

4 tillämpningsuppgifter

Ljuset utbreder sig med hastigheten 300 000 km/s. Skriv i grundpotensform ljusets hastighet uttryckt i m/s.

Ett billass sand väger 10 ton. Hur många sandkorn är detta, om varje korn väger 2 mg?

5 enhetsbyten

Skriv som kvadratmillimeter och svara i grundpotensform.

a)  $2 \cdot 10^6 \text{ m}^2$  b)  $367 \text{ cm}^2$

**4.4 Blandade uppgifter**

Insättning i formler och uppställning av ekvationer kan tas upp här.

En cirkelsektors (se figur) area kan beräknas med formeln:

$$T = \frac{v}{360} \cdot \pi \cdot r^2$$

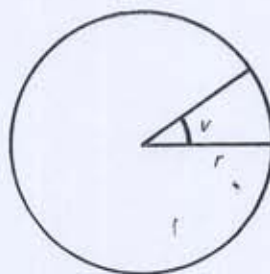
där  $v$  är den vinkel cirkelsektorn upptar av cirkeln och  $r$  cirkelns radie.

För en cirkelsektor gäller att vinkeln  $v$  är  $37^\circ$  och  $r$  är 11,2 cm.

Beräkna

a) hur många procent som cirkelsektorn upptar av cirkeln

b) cirkelsektorns area



Den effekt  $P$  som en elektrisk kokplatta avger kan beräknas med formeln

$$P = \frac{U^2}{R}$$

där  $U$  är spänningen över kokplattan och  $R$  kokplattans resistans

Beräkna en kokplattas resistans då den avger 2,4 kW och spänningen över kokplattan är 220 V.

## 5 Datalära (10)

MOMENT	KOMMENTARER	EXEMPEL
	<p>Ett viktigt syfte med detta avsnitt är att eleven skall förstå att all databehandling styrs av program skrivna av människor.</p> <p>Syftet är inte att utbilda eleverna till att skriva program.</p>	
<b>Datorns delar</b>	Detta moment kan lämpligen behandlas successivt under hela avsnittet. Här kan också något om binär representation tas upp.	Datorns huvuddelar beskrivs, centralenhet, in- och utmatningsenheter och minnesenheter. Olika typer av databärare (såsom magnetband, hålkort, streckkodade etiketter).
<b>Programmering och program</b> 1 tolkning av enkla program		Vilken utskrift ger följande program om A tilldelas värdet 7 och B värde 11? <pre>10 PRINT "MATA IN A OCH B" 20 INPUT A,B 30 S = 2 - A + 3 * B 40 PRINT "S ="; S 50 END</pre>
2 skrivning av enkla program	Flödesplaner kan användas. Programmen skrivs lämpligen i små steg, som testas var för sig, korrigeras och sätts ihop till färdiga program.	Skriv ett program (på dator eller programmerbar miniräknare) som beräknar till vilket belopp 2150 kr växer under 1 år om räntesatsen är 9,5%.  Skriv ett program (på dator eller programmerbar miniräknare) som beräknar till vilket belopp ett kapital växer under 1 år med given räntesats.
3 demonstration och användning av färdigskrivna program.	Detta moment kan också studeras via studiebesök.  Samverkan med samhällskunskap kan göras här.	Befolkningsprognoser Energiprognoser



# 6 Funktionslära (30)

## MOMENT

## KOMMENTARER

## EXEMPEL

### 6.1 Grafiska metoder

1 rätvinkliga koordinat-system

2 linjär indelning

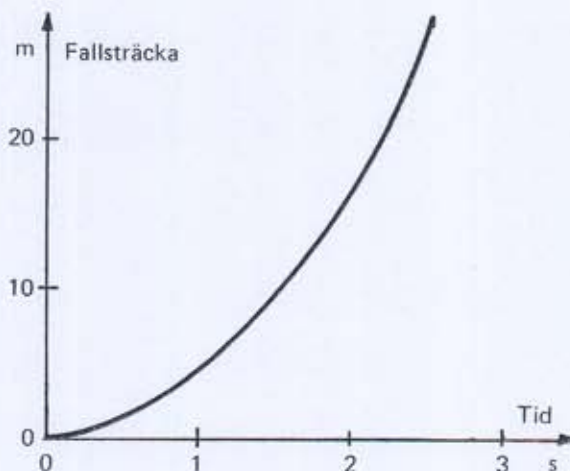
Övning i att göra avläsningar ur diagram.

