

Analys och förslag för gymnasieskolans och högskolans matematikutbildning

***Detta dokument innehåller endast den inledande
sammanfattningen***

Matematikdelegationen, arbetsgrupp 11-H

februari 2004

Förord

Arbetsgruppen 11-H har fått i uppdrag av matematikdelegationen att analysera och ge förslag beträffande matematikutbildningen i gymnasieskolans två sista år och högskolans grundutbildning och forskarutbildning. Arbetsgruppen ber härmed att få överlämna ett underlag till delegationen. Målgruppen för följande text är i första hand delegationens medlemmar. Det kortare dokument på högst 10 sidor som delegationen begärt återfinns i första avsnittet som innehåller en sammanfattning av analysen och de viktigaste av våra konkreta förslag. På grund av den komplexa karaktären av frågorna har vi dock funnit det omöjligt att inom ramen för totalt 10 sidor lägga fram alla relevanta argument och analyser som stöder våra förslag. Därför väljer vi att presentera en längre text, samt bilagor, där delegationens medlemmar kan läsa mer om bakgrunden till förslagen.

Syftet är att samlat presentera en analys av nuläget, en problemformulering och förslag till åtgärder. Utgångspunkten är delegationens uppdrag och uppdraget till arbetsgrupperna som återfinns i bilagor. Arbetsgruppens avgränsning av uppdraget redovisas i ett inledande avsnitt.

Denna text gör inte anspråk på att utgöra en heltäckande beskrivning utan det är arbetsgruppens värdering av vad som är viktigt och möjligt att analysera på en kort tid (ett halvt år). Vi bygger på tidigare utredningar och rapporter, samt vissa egna kartläggningar. Gruppens medlemmar har skrivit utkast till olika delar av rapporten och bearbetat hela texten genomsamt.

Arbetsgruppen har följande medlemmar:

Gerd Brandell, Lunds universitet, ordförande
Leif Abrahamsson, Uppsala universitet
Tom Britton, Stockholms universitet
Ola Helenius, NCM och Karlstads universitet, sekreterare.
Anette Jahnke, Hvitfeldtska gymnasiet, Göteborg, medlem i delegationen
Christer Kiselman, Uppsala universitet, medlem i delegationen
Per-Eskil Persson, Klippans gymnasium och Malmö högskola
Elisabeth Sjöstedt, Uppsala universitet, medlem i delegationen
Attila Szabo, S:t Eriks gymnasium, Stockholm

Delegationen har i samråd med arbetsgruppen för lärarutbildning och arbetsgruppen 11-H beställt kartläggningar av utomstående experter. Det gäller två enkätundersökningar riktad till gymnasielärare genomförda vid SCB av Anders Karlsson. Delegationen har också på förslag av arbetsgruppen 11-H beställt en kartläggning av elevers och studenters deltagande i matematikundervisning i gymnasieskolan och högskolan genomförd av Lars Brandell. Dessutom har arbetsgruppen 11-H genomfört andra enkäter i egen regi.

En preliminär version av denna text (inte i fullständigt skick) har i december 2003 skickats till en rad referenspersoner, som vi tackar för medverkan med konstruktiva synpunkter.

Lund den 2 februari 2004

För arbetsgruppen

Gerd Brandell
ordförande

Innehåll

Sammanfattning	4
Kapitel 1 Inledning och bakgrund	15
Kapitel 2 Vad är matematik?	17
Kapitel 3 Vad är matematisk kompetens?	23
Kapitel 4 Gymnasieskolans matematik	27
Kapitel 5 Högskolans grundutbildning i matematik	39
Kapitel 6 Övergången gymnasium – högskola	48
Kapitel 7 Forskarutbildning i matematiska ämnen	52
Kapitel 8 Kompetensutveckling	55
Kapitel 9 Jämställdhet och mångfald	59
Kapitel 10 Matematikdidaktisk forskning och pedagogiskt utvecklingsarbete	66
Kapitel 11 Ett övergripande matematikprojekt	68
Referenser	
Bilagor, förteckning	

Sammanfattning

Vision

Arbetsgruppen 11- H har avgränsat sitt uppdrag till att gälla framförallt yrkeslivets behov. Kunskaper för yrkeslivet är motiverade både utifrån *individens* och utifrån *samhällets* behov. Vi utgår från att delegationen också behandlar matematikutbildningen utifrån andra motiv, men har inte i vår arbetsgrupp haft möjlighet att arbeta med hela spektret av motiv för matematik i utbildningssystemet.

Vi anlägger ett systemperspektiv på matematikutbildningen och har i våra analyser utgått från ett önskvärt sammanhang i systemet och ömsesidig förståelse mellan representanter för de olika delarna i systemet. Arbetsgruppen menar också att läraren är den enskilt viktigaste faktorn för att ge elever och studenter lust och möjligheter att lära matematik och att lärarkompetensen därför är en central fråga.

