

Matematik i samverkan

Här ges exempel på matematik i vardags- och yrkesliv som i olika utformning kan användas i både grund- och gymnasieskola. Uppgifterna kan modifieras så att de blir kortare eller längre, och man kan ägna olika lång tid till dem beroende på elevernas förutsättningar och studieprogram.

Vardagsmatematik har en central roll både i grund- och i gymnasieskolan. Målen är likartade och kurserna överlappar i viss mån varandra.

Lpo 94,

Mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det nionde skolåret:

Eleven skall ha förvärvat sådana kunskaper och färdigheter i matematik som behövs för att kunna hantera situationer och lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs som grund i fortsatt utbildning

Lpf 94,

Matematik A, Mål:

Målet för kursen är att ge de matematiska kunskaper som krävs för att ta ställning i vardagliga situationer i privatliv och samhälle. Dessutom skall kursen ge en grund som svarar mot de krav yrkesliv och fortsatta studier ställer

Eleverna behöver få känna att de kan använda de kunskaper de har, och att matematiken rör kunskaper de behöver.

Ett sätt att möta dessa önskemål kan vara att använda temaarbeten. Arbetsuppgifterna – och även hemuppgifterna – kan skilja sig mellan olika elevgrupper i klassen. När inte alla har räknat samma sak, utan eleverna får redogöra för varandra, är det naturligt att berätta, förklara och argumentera. En del uppgifter kan innehålla enkla beräkningar, men innebära att man sammanställer resultat och illustrerar med tabeller och diagram med hjälp av dator. Andra uppgifter inom samma område kan ligga på genomsnittlig svårighetsgrad eller långt över den. Hur uppgifterna inom ett tema kan utformas så att eleven både känner igen sig och finner något nytt kan vara underlag för en diskussion mellan lärare i samma skola eller mellan lärare i båda skolorna.

Hur används matematik när man löser problem utanför skolan? Många elever anser att man klarar sig bra utan matematik. Öppna samtal om behovet av matematik kan leda både till att man ändrar sin

syn på vad matematikarbetet innebär och att man väljer bra problem och många olika sätt att lösa dem. Det är naturligt att exempel väljs från elevens erfarenhetsvärld. Matematiklärarens roll blir att avgöra problemens relevans samt att visa på generella lösningsmetoder utgående från de speciella problemställningar som elever valt att arbeta med i teman.

Matematik i karaktärsämnen

Varför har många elever så svårt med matematik i karaktärsämnena? Beräkningarna är i många fall komplexa i den meningen att kunskaper från många olika håll skall sammanfogas. Att direkt gå på en svår yrkesuppgift kan kännas övermäktigt. Här måste man först repetera underliggande matematik, och ofta även bygga upp denna. Det kan synas vara en lång väg att gå. Trots det visar det sig ofta vara en snabbare och roligare väg.

Det är viktigt att känna till vilken matematik eleverna behöver i sin yrkesutbildning, dels för att kunna finna relevanta uppgifter och dels för att alltid kunna motivera vad en viss matematik skall användas till. Naturligtvis är det också väsentligt att exemplifiera och motivera matematiken i vardagslivet.

Självklart är det lika viktigt att karaktärsämneslärarna förstår matematikens möjligheter. Om man själv behärskar ett område i yrkesteorin ser man inte alltid den bakomliggande matematiken.

Att som matematiklärare gå in i yrkeslitteraturen för att plocka fram lämpliga uppgifter kan vara svårt. Att som karaktärsämneslärare sätta sig in i den nödvändiga gången i matematiken är tidsödande. Naturligtvis skall man ta tillvara två yrkesgruppers gemensamma kompetens och finna att samarbetet blir både mer givande och roligare. Eleverna känner trygghet när lärarna strävar mot samma mål.

Nedan följer några exempel hämtade från yrkesmatematiken. Innehåll och uppläggning har inspirerats av den nu gällande kursplan A i matematik.

Matematik är ett nödvändigt verktyg såväl för andra ämnen inom den gymnasiala utbildningen som för ett flertal ämnesområden inom eftergymnasiala studier. (s 144)

Kursplanerna ger genom *friutrymmen* ytterligare möjlighet att anpassa kursen till ett visst program och till elevernas förkunskaper, intressen och behov.

Här visas exempel på uppgifter från två yrkesområden: *Restaurang och storhushåll* samt *Verkstadsmekanik*. Anknäytningar till matematik är angivna i höger marginal.

Exempel:

Beräkning av pris för 1 portion "Läcker torsklåda".

Nedanstående ingredienser behövs till 8 portioner.

1,2 kg torskfilé
 2 ägg
 1 1/2 dl ströbröd
 2 tsk salt
 1 krm vitpeppar
 50 g margarin
 4 dl vispgrädde
 1/2 dl klippt dill (ca 30 g dill med stjälk)

Lösningförslag: Prisberäkning för 1 port "Läcker torsklåda".

Beräkna först priset för hela satsen (8 port).

*Att kunna prefix
 underlättar enhetsbytena*

torskfilé 1,2 kg kostar $1,2 \cdot 49,40 \text{ kr} = 59,28 \text{ kr}$

Kunna läsa tabeller

ägg 2 st kostar $2 \cdot 0,96 \text{ kr} = 1,92 \text{ kr}$

*Jämförpriset i st
 beräknat ur 1 kg
 (16 st) kostar 15,30 kr*

ströbröd $1 \frac{1}{2} \text{ dl} = 1,5 \text{ dl}$, $1,5 \cdot 50 \text{ g} = 75 \text{ g} =$
 $= 0,075 \text{ kg}$ och kostar $0,075 \cdot 37,00 \text{ kr} = 2,78 \text{ kr}$

*Övergång bråk – decimalform
 Övergång dl – g – kg
 Jämförpriset i kr/kg
 beräknat ur 250 g
 kostar 9,25 kr*

salt $2 \text{ tsk} = 2 \cdot 6 \text{ g} = 12 \text{ g} = 0,012 \text{ kg}$ kostar
 $0,012 \cdot 1,18 \text{ kr} = 0,01 \text{ kr}$

Övergång tsk – g – kg

vitpeppar $1 \text{ krm} = 0,4 \text{ g} = 0,0004 \text{ kg}$ kostar
 $0,0004 \cdot 66,90 \text{ kr} = 0,03 \text{ kr}$

Övergång krm – g – kg

margarin $50 \text{ g} = 0,050 \text{ kg}$ kostar $0,050 \cdot 17,79 \text{ kr} = 0,89 \text{ kr}$

Övergång g – kg

vispgrädde $4 \text{ dl} = 0,4 \text{ l}$ kostar $0,4 \cdot 25,81 \text{ kr} = 10,32 \text{ kr}$

*Övergång dl – l
 Jämförpriset i kr/l
 beräknat ur 2 l
 kostar 51,61 kr*

dill med stjälk $30 \text{ g} = 0,030 \text{ kg}$ kostar
 $0,030 \cdot 42,30 \text{ kr} = 1,27 \text{ kr}$

Priset exkl. moms för hela satsen (8 port) är 76,50 kr.

