



## Kursplaner i matematik i ett historiskt perspektiv

*Och må iag tilstå at iag har förstått huruledes det är giörligt at en ung Svensk dräng/ som allenast kan tala och skrifwa sitt modersmål/ dessa wetskaper (mate-matiska) til hela Rijkets märckeliga tienst skulle kunna grundeligen lära ... der han allenast wore upmuntrad af förmodan at sådant för honom lönte mödan.*

(Duhre, 1721, [1])

Den nya kursplanen i matematik för grundskolan är den tionde i ordningen för det obligatoriska skolväsendet, om vi inkluderar kursplanen för försöksverksamheten med nioårig enhetsskola. Det är bl a med anledning av detta "jubileum" som avsnittet har skrivits. En annan anledning är att det historiska perspektivet lyfts fram i Lpo 94 som ett av fyra centrala perspektiv som skall genomsyra undervisningen [2]. Avsnittet ger en översiktlig beskrivning av hur matematikämnet utvecklats i dessa kursplaner genom åren.

### FÖRE FOLKSKOLANS TID

Matematik som skolämne växte långsamt fram i vårt land under slutet av 1500- och början av 1600-talet. Aritmetik utövades först i det romerska talsystemet med tillhörande räknebord och räknepenningar, och i form av tid- och kalenderräkning. Genom det snabbt växande behovet av effektiva metoder för handelsräkning slog det hindu-arabiska siffersystemet successivt ut det romerska. Den första tryckta räkneläran på vårt eget modersmål kom 1614 [3]. Euklides Elementa var redan från början ett standardverk i den svenska geometriundervisningen, men vi fick vänta ända till 1744 innan det kom en fullständig svensk översättning [4]. Den första läroverksstadga som nämner matematik är från 1611. Det blev då tillåtet att undervisa i aritmetik i läroverken – om det inte inkräktade på övriga ämnen!

### FOLKSKOLESTADGAN 1842

I vårt lands första folkskolestadga från 1842 bestod skolämnet matematik av räkning och geometri [5]. Det övergripande målet med undervisningen var "det uppwxande slägtets danande till christelige och gagnelige samhällsmedlemmar". Matematikämnet innehåll beskrevs indirekt genom krav på vad en folkskollärare skulle ha "fullgiltig insigt och ådagalagd färdighet att underwisa i":

*Räknekonsten, så väl theoretiskt som praktiskt, till och med sammansatt Regula de tri uti hela och brutne tal, allmänna begreppen af Geometri och Linearteckning (s 9).*

*De kunskapsämnen hwilka ... fordras af den, som till lärare i folkskola skall intagas, utgöre och föremål för undervisningen i sådan skola (s 10).*

Minimikrav angavs för barn som på grund av fattigdom "hindras att undervisningen längre tid begagna" och för barn som "sakna erforderlig fattningsgäfwä":

*åtminstone inhemtat nödig kunskap ... i de fyra Räknesätten i hela tal (s 10).*

Man förutsatte skillnader i kunskapskrav mellan flickor och pojkar. Beslut om sådana skillnader var decentraliserat till den lokala skolstyrelsen:

*Skolstyrelsen äge att bestämma den skillnad som i hänseende till kunskapsfordringarna lämpligen må göras mellan gossar och flickor (s 11).*

### NORMALPLANERNA 1878, 1889 OCH 1900

Den första egentliga kursplanen i matematik för folkskolan kom i *Normalplanen* för folkskolor och småskolor från 1878 [6]. Matematiken var uppdelad på två separata skolämnen med var sin timplan, Räkning och Geometri. Lärokursen angavs i form av en lista av begrepp, metoder och aktiviteter – en för de första två åren i småskolan, en för folkskolans följande fyra år och en för ett eller två år fortsättningskola. Planen föregicks av Allmänna förutsättningar och följdes av beskrivningar av Lärogång, Metodiska anvisningar, Åskådningsövningar och Motiv – ett slags kommentarmaterial till Normalplanen.

De två första årens småskola omfattade främst huvudräkning och skriftlig räkning i addition och subtraktion i begränsade talområden. Folkskolans undervisning i räkning och geometri omfattade:

*De fyra räknesätten i hela tal och decimalbråk samt någon övning i allmänna bråk, med tillämpning på praktiska uppgifter af lättfattligt innehåll (s 21).*

*Uppritning och beskrivning af linier, vinklar och ytfigurer samt mätning af parallelogrammer och trianglar; beskrivning af de enklaste solida figurer samt mätning af parallelepipeder (s 23).*

I fortsättningsskolan omfattade kursen tillämpad räkning och geometri:

*Öfningar att på blandade praktiska uppgifter tillämpa de fyra räknesätten i hela tal och bråk; beskrifning och mätningar af plana och solida figurer; enkel bokföring (s 33).*

I avsnittet Motiv för ämnet räkning i småskolan betonades bl a värdet av "insigt och färdighet att uppfatta de grundläggande talförhållandena". För folkskolans del ville man se mindre av ensidigt mekaniskt räknande och mera av problemlösning som krävde klar uppfattning och eftertanke.

I de nya Normalplaner för folkskolan som följde 1889 och 1900 genomfördes ett antal mindre förändringar [7]. I småskolan skulle man t ex arbeta med "mångfaldigande och delning" och fortsättningsskolan fick en förstärkt geometrikurs. Man upprepade värdet av förståelseinriktad problemlösning och faran med mekaniska räkneövningar:

*... att öfva barnens förmåga att behandla praktiska uppgifter, hvilkas lösning kräfver klar uppfattning och eftertanke; och öfningarna att bibringa dem nödig räknefärdighet få icke ned sjunka till ett blott mekaniskt sysslande med uträkning av vissa tal efter en gifven regel och uppställning (s 57).*

I normalplanen från 1900 infördes kursplaner i *Matematik med bokföring* i folkskolans "högre afdelning" (en eller flera årsklasser). Här ingick också förstegradsekvationer, geometriska satser och bevis. Denna utvidgning av innehållet var sannolikt ett av motiven för att byta ut ämnesbeteckningen Räkning och geometri mot Matematik. Det dröjde dock till 1955 innan man genomförde detta namnbyte i den obligatoriska folkskolans kursplaner.