Arbetsgruppens vision kan sammanfattas som

- *ett effektivt och väl fungerande samband mellan gymnasieskolans och högskolans matematikutbildning*
- *en dimensionering av och ett utbud vid gymnasieskola, kommunal vuxenutbildning och högskola som uppfyller kravet att*
 - (a) *ge elever och studenter tillräckligt goda kunskaper i matematik för att de ska kunna fortsätta till de utbildningar som de siktar mot med adekvata matematikkunskaper*
 - (b) *motsvara omfattningen av samhällets behov av personer med relevant matematisk kompetens*
- *en tydlig koppling till användningar samtidigt som matematikens generella karaktär är central*
- *väl kvalificerad(e) lärare i ämnet till varje elev/student*
- *matematik – ett jämställt ämne*

Matematik och matematisk kompetens

I inledande avsnitt i rapporten ges en bakgrund i form av en diskussion om vad matematik och matematisk kompetens är. Rapportens kapitel två handlar om ämnet matematik. Vi konstaterar dels att matematiken är en av de äldsta vetenskaperna, med stark karaktär både av teoribygge och av instrument för problemlösning dels en modern vetenskap i snabb utveckling med inflytande på allt fler andra vetenskaper. Matematiken används för att beskriva, analysera och förstå omvärlden och konstruera lösningar på problem i samhället. Datoriseringen och matematikens starka utveckling bidrar till att samhället matematiseras alltmer och att matematiken fått en ökande användning inom allt fler områden. Samtidigt är den ofta osynlig i samhället. Den ökande matematiseringen leder till ett ökande behov av matematiskt kunnande bland allt fler personer i dagens och framtidens samhälle. Det gäller både specialister – matematiker i en bred bemärkelse – och många andra yrkesgrupper. Vi återkommer längre fram till dimensioneringsfrågorna. Matematiken är också en del av kulturen, med kopplingar till filosofi, musik, arkitektur, konst och hantverk. Idag saknas en samsyn eller gemensam förståelse av vad matematik är bland matematiklärare på olika nivåer inom utbildningssystemet och bland planerare.

Kunnande i matematik har beskrivits på olika sätt. I avsnittet om matematisk kompetens refererar vi aktuell litteratur, som beskriver vad vi kan mena med ”matematisk förmåga”, ett mångfacetterat begrepp. Matematiskt kunnande låter sig inte beskrivas genom en specificering av det matematiska innehållet. Det låter sig inte heller beskrivas enbart som metodkunnande eller räknefärdighet. Det man dessutom behöver komma åt är mer djupgående kunnande som handlar om begreppsförståelse, sammanhang och förmåga att använda matematiken. Den beskrivning som vi refererar mer utförligt är den modell som beskrivs i den danska KOM-rapporten. Där introduceras en modell som omfattar åtta olika matematiska kompetenser. Dessa är tillsammans

specifika för just matematiskt kunnande, de är någorlunda avgränsade från varandra och täcker det man syftar till, nämligen ett generellt matematiskt kompetensbegrepp som kan användas oberoende av nivå. De åtta kompetenserna uppdelas i två huvudgrupper, där den ena gäller förmågan att kunna ställa frågor och finna svar med matematik och den andra gäller att använda språk och redskap i matematik. Den första gruppen innehåller följande fyra kompetenser: tankegångs-, problembehandlings-, modellerings-, och resonemangskompetens. Den andra gruppen innehåller representations-, symbol- och formalism-, kommunikations- och hjälpmedelskompetens. Innebörden beskrivs närmare i kapitel 3.

FÖRSLAG

- En kritisk diskussion av *vad ämnet är* bör ingå i kompetensutvecklingsprogram, speciellt sådana som omfattar olika nivåer (se vidare våra förslag om kompetensutveckling)
- För ut det generella *kompetensbegrepp* som utvecklats inom KOM-projektet till lärare på gymnasium och högskola för diskussion
- Utveckla *exempel på kursplaner* eller tolkningar av kursplaner baserade på KOM-strukturen och i ett svenskt sammanhang

Gymnasieskolans matematik

Enligt den kartläggning som delegationen beställt (Lars Brandell, *Matematik för fortsatta studier*, bilaga 3) så behöver en hög andel av gymnasiet elever välja kurser eller program som innehåller matematik utöver den obligatoriska kärnkursen i gymnasiet. Om 50 %-målet för deltagande i högskoleutbildning ska nås, måste *betydligt fler elever välja att studera mer matematik* på gymnasienivå, antingen i gymnasieskolan eller inom vuxenutbildningen, förutsatt att nuvarande studiemönster inte ändras. Kvinnorna representerar den största potentialen för ökad rekrytering. Även med dagens nivåer på högskolestuderade finns ett glapp mellan ”tillgång” och ”efterfrågan”.

De andelar det handlar om ligger relativt högt. Mellan 30% och 40% av en årskull (hela årskullen, inte bara av dem som får slutbetyg från gymnasiet) behöver läsa någon matematikkurs utöver den obligatoriska i gymnasiet. Mellan 20% och 25% behöver en nivå motsvarande kurs D eller E. Detta gäller med nuvarande dimensionering av högskolan. Behovet kommer att öka om 50%-målet ska uppnås.

Utvecklingen är emellertid oroande. Ser man bakåt på perioden sedan nuvarande gymnasieskola infördes har andelen i ungdomskullarna födda 1978 – 1983 som studerat till en viss nivå i gymnasiet alternativt komvux i kort sammanfattning ökat för kullarna födda på 70-talet för att sedan minska eller stagnera i kullarna födda på 80-talet, så långt man kan följa utvecklingen. Tendensen både i uppgång och nedgång är tydligast bland kvinnorna. Den negativa utveckling som pågår för närvarande är oroande och måste brytas och vändas till en ökning.

Det finns givetvis – och bör fortsatt finnas – möjligheter att komplettera sina matematikkunskaper inom högskolan, inom speciella program (t ex basår) eller inom det program man valt, t ex en ekonomutbildning. Men sett på systemnivå är det en fördel om en viss matematisk nivå uppnås innan inträdet i högskolan. En lösning som innebär att alltmer av matematikstudierna förläggs till högskolan får konsekvenser i form av minskad kvalitet på längre sikt.