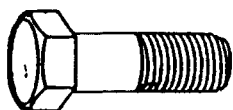
Priset för 1 port blir $76,50/8 \text{ kr} = 9,56 \text{ kr}$.

Moms: $12 \% \text{ av } 9,56 \text{ kr} = 0,12 \cdot 9,56 \text{ kr} = 1,15 \text{ kr}$.

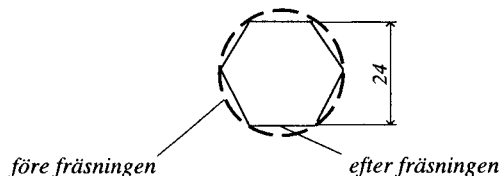
Pris inkl. moms för 1 port: $9,56 \text{ kr} + 1,15 \text{ kr} = 10,71 \text{ kr}$.

Procenträkning

Exempel: Du skall tillverka en skruv med en 6-kantsskalle. Den skall ha nyckelvidden 24 mm. Vilken diameter skall skruvskallen ha innan du fräser den till sexkant?

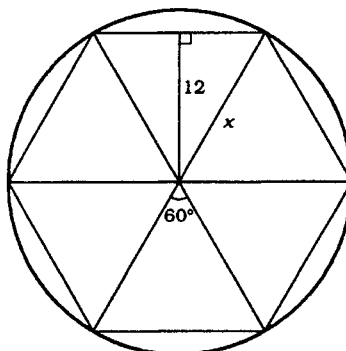


Skruvskallen sedd uppifrån



Lösningsförslag:

Dela i sex lika trianglar



Vi söker diametern på arbetsstycket.

Vi betecknar arbetsstyckets radie med x .

Samband diameter – radie

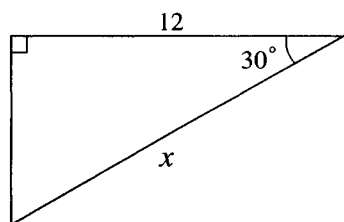
Höjden i varje triangel är $24/2 \text{ mm} = 12 \text{ mm}$

Förstå innebörden av höjd

Medelpunktsvinkeln i varje triangel: $360^\circ/6 = 60^\circ$

Ett varv = 360°

Vi "plockar ut" en rätvinklig triangel.



Vinkeln i spetsen: $60^\circ/2 = 30^\circ$

$$\cos 30^\circ = 12/x$$

Trigonometri

$$x = 12/\cos 30^\circ \approx 13,856$$

Ekvationslösning

Diametern är $2 \cdot 13,856 \text{ mm} \approx 27,7 \text{ mm}$

- Prova och diskutera värdet av exemplen med några kollegor. Hur kan uppgifterna förbättras och utvecklas?
- Formulera ett antal nya lämpliga exempel på samverkansuppgifter från andra karaktärsämnen. Prova, diskutera och förbättra!
- Hur kan man utnyttja friutrymmet för denna typ av aktiviteter?

Matematik i fordonsprogrammet

Vid Malmö latinskola gjordes 1990 – 92 ett försök, som gick ut på stark samordning mellan fordonsteknik och matematik. Det är av intresse av flera skäl. Eleverna såg matematik i en form som angick dem, lärarna fick klart för sig vilka begrepp som behövde byggas upp från början, och elevernas arbete utifrån egna förutsättningar medförde en del okonventionella grepp. Projektet utfördes av Annlis Hake och Marie Skedinger-Jacobsson.

Förutsättningar

Svår kurs i fordonsteknik. Heterogen elevgrupp.

Riktlinjer för arbetet

- Matematiken skall följa kursen i fordonsteknik
- Problemlösningen skall behandla bilens värld
- Vi skall samarbeta med lärarna i fordonsteknik – auskultera hos varandra
- Eleverna skall arbeta utifrån sina egna förutsättningar
- Vi skall ha laborationer
- Vi skall ha nivågruppering ibland

Grupperingar

Två klasser (alldeles i början)

Storklass med två lärare

Uppdelning i tre grupper direkt efter prov

- En grupp repeterade baskunskaper
- En grupp arbetade med andra uppgifter
- En grupp studerade nya valfria moment i stort sett på egen hand

Som huvudbok användes Brogård-Kristersson: Förberedande yrkesmatematik, Fordonsmekanik. Här följer några exempel på hur vi gjorde sedan.

Arbetsorder

En grundidé var att eleverna skulle motiveras att studera matematik genom att först se den matematik som förekommer i fordonsteknik. Inledningsvis skulle eleverna t ex fylla i en arbetsorder vid reparation av en Mercedes 230. De kunde själva välja vilka reparationer de tänkte sig att de hade gjort. Man måste då förstå sig på tidsangivelser och kunna räkna ut 5% resp 25% av en summa. Underlaget som gavs av lärare i fordonsteknik såg ut så här:

Arbetsblad till övningar i matematik			
Mercedes 230			
Arbetsoperation	Tid (h)	Varuslag	Pris (kr)
Batteriladdning	0.40		
Demontering av batteri	0.40		
Byte av generator	0.80	Generator	1 235
Byte av startmotor	1.30	Startmotor	1 635
Demontering av hastighetsmätare	0.5	Glödlampa till instrumentbelysning	2
Demontering av cylinderlock	7.40	Topplockspackning	843
		Grenrörspackning	
Byte av vattenpump	0.85	Vattenpump inkl. packning	1 450
Byte av nedre kylarslang	0.45	Nedre kylarslang	98
Byte av fläktrem	0.40	Fläktrem	73
Byte av motorfäste	1.50	Motorfäste (vän)	129
		Motorfäste (hög)	235
Räkna med ett timarvode på 250 kr/h			
På arbetet tillkommer maskinkostnad 5%			
På summan av kostnaderna tillkommer moms på 25%			

En matematiklärare kan fråga sig varför tiden inte anges i minuter? Ingen tittar väl på klockan och avläser 0,40 timmar? Det visar sig att man inte skall titta på klockan. Man skall ta betalt för den tid som anges på arbetsbladet, oberoende av hur lång tid man själv använt för jobbet. På arbetsbladet anges tider enligt exemplet ovan.