En sten faller fritt till marken. Diagrammet nedan visar sambandet mellan fallsträcka och tid.

Beräkna

a) hur lång tid det tar för stenen att falla 25 m från tidpunkten 0 s

b) hur lång sträcka stenen fallit under de två första sekunderna.



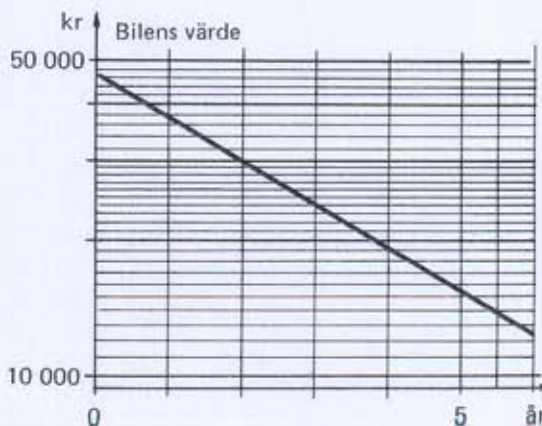
3 icke linjär indelning

Övning i att göra avläsningar ur diagram.

En bil kostar ny 46 000 kr. Bilens värde avtar med tiden enligt diagrammet nedan.

Ange bilens värde efter

a) 1 år b) 5 år



**MOMENT****KOMMENTARER****EXEMPEL**

4 tolkning av  
linjära grafer

Fasta och rörliga kostnader kan  
tas upp.

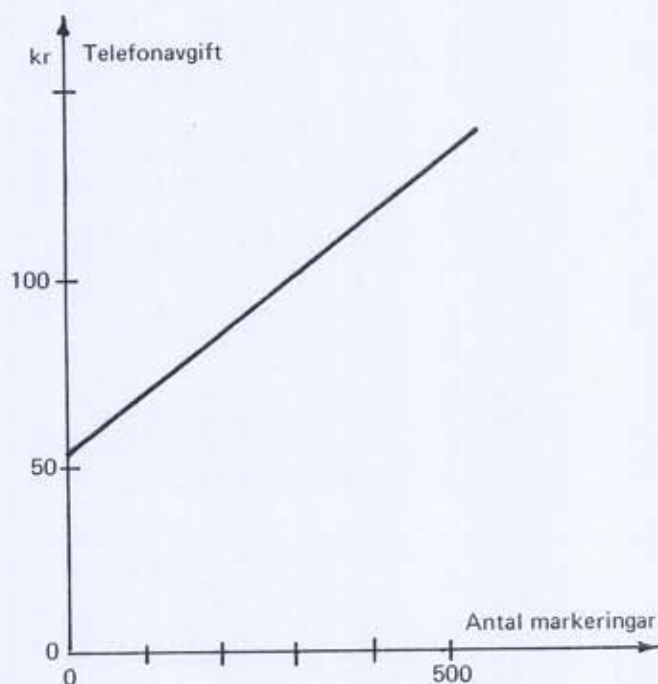
Diagrammet visar hur telefonavgiften varierar med  
antalet markeringar under ett kvartal.

Bestäm med hjälp av diagrammet

a) kvartalsavgiften (fast avgift)

b) markeringsavgiften för ett samtal (rörlig kostnad)

c) totala avgiften för ett kvartal då 400 markeringar  
registrerats.



5 kurvritning

Kurvritning görs via värdetabell.

I tabellen finns samhörande värden på  $x$  och  $y$   
angivna

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	-14	-11	-8	-5	-2	1	4	7	10

a) pricka in punkterna i ett koordinatsystem och  
sammanbind punkterna med varandra.

b) ange med hjälp av grafen de  $y$ -värden som svarar  
mot  $x$ -värdena 1,5 och  $-2,5$ .

c) ange de  $x$ -värden som svarar mot  $y$ -värdena  $-9$   
och 2



tid (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,4	1,8	2,0
höjd (m)	0	1,9	3,2	4,1	4,8	5,1	4,2	1,7	0

- markera punkterna i ett koordinatsystem och förena dem i en så jämn kurva som möjligt.
- vid vilken tidpunkt vänder stenen?
- efter hur lång tid återkommer stenen till utånas-