Behovet av förbättrade matematiska kunskaper finns alltså i många grupper. Ökande antal elever och studenter kommer i framtiden att behöva lära sig mer matematik för att kunna genomföra sina fortsatta studier eller få den matematiska kompetens som krävs i ett kommande yrke. Men vilket innehåll det handlar om och vilken kombination av de olika kompetenserna (enligt KOM-modellen) som behövs varierar utifrån tillämpningsområdet. Det är klar skillnad på behovet av matematisk kompetens hos läkare, sjuksköterskor, sjukgymnaster, samhällsvetare, ekonomer, tekniker, ingenjörer, lärare, biologer, fysiker och kemister för att ta några grupper.

Arbetsgruppen föreslår en omstrukturering av gymnasieskolans matematik. Nuvarande system är en ren etappmodell, där variationen för elever på olika program enbart ligger i antalet kurser.

Systemets medger i princip fullständig påbyggbarhet och är därmed enkelt att administrera och tillåter valfrihet för eleverna. Men det har visat sig medföra stora nackdelar i praktiken. Alla program tvingas in i en gemensam ”kostym” som inte passar. Problemen visar sig på följande punkter som utvecklas mer i avsnittet om gymnasiet:

- En oacceptabelt hög andel elever får betyget icke godkänt på den gemensamma kursen (matematik A) på många program. På 11 av de 18 nationella programmen har över 20% av eleverna IG på det nationella provet, på 4 av dessa över 40%. Andelen med icke godkänt i kursbetyg ligger över 20% på 6 av programmen. Kursen passar uppenbarligen dåligt på många program.
- På NV-programmet får å andra sidan över hälften av eleverna MVG på både provet och kursen, mindre än 10% har betyg G och ingen IG.
- Liknande problem med hög andel IG finns för andra kurser, t ex matematik C.
- För de elever som läser flera kurser (upp till sju-åtta kurser förekommer) blir matematiken onödigt sönderhackad, upprepningar och repetitioner ges för stort utrymme, teman återkommer och repeteras, men utrymmet för fördjupning begränsas.
- Målen och innehållet i kurserna kan inte programanpassas i den grad som behövs, så länge de är desamma.

Arbetsgruppen föreslår att *gymnasiets matematik struktureras utifrån en koppling till användningen av matematiken*. Målet och innehållet bör anpassas till programmet och till fortsatta studier både därför att kraven på innehåll är olika och därför att eleverna känner större motivation om innehållet anpassas till deras intressen. I matematikdidaktisk och pedagogisk forskning har man visat att en förankring i elevernas tidigare begreppsvärld underlättar förståelsen av nya matematiska begrepp. Ett helhetsperspektiv och en känd kontext ger elever stöd för lärandet.

Vårt förslag bygger på följande principer:

- Innehållet i kärnämneskursen, 100 poäng, ändras så att den helt inriktas på kunskaper och färdigheter av betydelse för vardagsliv, samhällsliv och *programmets övriga ämnen*. Den görs därmed programspecifik, men med gemensamt mål för delen ”medborgarkunskaper”.
- Det rena etappsystemet med B – E – kurserna ersätts med programspecifika (eventuellt inriktningsspecifika) karaktärsämneskurser av varierande storlek.
- Den sista obligatoriska matematikkursen på varje program skall tydligt riktas mot programmets övergripande mål. För vissa av yrkesprogrammen sammanfaller den sista med den första, dvs. kärnämneskursen.
- För samtliga program ska det finnas ett antal valbara kurser.
- En allmän valbar påbyggnadskurs för yrkesprogrammen, innehållande algebra, funktionslära och geometri, ska erbjudas. Denna kurs är avsedd som en plattform för vidare studier inom matematik samt som behörighetsgivande kurs för vissa högskoleutbildningar.

Förslaget kan anpassas antingen till nuvarande programstruktur eller till en sektorsstruktur. Arbetsgruppen har inte utarbetat en fullständig modell, eftersom en reformering planeras, utan vi nöjer oss med ett exempel på hur en struktur för gymnasiets matematik kan se ut (sid XX).

Delegationen har uppdragit åt SCB att genomföra en kartläggning av kompetens och önskemål om kompetensutveckling bland de lärare som undervisar i matematik vid gymnasiet. En del av resultaten redovisas i bilaga 6. Arbetsgruppen för lärarutbildning har också behandlat denna enkät. Utifrån enkäten kan man generalisera till hela gruppen. Bland lärarna i matematik vid gymnasiet har en majoritet, drygt 50%, en utbildning som ämneslärare enligt systemet som gällde före 1988. Drygt 10% har den gymnasielärarutbildning som gällde fram till år 2001, medan övriga inte har utbildning som direkt syftar till att undervisa i gymnasiets matematik. Mer än en tredjedel saknar således den utbildningen och nästan en femtedel av alla har mindre än 10 akademiska poäng i

matematik. Arbetsgruppens slutsats är att det föreligger ett stort behov av kompetensutveckling i form av komplettering av den grundläggande utbildningen upp till en nivå som motsvarar dagens gymnasielärarutbildning. Räknat på hela gruppen svarar gruppen utan den utbildningen mot drygt 1500 personer. Det förefaller också finnas många som saknar matematikdidaktik i rimlig omfattning.