Det fanns nu elever som inte förstod sig på tidsangivelserna. De visste inte vad 0,40 h kunde betyda. Inte heller kunde de räkna med procent. Här kunde man nu "lärt dem hur de skulle göra", t ex på räknare multiplicera 0,40 med timkostnaden 250, och likaså på räknare utföra procentberäkningen. Men det ansågs, att man då trots förklaringar kunde riskera "blind" räkning utan trygghetsgivande begreppsförståelse. Eleverna räknade därför för hand. Då fick man ibland räkna annorlunda än lärarna tänkt sig. Här är några exempel:

Arbetsbeskrivning:

0,1 h svarar mot 25 kr

0,4 h à 250 kr = $4 \cdot 25 \text{ kr} = 100 \text{ kr}$

1,3 h à 250 kr = $250 \text{ kr} + 75 \text{ kr} = 325 \text{ kr}$

Maskinkostnad:

10% svarar mot 42,50 kr

5% av 425 kr = $42,50/2 \text{ kr} = 21,50 \text{ kr}$

Moms:

Vi skall beräkna 25% av 2154,25 kr. Många förstår inte att det leder till beräkningen $0,25 \cdot 2154,25 \text{ kr}$. Andra vet att $25\% = 1/4$ men finner det svårt att utföra divisionen $2154,25/4$ för hand. Nu kan räknare och överslagsräkning vara bra för att kontrollera. Vill man förstå hur man kan räkna för hand kan man istället tänka och göra så här:

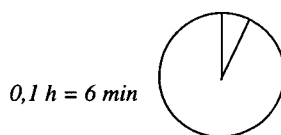
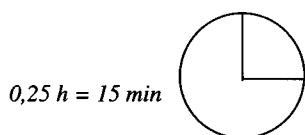
$$25\% = 10\% + 10\% + 5\%$$

$$\begin{array}{r} 215,42 \\ 215,42 \\ + 107,21 \\ \hline 538,05 \end{array}$$

Sedan eleverna sett matematiken i ett för dem verkligt sammanhang var de mera villiga att arbeta med de moment som berörts. Vid övningarna användes ofta uppgifter från en grundskolebok. Övningar i kort division kunde t.ex. ge eleverna en aha-upplevelse jämfört med de divisionsalgoritmer de tidigare stött på. En sådan upplevelse av att "man kan förstå" skall inte underskattas.

Tid

Enheter för tid illustrerades som:



En kommentar: 6 minuter är alltså 0,1 timmar, 12 minuter är 0,2 timmar osv. Det går således att skriva vissa tidsangivelser i exakt decimalform. Detta är anledningen till att man på en del arbetsplatser börjar arbeta 6 minuter i sju och har en kafferast som är 12 minuter. 6 minuter kallas en period.

Här är ett exempel på vardagsmatematik:

GÖTEBORG – OSLO						
km						
0		Göteborgs C	4.10	8.20	14.25	17.20
73	t	Trollhättan	5.00	9.13	15.22	18.12
73	fr	Trollhättan	5.00	9.13	15.22	18.12
82	t	Öxnered		9.23	15.32	18.22
82	fr	Öxnered		9.25	15.34	18.24
168		Ed		10.24	16.37	19.18
188	t	Kornsjö	6.26	10.42	16.53	19.37
188	fr	Kornsjö	6.29	10.45	16.56	19.40
220		Halden	6.59	11.15	17.25	20.08
248		Sarpsborg	7.22	11.38	17.47	20.30
263		Fredrikstad	7.39	11.55	18.05	20.46
297		Moss	8.10	12.25	18.37	21.14
357		Oslo sentral	9.04	13.19	19.30	22.05

Kurt åker från Trollhättan kl 15.22.

Hur länge dröjer det innan han kommer till Fredriksstad?

Det behövdes många enkla, korta övningar på tidsberäkningar och enhetsbyten. Men på temat "Tid" kunde man också ha stimulerande problemlösning. Här är tre exempel från problemavdelningen:

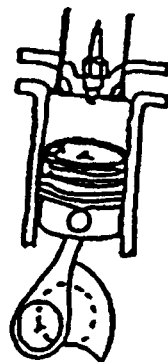
- En bils körriktningsvisare är tänd under 2,0 s och släckt under 1,1 s.
Hur många gånger lyser denna blinkers under en minut?
- *Detektiven:* När hörde ni skottet?
Vittnet: Klockan 2.13
Detektiven: Vad är er klocka nu?
Vittnet: 8.35
Detektiven: Den går fel. Klockan är 9.27
Kan man dra någon slutsats om när skottet small?
- Fyra dagar före i morgon är det torsdag.
Vilken veckodag är det tre dagar efter igår?

Area och tryck

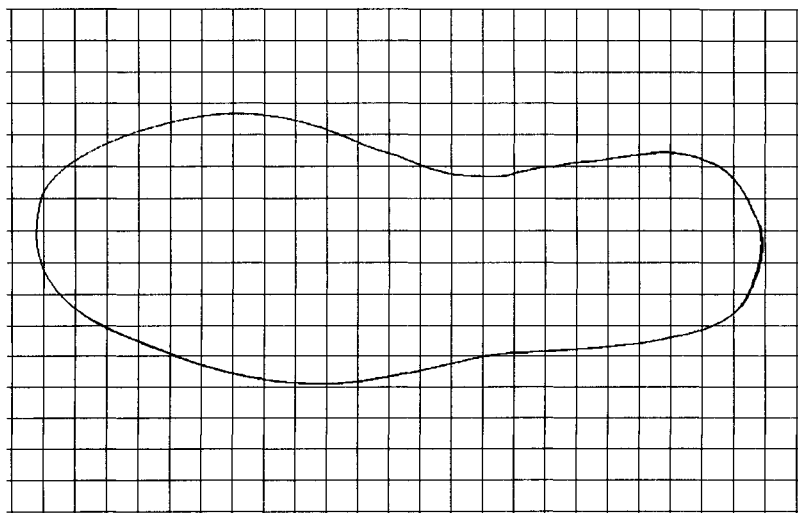
Det visade sig vara nödvändigt att bygga upp areabegreppet med hjälp av bl a rutnät.

Ett exempel som sedan valdes var att beräkna kolvhuvudets area.

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$



För att illustrera tryck noterade eleverna sin egen vikt och ritade där-
efter av sin skosula på rutat A4 papper, så att han kunde uppskatta
dess area. Konkretionen var påtaglig. De kunde också jämföra med
trycket i cylindern.



Årskursplaner

Försökets uppläggning kan beskrivas med hjälp av en lista på basbe-
grepp såsom längd, tid, hastighet, area, volym etc. Efter inlednings-
exempel från fordonsteknik behandlades dessa basbegrepp ett i sän-
der. Räkning med tal i decimalform, potenser, skala, formler etc. fick
vi in i anslutning till basbegreppen. En planering för Fo 1 och Fo 2 får
illustrera tankegången. Vi tar med även andra årskursens moment för
att visa vilken matematik som då blev behandlad.