## 6.2 Proportionalitet

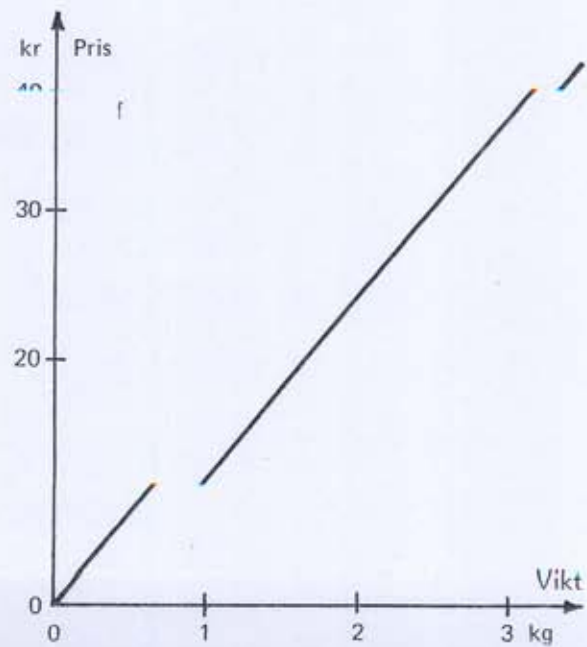
1 värdetabell, diagram

Proportionalitet införs lämpligen genom att värdetabeller och diagram studeras.

Tabellen och diagrammet visar hur priset på en vara varierar med vikten.

- yll i de värden som är utelämnade i tabellen.
- ange med hjälp av diagrammet priset för 2,8 kg av varan.

(kr)							
vikt (kg)	0	0,5		1,5	2		3



MOMENT	KOMMENTARER	EXEMPEL
--------	-------------	---------

2 tabeller,  
kurvritning

Proportionalitet används och in-  
övas exempelvis via tabellifyll-  
ning och kurvritning.

Överljudsplanet Concorde kan flyga med den kon-  
stanta farten 0,65 km/s. Flygsträckan är proportio-  
nell mot flygtiden.

a) gör en tabell som visar hur flygsträckan beror på  
flygtiden.

Låt flygtiderna vara 0 s, 100 s, 200 s, . . . , 4000 s

b) rita in punkterna i ett diagram och sammanbind  
dem med en rät linje.

c) använd diagrammet för att beräkna flygsträckan  
efter 1 timmes flygfärd.

d) beräkna med hjälp av diagrammet den tid det tar  
för planet att flyga 120 mil. Ange svaret i timmar  
och minuter.

3 proportiona-  
litetsfaktor

$y = k \cdot x$  används för att be-  
skriva proportionalitet, propor-  
tionalitetsfaktorn  $k$  bestäms.

Årsräntan,  $r$  kronor, på ett lån är proportionell mot  
lånesumman,  $s$  kronor. Räntesatsen är 10%.

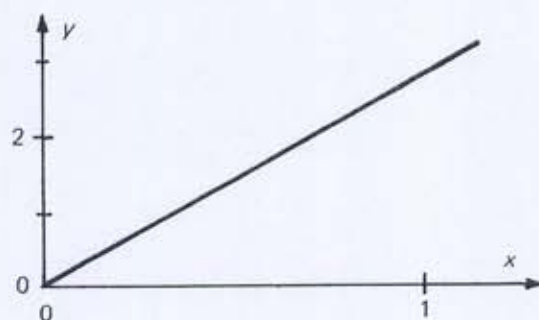
a) ange ett samband mellan  $r$  och  $s$ .

b) åskådliggör sambandet i ett diagram.

c) bestäm årsräntan då lånesumman är 126 000 kr.

För ett ämne med massan  $y$  gram och volymen  
 $x \text{ cm}^3$  är  $y$  proportionell mot  $x$ . Proportionalitets-  
konstanten kallas i detta fall för ämnets densitet.  
Diagrammet nedan anger sambandet mellan massa  
och volym för aluminium.

Bestäm med hjälp av diagrammet densiteten för  
aluminium.



### 6.3 Exponen- tiell för- ändring

1 introduktion

Begreppet tillväxtfaktor kan tas  
upp.

Exponentialfunktioner införs  
exempelvis via  $2^x$ .



**MOMENT****KOMMENTARER****EXEMPEL**

2 tillämpningsuppgifter

Uppgifterna kan lösas genom upprepad användning av miniräknare.

En varas pris,  $p$  kronor, efter  $t$  år kan beräknas ur sambandet

$$p = 625 \cdot 1,05^t$$

Bestäm priset då  $t$  är a) 2 b) 4 c) 11

Bestäm  $t$  då  $p = 1000$ .