I den första Normalplanen för folkskolan fanns en skillnad mellan pojkar och flickor. Geometri omfattade en lektionstimma i åk 5 och en i åk 6 alternativt två timmar i årskurs 6 – men bara för pojkar. Flickor fick ingen geometriundervisning enligt timplanen utan istället en extra timma räkning och en extra timma skrivning! I Normalplanerna 1889 och 1900 fick man avgöra lokalt om flickor skulle ha geometri eller ej:

*Om flickorna icke deltaga i undervisningen i geometri, sysselsättas de med räkneövningar på den för geometri angivna tiden (s 29).*

#### UNDERVISNINGSPLANERNA 1919 OCH 1955 FÖR FOLKSKOLAN

Den fjärde nationella kursplanen i matematik för det obligatoriska skolväsendet ingick i 1919 års Undervisningsplan för folkskolan [8]. Räkning och geometri slogs ihop till ett ämne – *Räkning och geometri* – med gemensam timplan. Kursplanen fick för första gången ett övergripande *Mål* för undervisningen i ämnet. Målet var gemensamt för folkskolans båda stadier, det tvååriga småskolestadiet och det fyra eller femåriga folkskolestadiet.

*Undervisningen i räkning och geometri har till uppgift att bibringa barnen en efter deras ålder och utveckling avpassad insikt och färdighet i räkning med särskild hänsyn till vad som erfordras i det dagliga livet ävensom någon förtrogenhet med geometriska storheters uppritning, beskrivning, mätning och beräkning (s 58).*

Målbeskrivningen följdes av en momentförteckning för både sex- och sjuårig folkskola. Denna sk Kursfördelning beskrev innehållet i de olika årskurserna – från den första årskursen med tal i området 1-20 eller 1-30 och enkla mått till den sjunde årskursens omfattande innehållsbeskrivning:

*Procent- och ränteuppgifter med användning, där så finnes ändamålsenligt, jämväl av enkla ekvationer; användning av tabeller med tillämpning exempelvis på försäkringar och sammansatt ränta: utrikes mynt; växlar; andra räkneuppgifter, valda med särskild hänsyn till det praktiska livets fordringar, i främsta rummet sådana, som ansluta sig till näringslivet i hembygden. Särskilda huvudräkningsövningar. Övning i enklare bokföring och i samband därmed ifyllande av vanliga post-, järnvägs- och ångbåtsblanketter samt uppgörande av enkel självdeklaration. Geometrisk kurs, omfattande utom förut behandlade storheter något om ellipser, pyramider, koner och klot och huvudsakligen auseende storheternas uppritning, beskrivning och mätning i förening med enkla praktiska beräkningar. Enkla övningar i grafisk framställning. Enkla fältmätningar (s 60).*

Jämfört med Normalplanerna omfattade Undervisningsplanen mer geometri och många fler tillämpningar från "det praktiska livet" – ett stoff som delvis hämtats från de tidigare kursplanerna för fortsättningskolan och folkskolans "högre afdelning". Samma sak gällde ekvationer som nu, tillsammans med tabeller och grafisk framställning, blev kursmoment i folkskolans kursplan. Den efterföljande kommentaren kallades Anvisningar. Bland de rekommendationer som gavs kan nämnas:

- *Eftersträva åskådlighet*
- *Gå framåt långsamt*
- *Vänta med siffrorna tills dess att talområdet 1-9 blivit genomgången*
- *Granska elevernas skriftliga arbete noga*
- *Färdighet i huvudräkning är ett huvudsyfte vid räkneundervisningen*

- *Allt för stora tal bör undvikas*
- *Räkneuppgifternas sakinnehåll bör hämtas från förhållandena i hemmet och i skolan, från arbets- och affärlivet samt från övriga skolämnen*
- *Det är viktigt att låta eleverna pröva riktigheten av gjorda uträkningar*
- *Lär eleverna uppskatta avstånd ute i det fria*

Folkskolans femte och sista kursplan i matematik ingick i 1955 års Undervisningsplan för rikets folkskolor [9]. Denna läroplan var mera omfattande än tidigare planer. Skolämnet Räkning och geometri bytte namn till *Matematik*. Som i tidigare läroplaner inleddes listan av kursplaner med Kristendomskunskap följt av Modersmålet. Matematik som tidigare alltid kommit direkt efter modersmålet kom nu först på tionde plats, efter språk och orienteringsämnen. Det övergripande målet för matematikundervisningen uttrycktes på följande sätt:

*Undervisningen i matematik har till uppgift att giva kunskap och färdighet i räkning samt någon förtrogenhet med geometrins enklaste begrepp och metoder. Säkerhet och snabbhet i såväl huvudräkning som skriftlig räkning skall eftersträvas. Undervisningen skall så bedrivas att eleverna vänjes vid den tankereda, noggrannhet och målmedvetenhet som ämnet kräver (s 123).*

Målbeskrivningen följdes av en lista med Kursinnehåll fördelat på de olika årskurserna. Kursplanen gällde sjuårig folkskola med förslag till lokala kursplaner för åk 8 och 9. Inga större förändringar var gjorda för de första sju åren jämfört med 1919. I kursplanen för nionde skolåret ingick algebra, formler, grafisk framställning och några enkla geometriska bevis. Kursplanen liknade den plan som några år tidigare kommit ut för försöksverksamheten med den nioåriga enhetsskolan. Liksom i 1919 års plan följdes kursplanen av kommenterande Anvisningar.