Årskurs 1

Arbetsorder, reservdelsräkning	<i>Addition, multiplikation, kort division, decimalform, enkel procenträkning</i>
Tid	<i>Tio- respektive hundra delar</i>
Längd	<i>Decimalform, bråk, prefix (metersystem och tumskala), potenser Skjutmått och mikrometerskruv används</i>
Huvudräkning	<i>Fyra räknesätt med tonvikt på division</i>
Hastighet	<i>Enkel problemlösning</i>
Area	<i>Begrepp, enheter, formler, kvadratrötter, skala</i>
Tryck	<i>Laboration, skosula</i>
Volym	<i>Formler, ekvationer</i>
Blandade formler	<i>Ekvationer, problemlösning</i>
Kraftöverföring	<i>Ekvationer, bråk, formler</i>
Hastighet	<i>Svårare problem</i>
Rörelseöverföring Acceleration och retardation	
Procent	<i>Problemlösning med hjälp av tidningsklipp. Även promille och ppm</i>

Årskurs 2

Ellära	<i>Formler, enheter, prefix</i>
Energi	<i>Potenser, laborationer</i>
Procent	<i>Förändringsfaktor, räntor, exponentiella förändringar, index</i>
Räta linjen	<i>Biluthyrning, körkort, proportionalitet, linjens ekvation</i>
Beskrivande statistik	<i>Diagram, lägesmått, datorer</i>
Fritt val	<i>Beror på vilken gren man valt</i>

Problemlösning

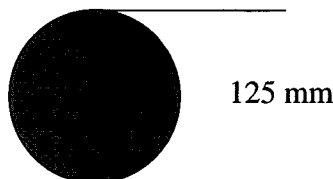
Till varje avsnitt hörde lösning av blandade problem. Eleverna fick också själva konstruera uppgifter. De hade faktablad till förfogande. Här är några uppgifter som eleverna gjort. Man ser av deras förslag – t ex ”Svara i tum! Svara i mm²!” – att de tagit till sig problemlösningens olika sidor: Att öva tanken och att öva önskvärda färdigheter, och kanske också matematikuppgifters underfundighet eller starka tradition.

- Vänerns area är 5 585 km² och Storsjöns 456 km². Hur mycket större är Vänerns area jämfört med Storsjöns? Svara i mm²!
- Kebnekajse är 2 111 m högt och Heglandsfjället är 1 796 m. Hur mycket högre är Kebnekajse än Heglandsfjället? Svara i tum!

a) Gör om 50 m/s till km/h

b) Gör om 90 km/h till m/s

- Räkna ut hur mycket klotet väger. Det är gjort av bly. Densiteten för bly är 11,3 kg/dm³.



- Om vi säger att avståndet mellan Strömstad och Falun är x km gånger avståndet mellan Kiruna och Karlskrona som är $\sqrt{22\,489 + 18,0357}$ (avrundat). Hur långt är det mellan Strömstad och Falun om $16x = 4$?

Olika typer av prov

Det ansågs viktigt att eleverna, särskilt den första terminen, fick känna ”det här kan jag nu” när de hade prov. Vi använde därför dels korta prov t ex med huvudräkningsuppgifter, dels prov med många poäng för kortuppgifter vid längre prov.

Ett huvudräkningstest kunde se ut så här:

$$4 \cdot 210 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$820 - 790 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6.7 - 6.69 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0.23 + 0.8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0,3 \cdot 0,12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4^0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Hur många procent är 2 av 5? $\underline{\hspace{2cm}}$

Hur mycket är 30% av 400? $\underline{\hspace{2cm}}$

4% motsvarar 80. Det hela? $\underline{\hspace{2cm}}$

En sträcka ökar med 20% till 24 mil.
Sträckan före ökningen? $\underline{\hspace{2cm}}$

Ett belopp minskar med 50% till 350 kr.
Beloppet före minskningen? $\underline{\hspace{2cm}}$

Vad ansåg elever och lärare?

Fordonslärarna tyckte att anpassningen till det egna ämnet var bra och uppskattade samarbetet.

En del gemensamma elevuppfattningar kom fram vid en utvärdering i slutet av läsåret:

- Matematikuppgifterna är ofta anpassade till fordonsteknik
- Det är bra att ibland nivågruppera klasserna
- Det är bra att samma moment tas upp i matematik och fordons-teknik
- Det är bra med två lärare
- Matematikämnet känns viktigt därför att man lättare förstår fordonsteknik
- Ibland har genomgångarna varit för långa
- Matematiken har varit lagom svår och ganska rolig

Matematiklärarna sammanfattade sin syn så här:

Projektet har utvecklat oss som lärare, eftersom vi fått ta del av varandras arbetssätt. Det har varit stimulerande att formulera matematikproblem utifrån fordonsteknik och allt som rör sig kring bilen och de miljöproblem den skapar. Det har känts tryggt att arbeta i "storklass". En lärare kan då i lugn och ro hjälpa svaga elever tillrätta medan en annan finns till hands för de övriga. Man vänder ingen ryggen.

- Diskutera avsnittet med lärare i fordonsteknik. Pröva gärna någon eller några av idéerna i samverkan. Finns det andra och kanske bättre områden som ni tillsammans kan utveckla och pröva?
- Hur kan matematiken organiseras på din skola för att passa ett arbetssätt liknande det som beskrivs.
Hur går det här arbetet ihop med betygssättningen?
Hur kan fler kärnämnen integreras?
- Hur kan arbetet på högstadiet läggas upp för att eleverna skall finna arbetssättet naturligt?

Linjära funktioner i matematik och företagsekonomi

Materialet har utprovats i en HP 2-klass på Vaggaskolan Karlshamn. I matematik användes ca 12 timmar, därav 4 i datasal. Vid första genomgången av kalkylprogrammet deltog även läraren i företagsekonomi. I detta ämne ägnades ca 10 timmar åt arbetsområdet med uppgifter från läroböcker i karaktärsämnet. Eleverna har således ägnat ca 22 timmar åt arbetsområdet.

Svar till övningarna produceras vid behov av deltagarna själva.

Bakgrund

Studiematerialets innehåll och uppläggning har delvis inspirerats av den nu gällande kursplanen i matematik, sidan 15x.

Ur: Syfte

Väsentligt är att eleverna lär sig förstå och föra matematiska resonemang, skapa och använda matematiska modeller och kritiskt granska deras förutsättningar, möjligheter och begränsningar samt lära sig redovisa tankegångar muntligt och skriftligt.

... lära sig att med förtrogenhet och omdöme använda sig av miniräknare och datorer som matematiska verktyg.