En vara kostar 1600 kr. Priset höjs med 26% varje år. Efter hur lång tid har priset fördubblats?

### 6.4 Räta linjens ekvation

Med hjälp av tabell och  $xy$ -diagram övas eleverna i att ställa upp ett samband mellan  $x$  och  $y$ .

Eleverna övas i att bestämma  $k$ - och  $m$ -värden för en given rät linje. Ekvationen för den räta linjen skrivs sedan på formen  $y = k \cdot x + m$ .

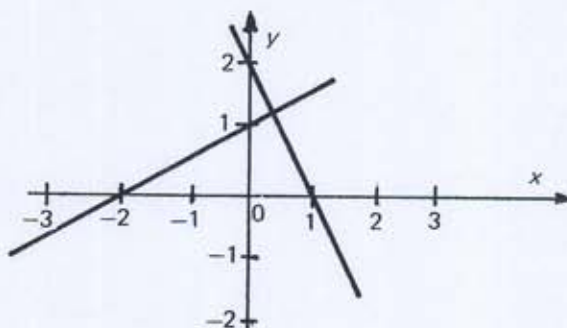
Enpunktsformen och tvåpunktsformen är överkurs.

I tabellen finns samhörande värden på  $x$  och  $y$  angivna

$x$	-4	-2	0	2	4
$y$	-8	-4	0	4	8

a) pricka in punkterna i ett koordinatsystem och sammanbind punkterna med varandra.

b) ange ett samband mellan  $x$  och  $y$ .



Bestäm  $k$  och  $m$  för de två linjerna i figuren. Bestäm också ekvationer för linjerna.

# 7 Area- och volymberäkningar (10)

MOMENT

KOMMENTARER

EXEMPEL

## 7.1 Area

1 triangel

Beräkna genom mätning i figuren triangelns area.



2 rektangel

En rektangels omkrets är 12,6 cm och en sida dubbelt så stor som en annan.

Beräkna rektangelns area.

3 parallellogram

Figuren visar i skala 1:10 en metallplåt i form av en parallellogram. Gör mätningar i figuren och beräkna plåtens area.



4 cirkel

En cirkels area är  $123 \text{ cm}^2$ .

Beräkna cirkelns

a) radie b) diameter

## 7.2 Volym

1 rätblock

En husgrund är 8,0 m bred, 12,0 m lång och har formen av en rektangel. Husgrunden skall fyllas med 12 cm tjockt gruslager. Gruset kostar  $85 \text{ kr/m}^3$ . Beräkna kostnaden för gruset.

2 cylinder

En pelare av trä har en höjd av 1,0 m och den cirkulära basytan har diametern 32 cm. Vad väger pelaren då träets densitet är  $0,64 \text{ kg/dm}^3$ ?



### Försök

symmetriska försök, addition av sannolikheter

a) en sju b) minst sju



## 8.2 Relativa frekvenser

### 8.3 Försök i flera steg

multiplikation av sannolikheter

Utfallen åskådliggörs med träd-diagram.

Avsikten med momentet är att förbereda för momentet

#### 8.4 statistisk anknytning

### 8.4 Statistisk anknytning

icke symmetriska försök

Uppgifterna hämtas lämpligen från samhälls-arbetslivet.

En tärning kastas 100 gånger. Ungefär hur många gånger kan man förvänta sig att få en fyra?

Ett symmetriskt mynt kastas två gånger.

a) åskådliggör de möjliga utfallen (resultaten) i form av ett träd-diagram.

b) för in sannolikheterna i diagrammet.

c) beräkna sannolikheten för att man får exakt en

I en urna finns två svarta och tre vita kulor.

En person drar två kulor ur urnan.

Vilken är sannolikheten för att han får kulor av olika färg?

Vid svensk bilprovning första kvartalet år 1975 fann man att 87 508 bilar av 625 403 hade fel på strålkastarna.

a) ange sannolikheten för att en godtyckligt vald bil

b) ange sannolikheten för att två godtyckligt valda bilar hade fel på strålkastarna.

Vid en skrivning i matematik i en klass blev betygsfördelningen enligt tabellen

betyg... 1 2 3 4 5

Ange sannolikheten för att en slumpvis vald elev i klassen skall minst ha betyget 4.