## DEN NIOÅRIGA ENHETSSKOLAN

1949 påbörjades försöksverksamhet med nioårig enhetsskola i vårt land. Läroplanerna kallade *Timplaner och Huvudmoment (ToH)*, gavs ut och förnyades i flera omgångar under försöksverksamheten [10]. ToH 55 gällde från 1955 och inleddes liksom Undervisningsplanerna med ett övergripande Mål:

*Undervisningen i matematik har till uppgift att ge kunskap och färdighet i räkning samt någon förtrogenhet med algebrans och geometrins elementära begrepp och metoder. Eleverna bör förvärva säkerhet och snabbhet i såväl huvudräkning som skriftlig räkning. De bör göras förtrogna med allmänt brukliga matematiska uttryck, och deras natur- och samhällsorientering bör vidgas genom räkneproblemens sakinhåll. Genom undervisningen i geometri bör förmågan av rumsföreställning uppövas och den geometriska fantasin utvecklas. Elevernas personlighetsfostran bör befrämjas därigenom, att de få erfara vikten av samvetsgrant och mycket noggrant arbete samt nödvändigheten av tanke- och viljeanstrengning för att förelagda uppgifter skall kunna lösas (s 77).*

Tidigare kursplaner innehöll årskursvisa momentförteckningar. Huvudmomenten var nu fördelade på tre nivåer efter den nya stadiindelningen, Lågstadiet, Mellanstadiet och Högstadiet. De följdes av detaljerade och omfattande förslag till innehåll för de olika årskurserna inom respektive stadium. På högstadiet var innehållet dessutom uppdelat på alternativkurs 1 och 2. I slutet av denna historik ger vi en översiktlig beskrivning av alternativkursfrågan i det nationella läroplansarbetet.

En annan skillnad mellan folkskolans sista kursplan och ToH var att huvudmomenten grupperades i större kunskapsområden. På högstadiet var områdena Aritmetik, Algebra, Geometri och Tillämpningar. Som i folkskolans Undervisningsplan avslutades kursplanen med Anvisningar.

I enhetsskolan delades nionde årskursen upp i tre program 9y (yrkesförberedande), 9a (allmän) och 9g (gymnasieförberedande). Eleverna i 9y studerade inte efter kursplanen i matematik. På de olika grenarna av 9y infördes istället kursplaner i tillämpad matematik som yrkesräkning, handelsräkning, räkningsräkning och yrkesritning. Så här såg huvudmomenten ut för området Handelsräkning:

*I anslutning till undervisningen i övrigt: Repetition av hela tal och decimalbråk samt kort repetition av enkla bråk allmänna bråk. Sorträkning med svenska längd-, vikt-, yt- och rymdmått, enkla exempel med utländska mynt, reguladetri, blandningstal, procent- och ränteräkning samt något om sammansatt ränta. Enkla inköpskalkyler. Något om stapeldiagram och kurvor. Enkla praktiska planimetriska uppgifter. Övningar i användningen av räknemaskiner (s 119).*

## LGR 62

Grundskolans första kursplan var uppbyggd på samma sätt som enhetsskolans med ett övergripande mål [11].

*Genom undervisningen i matematik skall elevernas förmåga att handskas med kvantitativa begrepp utvecklas. Undervisningen har till uppgift att ge kunskap och färdighet i elementär aritmetik och algebra samt förtrogenhet med geometrins elementära begrepp och metoder. På grundval av en klar insikt bör eleverna förvärva säkerhet i att genom såväl huvudräkning som ändamålsenliga skriftliga tillvägagångssätt lösa olika slag av matematiska uppgifter, i första hand av praktisk natur. Undervisningen i geometri bör med utgångspunkt i elevernas iakttagelser av figurers och kroppars form öva deras förmåga av rumsföreställningar och utveckla deras geometriska fantasi. Eleverna bör efter hand göras förtrogna med allmänt brukliga matematiska termer och uttryckssätt. Genom sitt innehåll bör undervisningen ge dem en vidgad natur- och samhällsorientering (s 164).*

Därefter följde Huvudmoment fördelade på tre stadier och på allmän och särskild kurs samt ett detaljerat förslag till disposition av en studieplan för de nio årskurserna. Som i ToH fanns tillämpad matematik i 9y. Alternativkurserna var inte längre förslag utan en fastställd differentiering av huvudmomenten på högstadiet.

En av de största skillnaderna mellan enhetsskolans försöksplaner och kursplanen i Lgr 62 var omfattningen av Anvisningar och kommentarer. Denna del hade nu byggts ut från 4 sidor till en 20 sidor lång metodisk handledning. Grundskolans första kursplan var annars ganska "traditionell" och innehåller få nyheter jämfört med Timplaner och Huvudmoment för enhetsskolan.

#### LGR 69

Matematiken i Lgr 69 skilde sig starkt från tidigare kursplaner [12]. Den modernisering av skolmatematikens innehåll som genomfördes på flera håll i världen fick fullt genomslag i vårt land. Starkare än tidigare betonades betydelsen av förståelse och att utgå från elevens uppfattningar och tänkande. Kursplanen fick nya moment som Negativa tal, Beskrivande statistik, Sannolikheter och Funktioner, Räkning med tekniska hjälpmedel och Matematiska modeller. Det övergripande målet för matematik omfattade hela grundskolan.