Få lektorer i matematik finns idag vid gymnasierna. Arbetsgruppen anser att skolorna bör anställa flera (och högskolorna utbilda flera). Ett alternativ kan vara ettämneslärare. Vi finner det motiverat att införa utbildning som ettämneslärare eftersom ämnet är så stort, och kan innefatta många ämnen på akademisk nivå exempelvis tillämpad matematik, matematisk statistik, teoretisk datalogi, matematikhistoria mm. En lärare med matematik som sitt enda ämne bör ha något tillämpat ämne i sin utbildning. I lärarlaget på en gymnasieskola bör naturligtvis finnas lärare med varierande andra undervisningsämnen.

I SCB:s enkät har man också ställt frågor om ämnesansvar och gjort en enkätundersökning bland ämnesansvariga. Knappt 40% av lärarna svarar att det finns ämnesansvarig på skolan medan cirka 50% svarar att det inte finns ämnesansvarig. Många av de ämnesansvariga sköter endast administrativa uppgifter och saknar budget. Det framgår att det framförallt är skolor med teoretiska program som har ämnesansvarig lärare medan skolor med endast yrkesprogram saknar sådan.

Arbetsgruppen anser att en ämnesansvarig lärare bör finnas på varje gymnasieskola, oavsett vilken sammansättning av program man har. Den ämnesansvariga ska ha ett tydligt uppdrag att leda utvecklingen av ämnet vid skolan, vilket bland annat innebär att tolka och skriva lokala mål och kriterier, välja läromedel, utveckla lokala kurser och planera kompetensutvecklingen för sig och kollegorna.

Arbetsgruppen har fått uppfattningen att många gymnasier inte satsar i tillräcklig utsträckning på datorn som ett medel för lärande i matematik. Varje matematikklassrum borde utrustas med några datorer och datorn integreras i lärandet. Användningen av miniräknaren diskuteras i ett senare avsnitt.

FÖRSLAG

- Fler elever måste ges lust och möjlighet att läsa mer matematik på gymnasienivå. Tendensen till minskat intresse måste vändas
- En *ny struktur* föreslås för *gymnasieskolans matematik*. Kurserna anknyts till programmets eller inriktningens övriga innehåll. Kärnkursen (100 p) görs specifik för programmet men med en gemensam del som syftar till medborgarkunskap. Karaktärsämneskurser införs av olika omfattning. Alla program erbjuder valbara kurser. Systemet kompletteras med vissa överbryggingskurser. Modellen fungerar också i en gymnasieskola med sektorsstruktur.
- Mål och innehåll i gymnasieskolans matematikkurser ses över med anknytning både till grundskola och till högskola och utifrån ett kompetensperspektiv och ett innehållsligt perspektiv.
- Lektorer i matematik anställs vid gymnasieskolorna, i första hand vid skolor med teoretiska program. Utbildning som ettämneslärare i matematik införs och ettämneslärare kan anställas vid gymnasieskolor.
- Alla gymnasieskolor bör införa en ämnesansvarig lärare med uppdrag att leda ämnesarbetet i matematik. Uppdraget ska vara tydligt och förenat med utrymme i tjänsten och med budget och budgetansvar.
- Lärare som saknar utbildning som matematiklärare för gymnasiet bör erbjudas kompetensutveckling i matematik upp till nuvarande nivå i gymnasielärareutbildningen och ges reella möjligheter att genomföra en komplettering på deltid.
- Ökad satsning på hjälpmedelskompetens och på datorn som ett instrument för lärande i matematik.

Högskolans grundutbildning i matematik

Arbetsgruppens bedömning är att samhällets behov av matematikkunskaper, också på högskolenivå kommer att växa. Vi grundar det på en övertygelse om att mer avancerad matematik inte är ett behov för ett litet antal experter, utan för de många som använder matematik inom sitt specialområde. Ingenjörer, lärare, naturvetare och många ekonomer och samhällsvetare behöver studera matematik vid högskolan i dagens system. I takt med att fler vetenskaper utnyttjar matematiken alltmer kommer fler att använda de matematiska verktygen, och behöva förstå hur de fungerar och deras begränsningar. Exempel från senare tid är finansiell ekonomi och biologi. Därmed kommer allt fler studenter vid högskolan att behöva studera matematik på den nivån.

Det finns tecken på att rekryteringen till matematikstudier vid högskolan numera minskar mätt som andelen av en årskull som före en viss ålder studerat minst en matematikkurs vid högskolan. Det framgår av kartläggningen i bilaga 3. Det betyder att en utveckling av stark ökning under 90-talets första hälft har mattats av och verkar vändas i en minskning. Studierektorer bekräftar denna bild, även om undantag finns. Det är oroande.

De speciella utbildningarna till matematiker (och tillämpad matematik, industrimatematik osv) lever ett alltför anonymt liv i Sverige. Ofta väljs de som specialisering inom ett bredare naturvetenskapligt eller ingenjörsprogram. Arbetsgruppen menar att det är nödvändigt att utbilda fler matematiker på alla nivåer för arbete inom näringsliv, förvaltning och skola och som bas för forskarutbildningen. Matematikerprogram bör därför införas på alla universitet och större högskolor som inte redan har ett sådant. En inspiration för planeringen är ett gemensamt dokument utarbetat av matematiker från hela Europa inom ramen för Bologna-processen. Nya program bör ges struktur enligt Bologna-modellen. Rekryteringen till lärarutbildning i matematik är sviktande. Kombinationsutbildningar som lärare och civilingenjör är ett intressant alternativ som prövats.

Innehållet i matematikkurser som ingår i andra program måste utvecklas i nära samarbete med avnämarna. Ansvar för att matematiken integreras på ett bra sätt i utbildningen vilar på matematikerna men också på övriga ämnens representanter.