Ur: Karaktär och struktur

Tillgången till nya tekniska hjälpmedel förändrar delvis matematikens innehåll och metoder. Många rutinoperationer främst av numerisk och grafisk karaktär, kan nu utföras av miniräknare och datorer. Inriktning mot förståelse, analys av hela lösningsprocedurer och kritisk granskning av resultat samt att dra slutsatser blir viktigare än isolerad färdighetsträning. I en kreativ matematisk problemlösningsprocess berikar olika metoder varandra. Inom matematikämnet utnyttjas algebraiska, numeriska och grafiska metoder – de senare både utan och med hjälp av miniräknare och datorer.

i algebra

kunna teckna, tolka och använda enkla algebraiska uttryck och formler samt kunna tillämpa dessa vid praktisk problemlösning

kunna lösa linjära ekvationer med för problemsituationen lämplig metod – numerisk, grafisk eller algebraisk.

i funktionslära

kunna ställa upp, använda och grafiskt åskådliggöra linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp

kunna utnyttja grafritande hjälpmedel.

Ett inledande exempel

Hyr släpkärra billigt!

4 timmar kostar nu endast 110 kr
och heldag (10 timmar) 200 kr.

Ring *Släpspecialisten* tel 32 479.

Ovanstående prissättning bygger på en grundavgift på 50 kr samt en kostnad på 15 kr per timme.

Grundavgift är exempel på en fast kostnad, FK. Timkostnad är exempel på en rörlig kostnad, RK. Den totala kostnaden förkortas TK.

Samband: $TK = FK + RK$

Att hyra släpet

1 h kostar $50 \text{ kr} + 15 \cdot 1 \text{ kr} = 65 \text{ kr}$

2 h kostar $50 \text{ kr} + 15 \cdot 2 \text{ kr} = 80 \text{ kr}$

10 h kostar $50 \text{ kr} + 15 \cdot 10 \text{ kr} = 200 \text{ kr}$

TK, i detta fall hyran, kan representeras på olika sätt:

a) i tabellform

Tid h	Totalkostnad kr
0	50
1	65
2	80
3	95
4	110
5	125
6	140
7	155
8	170
9	185
10	200

b) med hjälp av en *formel*

$$TK = FK + RK$$

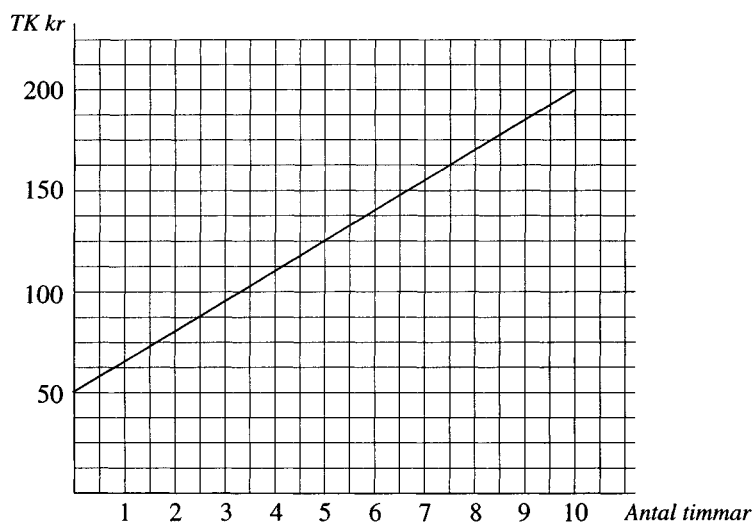
$TK = 50 + 15 \cdot t$, där t är antalet timmar från 0 till 10.

c) som en *graf* i ett koordinatsystem

På den vågräta axeln (x -axeln) markeras tiden i timmar. På den lodräta axeln (y -axeln) markeras hyreskostnaden i kronor. Observera att endast de positiva delarna av axlarna ingår, eftersom varken hyrtiden eller kostnaden kan vara negativ.

Grafen kan även ritas med hjälp av

- a) kalkylprogram
- b) matematikverkstad
- c) grafitande räknare



Elevuppgifter

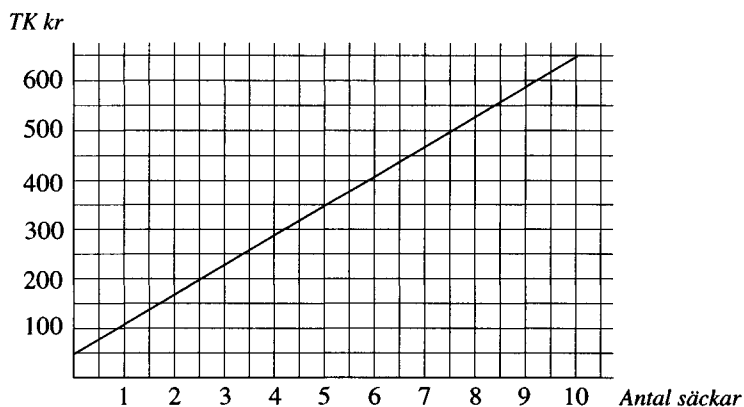
1 Att åka TAXI med DIREKTTAXI kostar 21 kr i framkörningskostnad samt 6 kr/km.

- a) Gör en tabell över totala kostnaden för att åka 0, 1, ..., 10 km.
- b) Ange en formel för TK där n betecknar antalet kilometer.
- c) Rita en graf över sambandet i ett koordinatsystem.

TAXI har ingen framkörningsavgift men kilometerpriset är 9 kr.

- d) Ange formeln för TK i detta fall.
- e) Rita motsvarande graf i samma koordinatsystem.

- f) Utred vilket alternativ, DIREKTTAXI eller TAXIN $\mathcal{U}$, som är billigast.
- g) Rita graferna med hjälp av kalkylprogram.
- 2 Grundavgiften för vatten till en villa är 120 kr för ett kvartal. Till detta kommer en förbrukningsavgift på 14 kr/m³.
- a) Vad blir totalkostnaden för ett kvartal med förbrukningen 16 m³?
- b) Kalla antalet kubikmeter vatten för n . Ange en formel för TK.
- c) Gör en tabell som visar totalkostnaden för ett kvartal då förbrukningen är 0, 10, 20, 30, 40, 50 resp 60 m³.
- d) Åskådliggör sambandet i ett koordinatsystem.
- e) Gör motsvarande figur med kalkylprogram, matematikverkstad eller grafitande räknare.
- 3 Firma **KRAVPOTATIS** leverar beställt antal säckar med potatis till kvartersbutiker. Kostnaden för detta framgår av diagrammet.



- a) Hur stor är grundavgiften för att köra till butiken?
- b) Ange totalkostnaden för 8 säckar.
- c) En butik betalade 290 kr. Hur många säckar levererades?
- d) Vad kostar 1 säck potatis (utan grundavgift)?
- e) Ange en formel för TK

Intäkter, kostnader och resultat

Firma **Holken** tillverkar och försäljer en enda produkt – fågelholkar. De fasta kostnaderna, FK, består av lokalhyra, löner och annonser. De är oberoende av hur många holkar som tillverkas på ett visst år. De rörliga kostnaderna, RK, består av materialkostnader för trä, spik och färg mm. De beror på antalet tillverkade holkar. Den totala intäkten, TI, beror på hur många holkar man säljer. Med *resultat* menas differensen mellan TI och TK:

$$\text{Resultat: } TI - TK = TI - (FK + RK)$$

Om TI är större än TK blir det vinst (positivt resultat).