*Undervisningen i matematik skall utgå från elevernas erfarenheter och föreställningar och grundas på förståelse. Den skall efter hand ge förtrogenhet med några väsentliga begrepp och tillvägagångssätt inom aritmetik, geometri, algebra och beskrivande statistik samt kännedom om funktions- och sannolikhetsbegreppen. Undervisningen skall vidare uppöva färdighet i numerisk räkning, även med tekniska hjälpmedel, och ge inblick i hur matematik används i olika sammanhang (s 137).*

Texterna med Anvisningar var korta och huvudmomenten gemensamma för allmän och särskild kurs. Kursplanen innehöll inte någon Mängdlära och mycket lite av den matematikterminologi som kom att känneteckna "den nya matematiken". Detta dominerade däremot handledningen "Matematikterminologi i skolan" som Skolöverstyrelsen gav ut redan 1966 [13]. Handledningen påverkade snabbt läromedlen i matematik genom anvisningarna till den nationella läroboksgranskning som var obligatiskt under dessa år och genom de anvisningar som gällde för utformningen av de styrande standardproven. Terminologin ledde till starka protester från både matematiker och lärare. Ett särskilt Supplement till kursplanen i Lgr 69 med kompletterande anvisningar och kommentarer hade också en stark prägel av "den nya matematiken" [14]. Supplementet var ett förslag till disposition av studieplan, men detta blev av olika anledningar den verkliga kursplanen i matematik. Jämfört med tidigare kursplaner var förändringarna många i supplementets momentförslag.

1. Naturliga tal,
2. Mätningar,
3. Geometri,
4. Decimaltal,
5. Rationella tal,
6. Negativa tal,
7. Räknemaskiner. Räknesticka. Tabeller,
8. Statistik och sannolikhetslära,
9. Funktionslära,
10. Reella tal,
11. Ekvationer, olikheter och ekvationssystem,
12. Matematiska modeller.

Exempel på den förståelseinriktade ambitionen kan man se i nya förslag till inledande undervisning om algoritmräkning och geometri. Flera av de begrepp som föreslogs i studieplanen, t ex vektorer, hade tidigare förekommit endast på matematikintensiva

gymnasielinjer. Skolöverstyrelsen gav också ut en handledning till Lgr 69, *Basfärdigheter i matematik* 1973, som skulle tjäna som vägledning till arbetet vid planering av undervisningen för lågpresterande elever [15]. Handledningen kom till för att möta reaktionerna på "överteoretiseringen" i kursplanen – eller rättare sagt i dess Supplement [16]. I slutet av 70-talet gavs det ut en ny "Matematikterminologi i skolan" där det mesta av den "nya matematikens" terminologi hade lyfts ut [17].

## LGR 80

Redan i läroplanens övergripande mål anges matematikundervisningens viktigaste uppgift [18]. I Lgr 80 handlar det i första hand om räkning. Detta kan uppfattas som en reaktion mot "den nya matematiken" i Lgr 69: "Back to basics".

*Tala, läsa, skriva och räkna utgör grunden för det mesta av det arbete som utförs i skolan och i arbetslivet. ... Att elever tränar och systematiskt får utveckla de grundläggande kommunikationsfärdigheterna, tala, läsa, skriva och räkna, måste därför vara centralt i skolarbetet* (Lgr 80, s 15).

Lgr 80:s matematikkursplan är liksom övriga kursplaner i Lgr 80 uppbyggd kring tre avsnitt, *Syfte, Mål* och *Huvudmoment*. Målavsnittet består av tre delar. Den första betonar behoven av matematik för individ och medborgare. I båda fallen är det övergripande målet att förvärva god förmåga att lösa vardagsproblem. Detta skall ske genom att eleverna förvärvar allsidiga räknefärdigheter och kunskaper i fyra av de nio huvudmomenten. I denna del finns också riktlinjer för arbetet.

Den andra delen omfattar *sådana kunskaper och färdigheter i matematik som de har användning för vid fortsatta studier i andra ämnen, fortsatta studier efter grundskolan, på fritid och i arbetsliv*. Dessa mål skall eleverna nå genom att dessutom tillägna sig kunskaper om innehållet i övriga huvudmoment och i övriga delar av tidigare nämnda huvudmoment.

Målavsnittet i kursplanen avslutas med att riktlinjer och principer för arbetet blandas med övergripande utbildningsmål som att kunna förstå, använda och tillämpa matematiken och att utveckla logiskt tänkande.

Sammanfattningsvis kan man säga att målavsnittet, under syftet och de övergripande utbildningsmålen, delar upp ämnet matematik i två målområden. Huvudmomenten sorterar sedan under dessa. Uppdelningen följer i huvudsak skollagens uppdelning av de övergripande målen för grundskolan. Skrivningen kan ses som en första innehållsdifferentiering där målen i det första målområdet anses viktigast och prioriteras högst i grundskolans matematikundervisning.

Det tredje och sista avsnittet i kursplanen innehåller det ämnesinnehåll och de aktiviteter som läggs fast för grundskolans matematikundervisning. Detta omfattar nio av kursplanens tio sidor och beskrivs i form av nio huvudmoment:

*Problemlösning, Grundläggande aritmetik, Reella tal, Procent, Mätningar och enheter, Geometri, Algebra och funktionslära, Beskrivande statistik och sannolikhetslära och Datalära.*

Innehållet i respektive huvudmoment fördelas på fyra nivåer i ett hierarkiskt system. Grunden för differentieringen framgår av texten före nivåbeskrivningen:

*En elev får inte börja med ett nytt moment utan tillräcklig grund från tidigare moment (s 99).*

På varje stadium finns två nivåer:

- I. Moment som alla elever skall bearbeta och förvärva grundläggande kunskaper och färdigheter i
- II. Moment som de flesta elever bör orientera sig om

Dessa är kopplade till varandra så att momenten på den andra nivån, önskvärda kunskaper, inom ett stadium är identiska med momenten på den första nivån, nödvändiga kunskaper, på nästa stadium. I texten till varje huvudmoment ges kommentarer samt motiv, principer och riktlinjer för val av innehåll och aktiviteter. Det första huvudmomentet har en övergripande roll i förhållande till övriga. *Problemlösning skall förekomma inom alla huvudmoment.*

Betoningen av vardagsproblem och aritmetik får alltså ses som en reaktion mot "den nya matematiken" i Lgr 69, framförallt i dess matematiksupplement. Ett kommentarmaterial utarbetas till kursplanen: "Att räkna. En grundläggande färdighet" [19]. Det utkom 1982 och får betraktas som en metodisk handledning med förslag och kommentarer.