Motivation, intresse och självtillit brister hos många studenter. Pedagogiskt och didaktiskt utvecklingsarbete prioriteras inte alltid. Här finns många problem som bör mötas med starkare ledning på institutionerna. Lärarna bör sprida erfarenheter av pedagogiskt utvecklingsarbete genom publicering. Många institutioner står inför pensionsavgångar bland lärare med lång erfarenhet som gör en stor insats inom grundutbildningen. Yngre lärare/forskare med stark pedagogisk kompetens bör rekryteras till lektorstjänster, för att fylla det stora behovet inom grundutbildningen.

Många studenter möter inte datorn som instrument för matematiskt arbete under sina högskolestudier i matematik. Det är en uppenbar brist att datorn inte integreras mer. Den behövs både som ett medel för lärande i matematik och som ett led i att utveckla hjälpmedelskompetens. Modelleringskompetensen får också för liten plats enligt arbetsgruppens mening.

FÖRSLAG

- Fler studenter måste intresseras för och erbjudas möjligheter att läsa mer matematik på högskolan. Kvinnorna utgör den största potentialen för ökad rekrytering.
- Inför matematikerprogram vid naturvetenskapliga och tekniska fakulteter där sådana inte finns. Inslag av modellering, tillämpningar och beräkningsvetenskap bör vara starka och Bologna-modellen bör följas.
- Utbildningar till ettämnslärare för gymnasiet bör erbjudas studenterna i lärarutbildningen. Kombinationsutbildningar som civilingenjör och lärare bör utvecklas.
- Utvecklingen av innehåll och didaktik i kurser och program med matematik inom högskolan måste göras fortlöpande i enlighet med nya krav/behov/möjligheter. Lärarna bör uppmanas att dokumentera och publicera sitt utvecklingsarbete.
- Modellerings- och hjälpmedelskompetensen måste ges större utrymme i utbildningen.
- Ledningen vid institutionerna bör finna modeller för att premiera didaktisk kompetens och strategiskt arbete med undervisningsfrågor och för att rekrytera skickliga lärare.

Övergången gymnasium – högskola

Diskussionen om brister i förkunskaperna i matematik bland nybörjarstudenterna i matematik har pågått länge och med särskilt hög intensitet sedan 1998, då högskolorna slog larm om försämringar. Dessa sattes i samband med det nya gymnasiets införande och förändringar i grundskolans matematikkurser. Flera utredningar gjordes och framförallt rapporten *Räcker kunskaperna i matematik?* (Högskoleverket 1999) fick stort genomslag. Problemen kvarstår eller förvärras enligt senare utvärderingar. Många studenter har brister i kunskaperna och dessa kan gälla gymnasiets alla kurser. Det finns också studenter som har svagheter i grundläggande moment som hör till grundskolans kurs. Brister finns både i begreppsförståelse och i förmågan att hantera uttryck med matematiska symboler. Spridningen är stor mellan studenterna vilket också är ett problem.

Högskolor och gymnasieskolan har mött problemet på olika sätt. De flesta av våra förslag är därför inte nya utan prövade på olika håll. Att problemen kvarstår beror inte på att åtgärderna inte är välkomna eller inte fungerar, utan att det krävs mer genomgripande förändringar. Arbetsgruppen har två förslag som går utöver det som hittills gjorts.

Det första gäller gymnasieskolans matematik, som med vårt förslag till ny struktur bör ge förutsättningar för bättre förberedelser för högskolan. Det andra förslaget gäller antagningssystemet. Idag gör antagningsreglerna att elever i gymnasiet stimuleras att välja kurser där det är enklast att få högt betyg, snarare än de kurser de har nytta av kunskapsmässigt vid sina kommande studier. Problemet behandlas för närvarande av en utredning inom departementet, och vi har därför inte arbetat fram något konkret förslag.

Ett specifikt problem vid övergången utgörs av att gymnasiet och högskolan har olika syn på användningen av datorer och miniräknare. Hjälpmedelskompetensen bör stärkas på ett sådant sätt att datorn (miniräknaren) blir ett instrument för lärande i matematik. Använd på fel sätt kan miniräknare istället hindra begreppsförståelse och bidra till en osäker taluppfattning. Ett pedagogiskt utvecklingsarbete pågår vid gymnasierna för att rätta till detta, men fortfarande finns brister. Vid högskolan bör man inte helt förbjuda hjälpmedlen i den inledande undervisningen som nu ofta sker, utan istället utveckla en didaktiskt motiverad integration av dessa hjälpmedel i matematikutbildningen.

FÖRSLAG

- Förändring av strukturen och innehållet i gymnasiets kurser i matematik enligt tidigare
- Förnyat system för behörighet och antagning vid högskolan som uppmuntrar eleverna att skaffa sig god matematisk kompetens innan de söker till högskolan
- Gymnasierna bör fortsätta erbjuda speciella valbara högskoleförberedande kurser i matematik eller starta sådana
- Flexibla överbryggnadsprogram i matematik vid högskolan för studenter som behöver stärka sin kompetens från gymnasiet, även riktade till NV-studenter. Universitet och högskolor bör i samverkan med Nätuniversitetet och utveckla ett utbud av distanskurser av överbryggnadskaraktär
- Högskolorna bör införa differentiering i de inledande matematikkurserna i innehåll, omfång och/eller undervisningsformer för att anpassa kurserna till studenternas varierande förkunskaper.
- Ökad samverkan mellan gymnasieskolan och högskolorna för ökad kunskapsutbyte och samarbetsprojekt inom matematikutbildningen
- Utveckla användningen av miniräknare och datorer på ett didaktiskt motiverat och effektivt sätt i högskolans grundkurser och på gymnasiet. Miniräknare (och dator) måste användas på ett sätt som inte leder till försämrade begreppsförståelse