## 9 Fritt valda områden (30)

Som fritt valda områden kan väljas: ■ Fördjupning av tidigare moment  
■ Ett eller flera av de områden som anges i högerspalten eller  
■ Annat lämpligt område

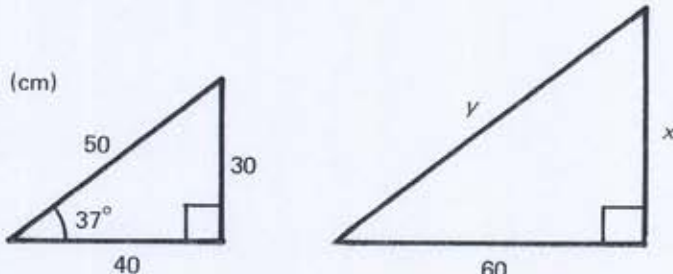
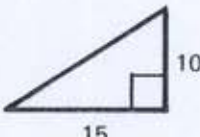
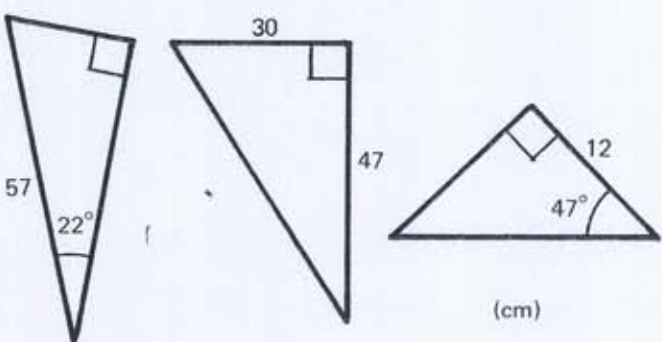
AVSNITT	OMRÅDE
<b>Funktioner</b>	Skärning mellan kurvor Största och minsta värde Växande och avtagande Exponentiell förändring. Lin-log papper. Sammansatt ränta
<b>Statistik</b>	Insamling och bearbetning av större material Summapolygon Spridningsmått Några typer av fördelningar
<b>Nomografi</b>	Olika typer av nomogram. Tolkning och användning av nomogram
<b>Problemlösning med hjälp av ekvationer och ekvationssystem</b>	Gissning och prövning Grafiska metoder Algebraiska metoder
<b>Mätningar och beräkningar</b>	Mätning med skjutmått, mikrometerskruv med mera Toleranser Mätningar av längd, area, volym och densitet. (Exempelvis kan en flaggstängs höjd, en skolgårds area och massan hos luften i en hiss beräknas)
<b>Trigonometri</b>	Rätvinkliga trianglar Avståndsmätningar
<b>Sannolikhetslära</b>	Permutationer Slumptalsalstring Simulering med hjälp av slumptal Tillämpning på statistik Väntevärden Normalfördelning
<b>Programmering</b>	Slingor (ovillkorliga hopp) Villkorliga hopp Upprepade beräkningar Simuleringar
<b>Ekonomiska tillämpningar</b>	Tillämpning av kunskaper på skatter, deklarationer med mera
<b>Aritmetik och algebra</b>	Bråkräkning Ekvationer och formler Omformning av bokstavsuttryck och formler
<b>Geometri</b>	Planimetri Bevisföring



# Förslag till utformning av fritt valda områden

## Trigonometri (15–20)

(Avsnitt markerade med \* kan förbigås)

MOMENT	KOMMENTARER	EXEMPEL										
Definition av sin, cos och tan med hjälp av rätvinklig triangel	Beroende av tidigare uppläggning behöver ev begreppen skala och likformighet repeteras.	<p>Trianglarna är likformiga. Ange den högra triangelns</p> <p>a) vinklar b) sidor.</p> 										
Solivering av rätvinkliga trianglar	Begreppen "närliggande" och "motstående" brukar behöva belysas.	<p>Triangeln avbildas i skalan 3 till 1. Ange förhållande mellan kateterna i den avbildade triangeln.</p>  <p>Bestäm övriga vinklar och sidor i trianglarna.</p> 										
*Begreppet trigonometrisk funktion	Begreppsbildningen kan stärkas genom att eleverna får rita och studera graferna till $y = \sin x$ , $0^\circ < x < 90^\circ$ etc.	<p>Fyll i tabellen. Rita grafen.</p> <table border="1" data-bbox="844 1700 1291 1780"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>1^\circ</math></td> <td><math>10^\circ</math></td> <td>.....</td> <td><math>89^\circ</math></td> </tr> <tr> <td><math>y = \sin x</math></td> <td>0,00</td> <td>0,17</td> <td>.....</td> <td>1,00</td> </tr> </table> <p>Besvara med hjälp av grafen följande frågor:</p> <p>a) Vilken av funktionerna växer resp. avtar?</p> <p>b) För vilken vinkel <math>v</math> är <math>\sin v = \cos v</math>?</p> <p>c) För vilken vinkel <math>v</math> är <math>\cos v = \tan v</math>?</p> <p>d) Jämför <math>\sin 40^\circ</math> med <math>\cos 50^\circ</math>, <math>\sin 25^\circ</math> med <math>\cos 65^\circ</math>. Slutsats?</p> <p>e) Mellan vilka värden varierar <math>\sin</math>?</p>	$x$	$1^\circ$	$10^\circ$	.....	$89^\circ$	$y = \sin x$	0,00	0,17	.....	1,00
$x$	$1^\circ$	$10^\circ$	.....	$89^\circ$								
$y = \sin x$	0,00	0,17	.....	1,00								