Kursplanen i Lgr 80 handlar främst om vad undervisningen ska innehålla och hur den ska gå till. Syften, mål och riktlinjer blandas:

*Genom skolarbetet ska eleverna skaffa sig sådana kunskaper och färdigheter i matematik som de har användning för vid studier av andra skolämnen, vid fortsatta studier efter grundskolan på fritiden och i arbetslivet (s 98).*

*Undervisningen ska vara så konkret, att varje elev kan förankra begreppen och förstå användningen i praktiska situationer (s 99).*

Ett övergripande mål i Lgr 80 blev alltså att förvärva god förmåga att lösa vardagsproblem, bl a genom att utveckla allsidiga räknefärdigheter. Problemlösning blev ett nytt huvudmoment - det första. Allmänt skulle eleverna också utveckla sådana kunskaper och färdigheter i matematik som de har användning för vid fortsatta studier i andra ämnen, fortsatta studier efter grundskolan, på fritid och i arbetsliv.

## ALTERNATIVKURSFRÅGAN

Den 26 maj 1950 fattade riksdagen det viktiga principbeslutet om en nioårig enhetsskola [20]. Sverige hade bestämt sig för att ersätta parallellskolesystemet med en sammanhållen nioårig obligatorisk utbildning. En omfattande försöksverksamhet drogs i gång. En av de största frågorna var, hur man skall klara av undervisningen i sammanhållna klasser i nio år. Matematikämnet ansågs vara ett av de mest kritiska. I försöksverksamheten enligt Timplaner och Huvudmoment 1955, infördes grundkurs och överkurs i en del ämnen [10]. Men den största nyheten var nog *Alternativkurser*.

*Den nödvändiga differentieringen med hänsyn till elevernas olika förutsättningar kan ske genom den uppdelning i grundkurs och överkurs som nämns i anvisningarna till varje ämne ... För att ytterligare underlätta anpassningen av undervisningen efter förutsättningarna hos de olika elevgrupperna i en klass, har för vissa ämnen (moderna språk, matematik, fysik och kemi) utarbetats förslag till sk alternativkurser. Dessa är exempel på hur man kan differentiera kurserna, och de har till omfattning och innehåll varierats efter olika elevers studiemål och förutsättningar (s 20).*

Beslutet föregicks av en livlig debatt och många ansåg att alternativkurserna var ett officiellt avsteg från försöksverksamhetens ideologiska värdegrund. 1957 års skolberedning hade en svår avvägning att göra inför Lgr 62. Den stannade vid sammanhållna klasser i åtta år och en organisatorisk differentiering i årskurs 9 med tre program 9y, 9a och 9g samt alternativkurser i bl a matematik på högstadiet. Men beslutet visade sig vila på lösa grunder:

*Här vill beredningen dock erinra om den av forskningssekreterare Nils-Erik Svensson företagna undersökningen om prestationsutvecklingen i olika differentieringsmiljöer ... tyder på att en homogenisering av klasserna för de ur skolans synpunkt svagaste eleverna medför för dem ogynnsamma konsekvenser i fråga om kunskapsinhämtandet samtidigt som homogeniseringen inte har några påtagliga positiva effekter för de bästa eleverna.*

(SOU 1961:30, [21])



*På en avgörande punkt i sin argumentering har t ex 1957 års skolberedning dragit en slutsats, som kan uppfattas och också har tolkats så att en homogenisering genom organisatorisk differentiering missgynnar de sämsta eleverna utan att för den skull ge några positiva effekter för de bästa. Den resultatbild som kan utläsas ur stockholmsundersökningen ger snarare stöd för den motsatta tolkningen.*

(Dahllöf, 1967, [22])

Många ville ha betydligt tidigare differentiering medan andra uppfattade alternativkurserna som en rest från det gamla parallellskolesystemet som måste avskaffas:

*I en grundläggande allmänbildande skola för alla bör i princip undervisningen bedrivas enligt en läroplan utan alternativkurser i något ämne*

(SOU 1961:30, [21])

Både de som förordade tidig differentiering och de som ville ha en helt sammanhållen grundskola åberopade pedagogisk expertis och olika forskningsprojekt som genomförts i anslutning till försöksverksamheten. Beslutet kom emellertid att fattas på andra grunder:

*Det är värt att notera att det föredragande statsrådet Ragnar Edenman i riksdagsdebatten med viss emfas slog fast att differentieringsproblemet i en obligatorisk skola inte är en pedagogisk utan en rent politisk fråga.*

(Unenge, 1997, [21])

Nästan direkt efter det att Lgr 62 trätt i kraft startade arbetet på Skolöverstyrelsen, SÖ med att försöka avskaffa alternativkurserna. Man trodde att problemet kunde lösas med hjälp av förbättrade och utvecklade läromedelssystem, sk metod-materialsystem. Med utgångspunkt i den försöksverksamhet som började i Braås 1963 startade det mycket omfattade IMU-projektet