Om TI är mindre än TK blir det förlust (negativt resultat).

Exempel

För ett visst år har Firma Holken fasta kostnader på 400 000 kr.

Materialkostnaden för en holk är 12 kr och de säljs för 30 kr/st.

Det betyder att

$$FK = 400\,000 \text{ kr} = 400 \text{ kkr}$$

$$RK = 12 \cdot n, \text{ där } n \text{ är antalet tillverkade holkar}$$

$$TK = 400\,000 + 12 \cdot n$$

$$TI = 30 \cdot n$$

Anta att man ett år tillverkar 15 000 holkar.

$$\text{Då blir } RK = 12 \cdot 15\,000 \text{ kr} = 180\,000 \text{ kr} = 180 \text{ kkr.}$$

$$TK = 400 \text{ kkr} + 180 \text{ kkr} = 580 \text{ kkr.}$$

$$TI = 30 \cdot 15\,000 \text{ kr} = 450\,000 \text{ kr} = 450 \text{ kkr.}$$

$$\text{Resultat: } 450 \text{ kkr} - 580 \text{ kkr} = -130 \text{ kkr,}$$

dvs en förlust på 130 000 kr.

Om produktionen detta år istället var 25 000 holkar blir

$$RK = 300 \text{ kkr, } TK = 700 \text{ kkr och } TI = 750 \text{ kkr.}$$

Resultat blir 50 kkr, dvs en vinst på 50 000 kr.

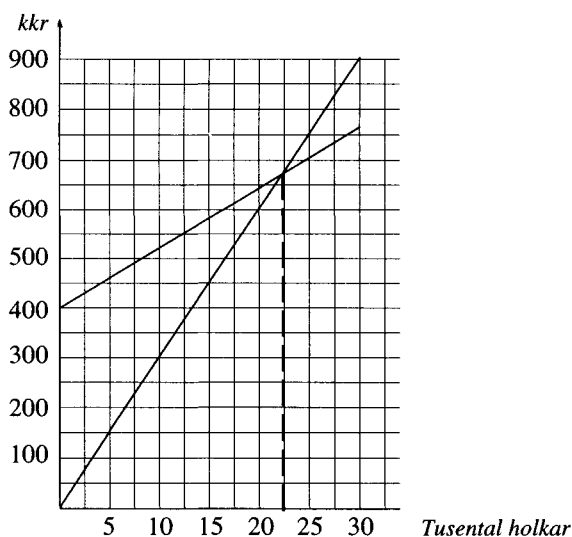
Elevuppgift

- 4 Firma **Holken** har kapacitet att tillverka 30 000 holkar/år. Beräkna resultatet om 30 000 holkar tillverkas och säljs.

Sambandet mellan kostnader, intäkter och antalet tillverkade enheter kan presenteras i ett resultatdiagram.

För Firma **Holken** gäller följande tabell:

n	$TK = 400\,000 + 12 \cdot n$	$TI = 30 \cdot n$
0	400 000	0
5 000	460 000	150 000
10 000	520 000	300 000
20 000	640 000	600 000
25 000	700 000	750 000
30 000	760 000	900 000



- Diskutera avsnittet med lärare i företagsekonomi. Pröva gärna någon eller några av idéerna i samverkan. Finns det andra och kanske bättre områden som ni tillsammans kan utveckla och pröva?

Kritisk punkt

Skärningspunkten mellan linjerna i elevuppgift 4 kallas kritisk punkt. Om man går rakt ner från kritiska punkten ("break even") till vågräta axeln hamnar man på kritiska volymen. Vid detta antal tillverkade produkter blir det varken vinst eller förlust, det blir nollresultat. Värden till höger om kritiska volymen motsvarar vinst. Värden till vänster om kritiska volymen motsvarar förlust.

Bestämning av kritiska volymen:

Det framgår också av tabellen på föregående sida att nollresultat föreligger någonstans mellan 20 000 och 25 000 tillverkade holkar.

Ett tredje sätt är att beräkna den kritiska volymen med hjälp av en ekvation, som bygger på att vid denna tillverkningsvolym är TI och FK lika stora:

$$30 \cdot n = 400\,000 + 12 \cdot n$$

$$18 \cdot n = 400\,000$$

$$n = 400\,000/18 \approx 22\,200$$

Elevuppgifter

- 5 Firma *Holkens* fasta kostnader steg ett år till 440 000 kr. Man lyckades dock sänka materialkostnaderna till 10 kr/st och sålde samtliga holkar för 32 kr/st.
- Ange formler för TK och TI
- Hur stor är RK då 15 000 holkar tillverkas?
- Vid vilken tillverkningsvolym blir TI = 512 kkr?
- Gör ett resultatdiagram för produktion upp till 30 000 st.
- Bestäm kritiska volymen.
- Hur stor blir intäkten vid kritiska punkten?
- 6 A factory produces 400 items per week and sells them at 15 kr each. To do this it has fixed costs (rent etc.) of 3000 kr. The variable costs depending of the number of items produced are 4000 kr for 400 items.
- Does it make a profit or a loss?
- Draw graphs of money vs quantity (0 – 1000 items) for both income and costs.
- Find the point at which costs = income, the break even point.

Gruppuppgifter

1. En verkstad tillverkar 5000 cykelpumpar per vecka och säljer dem för 20 kr/st. De fasta kostnaderna är 30 000 kr och de rörliga kostnaderna (materialkostnader) 15 kr per pump. Blir det vinst eller förlust.

Målsättningen är att verkstaden skall gå med en vinst på 20 000 kr per vecka. Detta kan ske på olika sätt:

- ökad produktion
- höjt försäljningspris
- sänkta kostnader.

2. Ökad produktion

- a) Gör tabell/resultatdiagram för 0 – 12 000 tillverkade pumpar.
- b) Bestäm kritiska volymen.
- c) Vid vilket antal tillverkade pumpar blir vinsten 20 000 kr ?
- ### 3. Höjt försäljningspris

- a) Produktionen antas ligga kvar på 5000 pumpar och kostnaderna är också oförändrade. Till vilket belopp måste försäljningspriset öka för att vinsten skall bli 20 000 kr?
- b) Bestäm den nya kritiska volymen.

4. Sänkta kostnader

Produktion 5 000 pumpar, försäljningspris 20 kr.