**MOMENT**

Tillämpnings-  
uppgifter

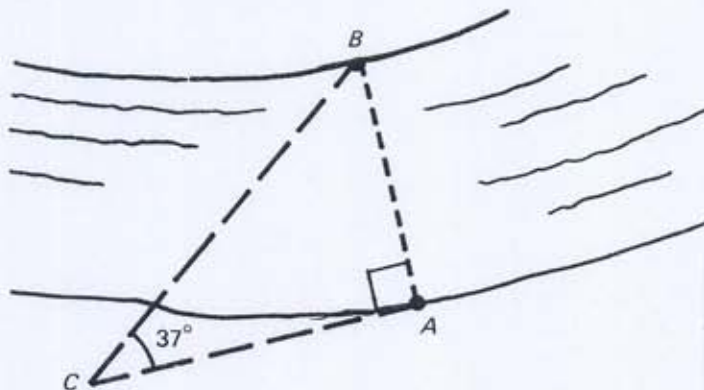
**KOMMENTARER**

Här kan väljas uppgifter på av-  
ståndsbestämning men även  
exempel på användning av trigo-  
nometri i andra sammanhang.

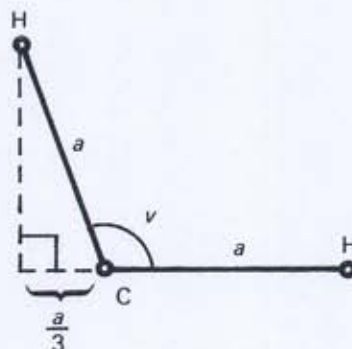
**EXEMPEL**

Fyren Långe Jan är 93 m hög. En seglare ser  
fyren under vinkeln  $9^\circ$ . Hur långt från fyren är  
seglaren?

Man vill mäta bredden av en flod och mäter  
sträckan  $AC = 90$  m och vinkeln  $C = 37^\circ$ .  
Beräkna flodens bredd  $AB$ .



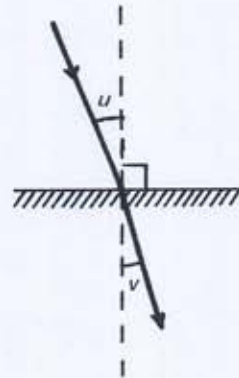
Bilden visar två av väteatomerna och kolatomen  
i en  $\text{CH}_4$ -molekyl. Beräkna vinkeln  $v$ .



Då en ljusstråle  
träffar en vatten-  
yta bryts den.  
Därvid gäller

$$\frac{\sin u}{\sin v} = n.$$

$n$  kallas brytnings-  
index.



a) Bestäm brytningsindex för vatten då  $u = 22,1^\circ$   
och  $v = 16,4^\circ$ .

b) För glas är brytningsindex 1,5. Bestäm  $v$  om  
 $u = 30^\circ$ . Formeln ovan gäller även för en glasyta.

**MOMENT****KOMMENTARER****EXEMPEL**

I en triangel är de båda längsta sidorna 45 och 34 mm. Den största vinkeln är  $76^\circ$ . Beräkna den tredje sidans längd. (Ledning: Drag en lämplig höjd.)

**Praktiska övningar**

Det finns många möjligheter att utföra mätningar ute. Vill man bestämma höjden av en flaggstång, ett kyrktorn eller kan man använda en så kallad klinometer med vars hjälp höjdvinklar kan bestämmas.