(Individualiserad matematikundervisning). Projektet och tillhörande undervisningsteknologi skulle inte bara lösa alternativkursproblemet utan också ge stora rationaliseringsvinster på lärarsidan och därmed lösa det stora problemet med lärarbristen i matematik [23]. Med hänvisning till erfarenheter från IMU-projektet föreslog Skolöverstyrelsen 1968, innan projektet slutrapporterats, att alternativkurserna i matematik skulle slopas. Men i likhet med 1961 hade man knappast den grund för förslaget som man gjorde gällande:

*"Within Sweden, the National Board of Education did not wait for the results of experimentation to recommend regular introduction of the IMU system nation-wide. In November 1968 the Board stated: Even if the final scientific efficiency have not yet been completed, the board has nevertheless found the data already available so overwhelmingly positive that the application of the methods-material-systems approach should now be allowed in schools" (Tescher, 1973, 403). This recommendation was done without consulting the IMU researchers and they reacted against what they saw as premature and compulsory introduction of the system into schools.*

(Howson et al. 1981, [24])

Regeringen följde inte Skolöverstyrelsens förslag utan behöll alternativkurserna i matematik i Lgr 69.

I förarbetena till Lgr 80 föreslog SÖ åter igen att alternativkurserna skulle slopas, trots starkt motstånd från många håll. Denna gång var det inte differentierade läromedel som skulle lösa problemen utan ett decentraliserat flerårigt lokalt utvecklingsarbete. Förebilder fann man bl a i en svensk kommun, där några lärare hade startat ett lokalt utvecklingsarbete i matematik utan alternativkurser.

Den resurs som var kopplad till alternativkurserna skulle få behållas under en övergångsperiod på 5 år. Men regeringen gick inte heller denna gång på SÖ:s förslag. Man ansåg att frågan måste utredas ytterligare:

*Alternativkurserna i matematik och engelska bör däremot finnas kvar ... Den pedagogiska frågan slutligen, vilken typ av gruppering som ger eleverna bästa färdighetsträningen och är positiv även ur andra synpunkter bör avgöras först efter utprövning. Det bör finnas frihet för kommuner att delta i försöksverksamhet med annan organisation än alternativkurser. Försöksverksamheten bör medges av SÖ och ges tillräcklig omfattning för att bilda grund för vidare ställningstaganden. Vilka elevgrupperingar som uppkommer om alternativkurserna överges bör noggrant studeras. SÖ bör få i uppdrag att utvärdera försöksverksamheten och inkomma med förslag i frågan fem år efter det att läroplanen trätt i kraft*

(Prop 1978/79:100, [25]).

Utbildningsutskottet ställde sig bakom regeringens förslag [26]. Uppdraget till SÖ formuleras på följande sätt:

*... beträffande alternativkurserna i engelska och matematik genom försöksverksamhet studera vilka elevgrupperingar som uppkommer, om alternativkurserna slopas, samt så snart som möjligt utvärdera denna försöksverksamhet och senast den 1 juli 1987 inkomma med de förslag som försöksverksamheten ger anledning till.*

(Prop 1978/79:100, [25])

Alternativkurserna blev alltså kvar också i Lgr 80. Kursplanen i matematik i Lgr 80 innehåller på sätt och vis två kurser på varje stadium – en slags allmän och särskild kurs på varje stadium. Men det sägs inget om alternativa kurser i matematik i kursplanen. Ordet alternativkurs saknas som sökord i sakregistret i Lgr 80. Det finns bara med på en enda plats i läroplanen, nämligen på sidan 159, som den 5:e föreskriften under rubriken Timplaner:

##### 5. Alternativkurser

*På högstadiet finns alternativa kurser i ämnena matematik och engelska. Föräldrar till elev väljer efter samråd med eleven för varje läsår alternativkurs (s 159).*

Det finns alltså inga skrivningar om allmän och särskild kurs vare sig i kursplanen för matematik och eller i tillhörande kommentarmaterial till Lgr 80. Eleverna har fått betygsstyrande nationella standardprov på allmän eller särskild kurs – och sedan fått betyg på dessa kurser – som egentligen inte funnits. Denna förvirrade situation speglar på något sätt de motsättningar och den osäkerhet som funnits i alternativkursfrågan ända sedan kurserna introducerades i mitten av 50-talet.

Den försöksverksamhet med alternativ till alternativkurser som SÖ fick i uppdrag att genomföra och rapportera senast i juli 1987 fick ingen avgörande betydelse för frågans behandling i förarbetena till Lpo 94. Det blev istället den nya decentraliserade ansvarsfördelningen och målstyrningen som definitivt satte punkt för det nationellt reglerade alternativkurssystemet. Regeringens motiv till det smått historiska beslutet återges här i sin helhet:

*Nuvarande reglering om alternativkurser i engelska och matematik upphör.*

(prop 1992/93:220, s 53, [27])

*Sedan grundskolan infördes har undervisningen i engelska och matematik bedrivits i två kurser, allmän och särskild kurs. I Lgr 80 återfinns den centrala regleringen i en kort föreskrift till timplanen. Där anges att alternativa kurser finns på högstadiet och att föräldrar efter samråd med eleven väljer alternativkurs för varje läsår. Däremot finns det endast en kursplan i engelska respektive matematik. Betygsättning har dock skett utifrån skilda referensgrupper.*

*Under ett antal år har försöksverksamhet och utvecklingsarbete bedrivits för att komma fram till andra sätt att gruppera eleverna och differentiera undervisningen. Ett växande antal skolor överger nu alternativkursystemet. Ett relativt stort antal elever väljer dock allmän kurs i årskurs 9 vilket kan tolkas som utslag av taktikval inför slutbetyget.*