Forskarutbildning i matematiska ämnen

Forskarutbildningen i matematiska ämnen har under de senaste decennierna både breddats ämnesmässigt och vuxit i omfattning. Breddningen och den huvudsakliga expansionen har skett inom olika tillämpningar av matematik, t ex tillämpad matematik, matematisk statistik och nu de senaste fem åren matematikdidaktik. Arbetsmarknaden för doktorer i matematik växer. Numera går allt fler nya doktorer vidare till näringslivet. Det hänger naturligtvis samman med samhällets ökade matematisering.

Trots ökningen i forskarutbildningen är behovet i framtiden större än som motsvaras av nuvarande volym. Det kommande 10-15 åren kommer högskolorna i Sverige ha ett mycket stort behov av att nyanställa lektorer/professorer. Mängden nydisputerade täcker inte detta behov ens om man räknar optimistiskt med en fördubblad volym på forskarutbildningen.. Andelen disputerade som söker jobb utanför högskolan förväntas också öka framgent. Slutligen anser arbetsgruppen att gymnasierna bör börja anställa lektorer med forskarutbildning igen.

Bolognaprocessen kan enligt arbetsgruppen ge en bättre förberedelse för forskarutbildning genom den nya magisternivån (3+2 år) och en bättre möjlighet att anta doktorander som fått mer inblick i forskning genom sitt magisterarbete och därmed större förmåga att bedöma sina möjligheter att genomföra en forskarutbildning.

Matematikdidaktisk forskarutbildning har startats inom ramen för en forskarskola finansierad av Riksbankens Jubileumsfond. Finansieringen från RJ upphör då nuvarande doktorander avslutar sin utbildning. Arbetsgruppen föreslår fortsatt statlig finansiering. (Se vidare avsnittet om matematikdidaktisk forskning, kapitel 10)

Kvinnorna är starkt underrepresenterade inom forskarutbildningen i matematiska ämnen. Andelen kvinnor ökar, men det tycks som om kvinnorna i större utsträckning avbryter sina studier. En bättre social miljö kan vara en väg att behålla fler av de kvinnliga doktoranderna.

Kvaliteten i handledningen kan ökas genom handledarutbildning, som numera blir vanligare och genom samarbete mellan flera handledare.

FÖRSLAG

- En väsentligt ökad finansiering av forskarutbildningen från statsmakterna
- En breddning av forskarutbildningen (mer professionsträning och fler inriktningar)
- Ökad rekrytering av kvinnliga doktorander och förbättrad social miljö för dessa
- Obligatorisk handledarutbildning för handledare
- Forskarskolan i matematikdidaktik får fortsätta (med statlig finansiering)
- Lärarutbildningsinstitutioner och matematikinstitutioner samarbetar om att utveckla matematikdidaktisk forskarutbildning

Kompetensutveckling

Alla lärare har rätt till kompetensutveckling inom ramen för sin tjänst. För att kompetensutvecklingsprogram ska ge resultat för eleverna måste de uppfylla vissa kriterier, bland annat vara långsiktiga och planeras utifrån lärarnas behov.

Enligt den enkätundersökning som SCB genomfört har en tredjedel av gymnasielärarna (totalt cirka 4700) i matematik *inte* deltagit i någon kompetensutveckling i matematik. Alla har svarat på frågan om vilken kompetensutveckling de helst önskar. Ämnesteorier prioriteras av 21%, ämnesdidaktik av 31% och integrerade kurser/program med både ämnesteorier och ämnesdidaktik av 32%. Program för kompetensutveckling bör därför erbjudas inom alla områden, beroende på individuella behov och på skolans och kommunens behov. Kurser bör som idag erbjudas av högskolornas institutioner för lärarutbildning och för matematik och av regionala kompetenscentra. Alla skolor bör få tillgång till erbjudanden om kurser och kortare program på nära håll eller som distansutbildning. En samordning behövs på regional och nationell nivå. NCM bör ges uppdraget att i samverkan med Myndigheten för skolutveckling, högskolorna och de regionala utvecklingscentra utveckla ett nätverk på regional och lokal nivå för samordning och information.

Många lärare – drygt 20% – är intresserade av att genomgå en forskarutbildning. Matematikdidaktik prioriteras högst, därefter ett annat ämne och i tredje hand matematik. Mot bakgrund av det stora intresset för forskarutbildning bör fler möjligheter öppnas för lärare att på deltid och med stöd från kommunen genomgå forskarutbildning, åtminstone till licentiatexamen.

När det gäller högskolornas lärare finns också behov av kompetensutveckling. Utveckling inom ämnet sker huvudsakligen via egen forskning, något som inte alla lärare har utrymme för. Arbetsgruppen föreslår att alla lärare ges möjlighet till kompetensutveckling inom ämnet, i form av forskning eller på annat sätt. Detta gäller även gruppen icke-forskarutbildade lärare. Många lärare vid högskolan saknar utbildning i pedagogik och didaktik. Matematikdidaktik bör komma med i den grundläggande utbildningen för adjunkter, lektorer och doktorander som numera är obligatorisk. Tidpunkten är lämplig eftersom universitetet just är i färd med att utveckla dessa kurser. En enkät som arbetsgruppen genomfört vid några institutioner visar på att det finns ett intresse för kurser inom matematikdidaktik, men att det är ganska lågt. Det relativt låga intresset kan tyda på en liten kunskap om vad didaktikutbildning innebär.