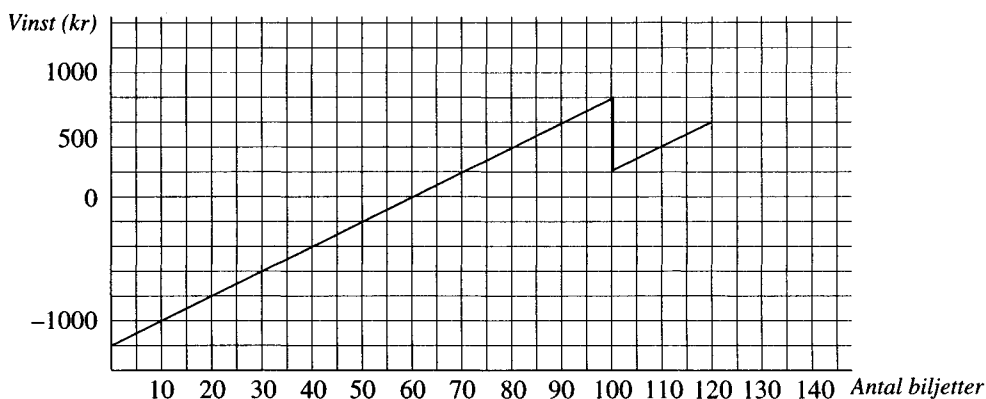
- a) Rörliga kostnader 15 kr/st. Till vilket belopp måste man sänka de fasta kostnaderna för att vinsten skall bli 20 000 kr?
- b) Bestäm break even i detta fall.
- c) Fasta kostnader 30 000 kr. Till vilket belopp per pump skall man sänka de rörliga kostnaderna för att vinsten skall bli 20 000 kr?
- d) Bestäm kritiska volymen.

5. Realistisk lösning

De fyra föreslagna lösningarna är var för sig ganska orealistiska. Gör en lämplig kombination av dessa som ger en vinst på 20 000 kr.

6. Diagrammet nedan visar den kalkyl man gör inför ett planerat Skoldisco. Arrangörerna disponerar en samlingssal på skolan gratis, men har utgifter för discjockeyn.

- a) Hur stor blir förlusten om endast 40 biljetter säljs?
- b) Var ligger break even?
- c) Vad händer om försäljningen blir 100 biljetter?
7. a) Konstruera ca 10 uppgifter som kan besvaras med hjälp av figuren. Samt ge förslag på lösning till dessa.



Några förslag till temaområden

Exemplen här är hämtade ur Areskoug, *Miljöräkneboken*, Skedinger-Jacobsson, *Räkna för Farao*, Vejde, *Praktisk matematik*, Paulos, *Förstå siffror m fl.* Se *Litteratur* för fler källor.

Droppande kran

- Hur mycket varmvatten slösas bort med en droppande kran? Prova genom att låta kranen droppa en droppe i sekunden.
- Vad kostar vattnet från den droppande kranen på ett år?
- En kubikmeter varmvatten kräver ca 60 kWh energi. Hur mycket energi slösar den droppande kranen bort på ett år?
- Antag att det finns en miljon droppande varmvattenkranar i Sverige. Hur mycket energi slösas bort på ett år?

Jämför med att uppvärmningen av en lägenhet kräver ca 10 000 kWh under ett år.

Välj något exempel ur varje temaområde. Arbeta igenom det tillsammans med någon eller några kollegor. Sätt er in i elevens situation och försök besvara t ex följande frågor:

- Vilka svårigheter/möjligheter har eleven att förstå och lösa den aktuella uppgiften?
- Hur kan man utforma arbetsuppgifterna så att eleven känner igen sig, har glädje av egna erfarenheter och samtidigt utvecklar sitt matematiska kunnande?
- Vilka arbetssätt kan vi använda? Hur kan eleverna skaffa faktauppgifter själva?
- Hur kan man fördela hemuppgifter? Alla behöver kanske inte göra samma sak.
- Hur kan uppgiften med följdfrågor utvecklas till en större uppgift, eller ett projekt, som redovisas skriftligt, t ex med hjälp av ordbehandlare?
- Prova gärna några av de bästa idéerna i samverkan med lärare i lämpligt karaktärsämne.

Sänk temperaturen

För att värma en villa eller en stor lägenhet behövs ca 1800 l eldningsolja per år. Sänker man temperaturen $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ minskar oljeförbrukningen med ca 5 %. Räkna ut hur mycket man sparar per år.

En liter eldningsolja avger 5 g svaveldioxid, som bidrar till försurningen och 2 kg koldioxid, som bidrar till växthuseffekten.

Energiprognos

Tabellen visar hur användningen av fossila bränslen har ökat i världen. Energienheten är terawattår (TWy). $1\text{ TWy} = 8\,670\text{ TWh}$.

Kan du förklara talet 8670?

Energianvändning E (kol, olja, naturgas)

År	E (TWy)
1900	0,70
1920	1,30
1940	1,86
1960	4,06
1979	8,81
1988	9,35

- Rita ett diagram över energianvändningen E som funktion av tiden. Drag en jämn kurva genom punkterna.
- Antag att kurvan kan approximeras av exponentialfunktionen $E = E_0 2^{t/T}$ där t är tiden räknat från år 1900. Bestäm konstanterna E_0 och T .
- Rita funktionen i samma diagram som den faktiska energianvändningen och bedöm hur väl modellen stämmer.

Använd modellen för att ta reda på följande:

- Hur lång tid tar det för energianvändningen att fördubblas?
- Hur stor är den årliga procentuella tillväxten?
- Hur stor är energianvändningen enligt modellen när du fyller 50 år?

Spara

Samma år som du föddes vann din mormor på lotteri. Hon satte in 10000 kr på ett konto för din räkning. Sedan rörde hon inte kontot utan tänkte sig att du skulle få pengarna när du slutade skolan.

Försök uppskatta vad som nu finns på ditt konto. Gör ett diagram som visar hur pengarna vuxit om de inte beskattats.

Låna

Så här berättar Pelle, som köpt video på kredit:

”I går köpte jag en video för 6 400 kr. Ingen kontantinsats, och jag behöver bara betala 190 kr i månaden.

Finemang, tyckte jag då. I dag känner jag mig inte lika uppåt. En kompis har sagt att jag får hålla på och betala i flera år. Räntekostnaden blir flera tusen, sa han. Det är ju inte klokt.”

Tittar man närmare på Pelles lånevillkor ser man att av de 190 kr han skall betala i månaden är 5 kr en faktureringsavgift, och räntan är 2,05% per månad. Räkna ut räntan den första månaden? Den blir 131 kr.

När Pelle betalar 190 kr har han alltså minskat sin skuld med $190 \text{ kr} - 5 \text{ kr} - 131 \text{ kr} = 54 \text{ kr}$. Det är inte mycket. Inte att undra på att dröjer innan han blir skuldfri!