*I och med de förändringar som ett nytt statsbidragssystem inneburit har en central reglering av hur eleverna skall grupperas kommit i ett nytt läge. Kommunerna bestämmer själva hur resurserna skall fördelas. De förslag, som vi lägger i denna proposition om timplaneutrymme för elevens fria val och lokal profilering, innebär därtill ökande möjligheter för skolorna att tillgodose elevernas olika intressen och behov. Det är en professionell bedömning som bör ligga till grund för hur eleverna skall grupperas för att uppnå bästa möjliga studieresultat. Vi återkommer till detta i avsnitt 3.5. De lokala förutsättningarna varierar. Elever har skilda intressen, förutsättningar och behov och skolorna har möjligheter att tillgodose dessa variationer på olika sätt. Ämnena är också olika till sin karaktär. Vi gör därför bedömningen att någon central reglering av alternativa kurser i engelska och matematik inte längre behövs.*

(prop 1992/93:220, s 62, [27])

Riksdagen hade inget att erinra mot denna skrivning. Därmed sattes punkt för en av 1900-talets största och mest omdiskuterade skolfrågor, differentieringsfrågan. Den är nu reducerad till en lokal fråga för rektor, reglerad på en enda mening i grundskoleförordningen:

*Eleverna skall fördelas på klasser och grupper enligt beslut av rektorn.*

(SFS 1994: 1194, 4 kap., 4 §, [28])

Från elevperspektiv ger naturligtvis två alternativkurser en alltför mekanisk uppdelning av matematikinnehållet. Systemet med en fast organisatorisk differentiering visar sig ha negativa effekter på många elevers självuppfattning, intresse, motivation och attityder till matematik och matematikstudier i den känsliga 14-15-årsåldern [29]. Det är nu upp till de professionella: lärare, skolledare att – inom ramen för grundskolans styrdokument – i samråd med elever och föräldrar välja arbets- och organisationsformer som är de bästa utifrån egna och skolans förutsättningar för att målen med utbildningen i matematik skall nås. Kommer det fortfarande att innebära att matematik får mer lärarresurser än andra ämnen i förhållande till garanterad undervisningstid? Ja, det avgörs nu lokalt!

Avslutningsvis kan vi konstatera att den diskussion som förts i tre decennier om elevgrupperingar och olika kurser i matematik på högstadiet nu upprepas på gymnasiet. Orsaken till detta är att matematik (kurs A) blivit obligatoriskt kärnämne för alla elever. Måste man nivågruppera för att kunna individualisera eller går det att individualisera i "heterogena grupper" inom gruppens ram. Det är bara att hoppas att gymnasiets lärare försöker ta del av de många erfarenheter som vunnits på grundskolans högstadium under arbetet med alternativkurser och med olika alternativ till alternativkurser [30].

## SAMMANFATTNING

Vi kan konstatera att det saknas formulerade motiv för matematikämnet i målbeskrivningarna för matematikämnet i måldokumentet från 1842, 1878, 1889, 1900, 1919, 1955 och 1969. Inte förrän 1980 ges en motivering, om än något obestämd, för matematikämnets plats i svensk skola. När man läser de centrala styrdokumentet får man ett intryck av att matematiken har haft en sådan självklar plats i skolan att ämnet inte behövt motiveras [31].

Antalet årskursveckotimmar för matematik har i stora drag varit oförändrat i 150 år. Då antalet årskurser successivt blivit fler har också undervisningstiden i matematik förlängts. När man utifrån de behandlade texterna försöker rekonstruera motiv för matematikämnet så ser man en antydning till stegring av motiv för privatlivets behov. I 1955 års plan för folkskolan har formuleringar kring "praktiska uppgifter" och "dagliga livet" bortfallit helt. Målen ger ingen signal om att det finns syften för matematiken betingade av samhälls- eller privatliv. I Timplaner och Huvudmoment för enhetsskolan, 1955 finns däremot en mera "modern" beskrivning, som visar på att syften skall svara mot behov i både samhälle och privatliv.

I grundskolans första läroplan, Lgr 62, kan man spåra kompromissen mellan folkskoletankar och realskoletankar. Den fackmatematiska karaktären är starkare än i ToH 1955. I 1969 års mål finns ingenting som direkt uttrycker behov av matematik i vare sig samhälle eller privatliv. "Den nya matematiken" introduceras, främst i rekommenderad matematikterminologi för skolan och i kursplanens supplement som i praktiken blir kursplan. Många nya "inommatematiska" begrepp och moment introduceras vilket snabbt leder till en motreaktion. Den konkretiseras i en basfärdighetshandledning för de lägst presterande eleverna och i en återgång till betoning på vardagsmatematik i Lgr 80. Kursplanen i Lgr 80 innehöll flera nyheter. För första gången ser vi ett framskrivet syfte för matematikämnet i skolan. Vi får en helt ny typ av huvudmoment, problemlösning. Uppdelningen på nivåer inom respektive stadium är också ny.