FÖRSLAG

- Kompetensutvecklingsprogram i matematik, andra matematiska ämnen och matematikdidaktik ska erbjudas alla lärare i matematik vid gymnasieskolan. Programmen bör vara långsiktiga och planerade utifrån den lokala situationen och utformas utifrån ett bottom-up-perspektiv.
- NCM bör ges i uppdrag att utveckla ett regionalt kontaktnät, via en fungerande organisation t ex med hjälp av RUC (regionala utvecklingscentra) eller lärarutbildningsinstitutioner. Uppbyggnaden bör ske i samverkan med myndigheten för skolutveckling.
- En reformerad gymnasieutbildning enligt arbetsgruppens förslag måste åtföljas av ett omfattande kompetensutvecklingsprogram med inriktning på nya kurser och arbetssätt
- Högskolorna bör utveckla fler kurser inriktade på kompetensutveckling och livslångt lärande riktade till lärare och andra.
- Högskolorna bör erbjuda licentiat- alternativt magister-program (enligt Bologna-modellen) inom matematikdidaktik och andra matematiska ämnen riktade till lärare
- Kompetensutvecklingsprogram i matematikdidaktik bör utvecklas för lärare och doktorander vid högskolan. Alla lärare bör ges utrymme för kontinuerlig kompetensutveckling, både ämnesmässigt och i matematikdidaktik.

Jämställdhet

Matematiken är inte jämställd. Kvinnor väljer bort matematiken med början i gymnasiet. I gymnasiet är det något fler flickor än pojkar som läser kurserna A, B och C. Däremot utgör flickorna endast cirka 40% av eleverna på D-kursen och cirka 30% av eleverna på E-kursen. Inom grundutbildningen vid högskolan utgör kvinnorna 30% och på kurser på C- och D-nivån 21%. Bland de forskarstuderande i matematiska ämnen är kvinnorna 26% och bland lektorer, professorer och forskarassistenter 14%. Siffrorna gäller för år 2002. Inga nämnvärda skillnader i prestationer finns på gymnasiet med undantag för D och E-kurserna där flickorna har något bättre resultat.

Utvecklingen har varit positiv på alla nivåer sett i stort över de senaste 10 – 15 åren. Men lokalt kan variationerna vara stora uppåt och nedåt och utvecklingen har gått långsamt bland doktorander och lärare. Den stora variationen mellan institutionerna framgår av en sammanställning som arbetsgruppen gjort utifrån högskoleverkets utvärdering av grundutbildningen i matematik år 2002.

Sammanfattningsvis kan det konstateras att många matematikinstitutioner önskar sig en jämnare könsfördelning. Det talas ofta om att man vill locka till sig fler kvinnliga studenter, men få konkreta åtgärder nämns. Ett fåtal institutioner har dock arbetat aktivt med att uppmärksamma och förändra de egna attityderna för att bana väg för en mer jämställd arbetsplats. Kunskapen är dålig om vilka åtgärder som visat sig vara effektiva. Arbetsgruppen föreslår att institutionernas arbete följs upp och att man sammanställer information om institutionernas jämställdhetsprojekt. Man vet alltför litet om vilka hinder de kvinnliga doktoranderna och lärarna upplever i sin karriär idag och mer forskning skulle behövas.

De kvinnliga matematikerna har tillsammans med lärare i skolan bildat nätverket Kvinnor och matematik som bland annat har genomfört fem konferenser sedan 1990 som tilldragit sig stort intresse. Frågor om jämställdhet har diskuterats, projekt redovisats och forskning om kvinnor och matematik redovisats. Konferenserna finns redovisade i rapporter. Vid två tillfällen – senast år 2003 – har sommarskolor för kvinnliga doktorander anordnats med positiv respons och gott deltagande.

FÖRSLAG

- Gör en uppföljning av Högskoleverkets undersökning för att kartlägga institutionernas jämställdhetsarbete som omfattar både rekrytering av kvinnor och deras vidare karriärer.
- Sammanställ information om goda sätt att rekrytera kvinnor till grund- och forskarutbildningen i matematik i samarbete med nätverket Kvinnor och matematik
- Fakulteter bör kunna använda ekonomiska styrmedel i jämställdhetsarbetet.
- Institutionerna bör uppmuntra och stödja lokala nätverk för kvinnliga matematiker.

Matematikdidaktisk forskning och pedagogiskt utvecklingsarbete

Matematikdidaktik som forskningsområde är relativt nytt i Sverige om man tänker på speciella forskartjänster och forskarutbildning. Den matematikdidaktiska forskningen behandlar frågor om lärande i matematik, med eleven, ämnet och läraren i fokus. Men forskningen behandlar också frågor om det utbildningssystem inom vilket elever och läraren arbetar. Betydelsen av forskningen hänger samman med att matematiken är ett stort ämne i skolan (det näst största) och vid högskolan, att man i alla länder stöter på stora och likartade problem i matematikutbildningen.

Sverige har hittills endast en professur i matematikdidaktik, vid Luleå tekniska universitet, institutionen för matematik. Bland matematiska institutioner har institutionen i Umeå gjort en pionjärinsats genom att starta en forskargrupp inom ämnet och forskarutbildning i matematik med ämnesdidaktisk inriktning redan 1995.