## REFERENSER

- [1] Duhre, A. G. (1721). *Första delen af en grundad geometria*. Stockholm.
- [2] SKOLFS 1994:1. *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet*, Lpo 94. SKOLFS 1994:3. *Kursplaner för grundskolan*.
- [3] Årsböcker i svensk undervisningshistoria, nr 178. *Aurelius räknelära från 1614*. Uppsala: Föreningen för svensk undervisningshistoria.
- [4] Strömer, M. (1744). *Euclides Elementa*. Uppsala.
- [5] Emanuelsson, G. & Johansson, B. (1994). Begrundelseproblemet i den elementära matematikundervisningen i Sverige. *IDokumentation av 8:e Matematikbiennalen. Göteborg 26-28 januari 1994*. Göteborgs universitet, Institutionen för ämnesdidaktik. *Kungl. Maj:ts Nådiga Stadga angående Folkundervisningen i riket (1842)*. Gifwen Stockholms Slott den 18 Junii 1842.
- [6] *Normalplan för undervisningen i folkskolor och småskolor (1878)*. Stockholm: P.A. Norstedt & söner.
- [7] *Normalplan för undervisningen i folkskolor och småskolor (1889)*. Stockholm: P.A. Norstedt & söner. *Normalplan för undervisningen i folkskolor och småskolor (1900)*. Stockholm: P.A. Norstedt & söner.
- [8] *Undervisningsplan för rikets folkskolor (1919)*. Stockholm: P.A. Norstedt & Söners förlag.
- [9] *Undervisningsplan för rikets folkskolor (1955)*. Stockholm: Svenska Bokförlaget Norstedts.
- [10] ToH. *Timplaner och huvudmoment för studieplaner för skolor av A- och B-form vid försöksverksamhet i anslutning till 1946 års skolkommissions principförslag (1951)*. Stockholm: Kungliga skolöverstyrelsen. (Fastställda för läsåren 1951/54). (Timplaner och huvudmoment vid försöksverksamhet med nioårig enhetsskola (1955). Stockholm: Svenska bokförlaget Norstedts. (Fastställda för läsåren 1955/58).

- [11] Läroplan för grundskolan, *Lgr 62*. (1962). Kungliga Skolöverstyrelsens skriftserie 60. Stockholm: Kungliga Skolöverstyrelsen.
- [12] Läroplan för grundskolan, *Lgr 69. Allmän del*. (1969). Stockholm: Skolöverstyrelsen.
- [13] Skolöverstyrelsen (1966). *Matematikterminologi i skolan*. Stockholm: Skolöverstyrelsen.
- [14] Läroplan för grundskolan *Lgr 69 II: Ma. Supplement. Matematik*. (1969) Stockholm: Skolöverstyrelsen.
- [15] *Basfärdigheter i matematik*. Skolöverstyrelsens handledningar. (1973). Stockholm: Skolöverstyrelsen.
- [16] Carlesson, L. (1968). *Matematik för vår tid. En presentation och ett debattinlägg*. Stockholm: Bokförlaget Prisma.  
Håstad, M. (1978) *Matematikutbildning från grundskola till teknisk högskola. I går - i dag - i morgon*. Stockholm: KTH  
Kilborn, W. m.fl. (1977). Hej Läroplan! Hur man bestämmer vad våra barn skall lära sig i matematik. *PUMP-projektet rapport nr 15*. Mölndal: Pedagogiska institutionen, Göteborgs universitet.  
Unenge, J. (1997). *Med mina ögon sett. Några nedslag i skolmatematikens historia*.
- [17] Skolöverstyrelsen (1979). *Matematikterminologi i skolan*. Stockholm: Liber Utbildningsförlaget
- [18] Läroplan för grundskolan, *Lgr 80. Allmän del. Mål och riktlinjer. Timplaner. Kursplaner*. (1980). Stockholm: Liber.
- [19] *Lgr 80. Kommentarmaterial. Att räkna. En grundläggande färdighet*. (1982). Stockholm: Liber Utbildningsförlaget.
- [20] Regeringens proposition 1950:70.
- [21] SOU 1961:30.  
Unenge, J. (1997). *Med mina ögon sett. Några nedslag i skolmatematikens historia*. Lund: Studentlitteratur.
- [22] Dahllöf, U. (1967). *Skoldifferentiering och undervisningsförlopp*. Göteborg Studies in Educational Research No 2. Göteborgs universitet, pedagogiska institutionen.
- [23] Larsson, I. (Red.) (1973). *Individualiserad matematikundervisning. En bok om IMU-projektet*. Pedagogisk Orientering och Debatt 43. Malmö: Hermods.  
Marklund, I. (1986). Från IMU till IEA. *Nämnan 12(4)*, 12 – 14.
- [24] Howson, G., Keitel, C., Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum Development in Mathematics*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- [25] Regeringens proposition 1978/79:100.
- [26] Utbildningsutskottets betänkande 1978/79: UbU 45
- [27] Regeringens proposition 1992/93: 220.
- [28] SFS 1994: 1194. Grundskoleförordningen.
- [29] Dahlgren, L.-O., Eriksson, R., & Hellström, L. (1985). *Gruppera mera? Erfarenheter från försök med olika grupperingar i engelska och matematik på högstadiet*. Skolöverstyrelsen, rapport R 85:35.  
Granström, K. & Einarsson, C. (1995). *Forskning om liv och arbete i svenska klassrum*. Stockholm: Skolverket.  
Kilborn, W. (1979). *PUMP-projektet. Bakgrund och erfarenheter*. (FoU-rapport 37). Stockholm: Liber Utbildningsförlaget.  
Kilborn, W. (1986). Att individualisera är inte att organisera. *Nämnan 13(2-3)*, 55-59.  
Marklund (1980). *Differentieringsfrågan*. Stockholm: Liber Utbildningsförlaget.
- [30] Emanuelsson, G., Johansson, B., Nilsson, M., Olsson, G., Rosén, B. & Ryding, R. (Red.) (1995). *Matematik ett kärnämne*. Nämnan TEMA. Mölndal: Göteborgs universitet, Institutionen för ämnesdidaktik.
- [31] Niss, M. (1995). *Goals of Mathematics Teaching*. Tekst Nr 306. Roskilde, Danmark: IMFUFA. [This report is a preprint of one chapter of the forthcoming International Handbook of Mathematics Education (Alan. J. Bishop, Ed.)]