Sedan 2001 pågår en stor satsning via Riksbankens Jubileumsfond som finansierar en forskarskola med tjugo doktorander i matematik med ämnesdidaktisk inriktning. Ett tiotal matematiska institutioner runt om i landet medverkar i forskarskolan. Handledningen bedrivs i samarbete mellan matematiker, matematikdidaktiker och pedagoger och i samarbete med en rad utländska forskare. Anslaget från RJ är ett engångsanslag och forskarskolans fortsättning efter de fem åren är därmed inte möjlig utan ny finansiering.

Forsarskolan har ett mål utöver att utbilda forskare, nämligen att medverka till en framväxt av matematikdidaktiken som forskningsområde i Sverige, vid de matematiska institutionerna. Detta är i linje med intentionerna bakom satsningen på utbildningsvetenskaplig forskning de senaste åren, där statsmakterna uppmanar ämnesinstitutionerna att engagera sig i den ämnesdidaktiska forskningen.

De som genomgår forskarutbildning inom matematikdidaktik kommer att ha en kompetens som gör dem lämpade att arbeta som lektorer inom gymnasiet och inom lärarutbildningen. Inom båda dessa områden är bristen stor på forskarutbildade lärare. Många gymnasielärare i matematik är intresserade av att genomgå forskarutbildning enligt den enkät som SCB genomfört (bilaga 6).

Det finns alltså många skäl att stödja och utveckla matematikdidaktiken som forskningsområde. En sådan satsning kommer matematikutbildningen tillgodo dels direkt genom forskningsresultat som ligger nära praktiken i skolan/högskolan, dels indirekt genom att bidra till försörjningen av forskarutbildade lärare inom gymnasier och lärarutbildning.

Arbetsgruppen föreslår därför att flera universitet bygger upp en forskningsorganisation inom området, med tjänster och forskarutbildning. Det bör ske i samverkan mellan matematiska institutioner och institutioner för lärarutbildning, med ansvar för utbildning till matematiklärare och via fakulteter för utbildningsvetenskap (motsvarande).

Pedagogiskt utvecklingsarbete har en nära relation till den didaktiska forskningen. Vid institutioner med forskning inom området finns kvalificerat stöd för lärare som önskar bedriva pedagogiskt utvecklingsarbete och på ett systematiskt sätt dokumentera och utvärdera sitt arbete. Erfarenhetsutbytet mellan högskolornas matematiska institutioner är begränsat när det gäller pedagogisk utveckling. Arbetsgruppen föreslår därför årliga konferenser om matematikutbildningen vid högskolorna, med inriktning på teman som innehåll, mål, lärande, samverkan med avnämare, undervisning, organisation, rekrytering, samverkan med gymnasiet bör anordnas.

FÖRSLAG

- Matematiska eller andra institutioner som har ansvar för lärarutbildningen i matematik bör genom sina fakulteter bygga upp en forskningsorganisation för matematikdidaktik med forskartjänster, forskarutbildning och anslag från fakultetsmedel
- Fortsätt stödet till forskarskolan i matematik med ämnesdidaktisk inriktning via statliga medel
- Årliga nationella konferenser om matematikutbildningen på högskolan med teman som handlar om innehåll, mål, lärande, samverkan med avnämare, undervisning, organisation och rekrytering bör anordnas.

Ett övergripande matematikprojekt

Matematikämnet inom skola och högskola står inför stora utmaningar. Det krävs insatser av många entusiastiska och kunniga lärare för att nå förändringar. Ett kraftfullt stöd för lokal utveckling via projekt som når eleverna är nödvändigt för att driva fram förändringar.

Som framgått tidigare visar rekryteringen till matematik tecken på att minska. Vi ser det som allvarligt och menar att man måste vända den trenden tidigt. Matematiken är ett oumbärligt inslag i många utbildningar och inom allt fler yrkesområden. (Se tidigare avsnitt).

Vi föreslår efter modell av NOT-projektet som drivits framgångsrikt under 10 år ett liknande projekt för matematiken under en kommande femårsperiod. Projektet ska gälla matematiken både i grundskolan och gymnasiet. Det övergripande målet ska vara ökad rekrytering och förbättrade attityder till ämnet.

Projektet bör ledas av myndigheten för skolutveckling, skolverket och högskoleverket gemensamt.

Stommen i ett MAT-projekt ska vara lokala och regionala projekt för bättre matematikutbildning och ökad rekrytering, framförallt av flickor och kvinnor. Exempel kan vara ”röda tråden”-projekt där lärare från olika nivåer samverkar med varandra och utvecklar undervisningen inom ett visst tema. Man bör ta vara på erfarenheterna från NOT-projektet.

Många av de förslag som vi framfört tidigare kan ingå i ett MAT-projekt. Det gäller till exempel det kompetensutvecklingsprogram som bör åtfölja en reform av gymnasiets matematik. Det gäller också de årliga nationella konferenser vi föreslår för högskolans matematikutbildning.

Projektet utvärderas efter fem år och kan sedan eventuellt fortsättas.

FÖRSLAG

- Ett övergripande nationellt projekt – MAT-projektet – drivs under fem år. Målet är ökad rekrytering till matematik inom gymnasiet och högskolan, framförallt av flickor och kvinnor. Målet är också mer positiva attityder till matematik bland eleverna. Projektet leds i samverkan mellan myndigheten för skolutveckling, skolverket och högskoleverket.
- Grundvalen för projektet är lokala och regionala projekt. Projekt för samverkan F-12-högskolan (alternativt mellan två skolformer) uppmuntras.