Hur mycket minskar skulden nästa månad? Då beräknas räntan på $6\,400 \text{ kr} - 54 \text{ kr} = 6\,346 \text{ kr}$. Räntan blir alltså lite mindre, och skulden minskar med lite mera, men skillnaden är inte stor.

Räkna med datorn

Beräkna hur lång tid det tar innan Pelle är skuldfri? Det verkar tråkigt och tröttsamt. (Enklare att fråga i affären.) Men ett datorprogram kan hjälpa dig. Då går det fort! Du kan dessutom se ”lånekostnaden”. Lånekostnaden är summan av all ränta och alla aviseringsavgifter Pelle betalat. (Det visar sig att det tar 5 år och 1 månad för Pelle att bli skuldfri, och då har han betalat mer än 5 000 kr i lånekostnader.)

Med datorns hjälp kan du också studera vad som händer om Pelle betalar mer eller mindre per månad. Gör det! Till exempel ser du att 250 kr /mån gör honom skuldfri efter 3 år och 2 månader, och då har han bara betalat ca 3 000 kr i lånekostnader.

Bättre lån

Om Pelle har fast inkomst kan han låna i bank. Det brukar vara bättre. Gå till en bank och ta reda på vad villkoren är för att få låna 6 400 kr! Beräkna räntan och sammanlagda lånekostnaden!

Den som tillhör ett fackförbund kan få medlemslån i banken. Då är räntan ännu lägre, och det finns också andra fördelar. Man brukar avbetala fyra gånger om året på sådana lån. Gå till banken och ta reda på villkoren för ett medlemslån! Beräkna sammanlagda lånekostnaden!

Köpa dator

En datoraffär erbjuder en fin begagnad datorutrustning (dator, skrivare, programvara, modem och scanner) för 30 000 kr. Du har inte så mycket utan måste låna 25 000 kr. Vilken låneform skall du välja, och vad kommer lånet att kosta dig? Skaffa dig de upplysningar du behöver.

Är det dyrt att ha djur?

Många tycker om djur. Den som tycker mycket om sin hund tänker inte precis på vad den kostar. Men den som skulle vilja ha en hund kan behöva veta vilka kostnaderna är, t ex för att övertyga familjen om att man har råd.

Vad kostar det att köpa och äga en hund? Gör en översikt – det finns ju stora och små hundar och ”grannvalpar” som man kan få nästan gratis. Översikten skall vara lätt att läsa och förstå.

Många tycker också om hästar och kan rida. Andra vill gärna lära sig. Tänk på utrustning och på ridlektioner. När det gäller ridning brukar man vara tvungen att tänka på kostnaderna. Det är dyrare att rida än det är t ex att spela fotboll eller ishockey. Varför tror du att det är så?

Någon drömmer kanske om att ha en egen häst. Vad kostar en häst? Hur skulle man kunna finansiera ett köp? Vad kostar det sedan att ha hästen med foder, stall, försäkring o s v? Gör en översikt som är lätt för en kamrat att förstå.

Körkort och bil

Du kan välja mellan att gå i körskola eller köra privat. Försök beräkna vad det kommer att kosta på det ena och det andra sättet. Tänk på att familjens bil kostar ca 13 kr/mil i driftskostnader.

När du har körkort drömmer du kanske om att småningom köpa en bil. Vad kostar det att köpa och äga en bil?

Gör en översikt av kostnaderna? Tänk på att den som ”kan bilar” kommer mycket billigare undan. Låt beskrivningen innehålla exempel på dyrare och billigare varianter.

Vad tycker du att lånet till bilköpet får kosta per månad? Varför?

Att köpa bil kan bli mycket dyrare än man tänkt sig. Här nedan finns ett autentiskt exempel från kronofogdemyndigheten i Göteborg (Rosén, 1994).

Bilköpet

Per är 22 år och skall köpa bil. I tidningen har han hittat en annons på en begagnad bil, en BMW. En liten röd BMW har alltid varit en dröm för Per och nu kanske den infrias.

Bilen kostar 80 000 kr. Det är betydligt mer än Per tänkt sig från början, men bilen ser bra ut och det gör den kvinnliga försäljaren också. Dessutom är färgen den rätta. Per slår till.

Handpenningen på 24 000 kr betalar han kontant av sparade pengar. Resten av pengarna lånar Per av bilfirman. Han skall under två år betala tillbaka dessa 56 000 kr med en ränta på 20%. Det blir en månadskostnad på 2 800 kr.

Försäljaren går igenom kontraktet och talar också om att det i kontraktet finns ett äganderättsförbehåll. Det förbehållet finns alltid med i bilköp på avbetalning.

Per borde kanske fundera mera på månadskostnaden med tanke på att han också har andra skulder att betala, men nu har han bara hästkrafter i huvudet och pengarna skall nog inte bli något problem. Kontraktet skrivs under och bilen levereras efter några timmar. På vägen hem åker Per in till en biltillbehörsfirma och köper en träratt och en växelspaksknopp i ädelträ för resten av sina sparpengar. Per åker till arbetet dagen därpå, stolt som en tupp, i sin nya bil.

Efter en tid blir Per uppsagd. Han får A-kassa och det är mycket mindre än den gamla lönen. Eftersom Per inte längre har några sparade pengar, och dessutom fasta utgifter (bl a en bilförsäkring på 12 800 kr/år) växer problemen snabbt.

Per tar kontakt med bilfirman och försöker få uppskov med betalningen. Detta går bilfirman inte med på men kan tänka sig att köpa tillbaka bilen för 45 000 kr. Det vill inte Per. Då säljer han den hellre på egen hand. (Detta får man inte göra när varan är köpt på avbetalning med äganderättsförbehåll.) Eftersom Per inte kan så mycket mer än färger på bilar har han inte servat den tillräckligt under tiden. Han har dessutom fått plåtskador som han inte haft råd att åtgärda. Värdet har sjunkit markant och Per får inte bilen såld till det pris han begär.

Per kommer nu efter med betalningarna till bilfirman. Firman går direkt till kronofogdemyndigheten och begär återtagning av bilen enligt avbetalningskontraktet.

Per förlorar sin bil. Det enda han har kvar är den krossade drömen, en träratt och en växelspaksknopp i ädelträ.

Hur hade Per kunnat undvika att hamna i denna besvärliga situation? Före bilköpet skulle han ha analyserat sin ekonomiska förmåga. Han kanske inte skulle använt alla de sparade pengarna. Det är bra att ha en buffert.

Resa i Egypten – något för humanister?

Tre smakprov på hur det kan se ut.

Du startar från Kastrup kl 9.55 och är framme i Kairo kl 14.30 (lokal tid). Det går åt 52,9 liter flygbensin per minut och tankarna på planet rymmer 26 500 liter.

- Använd en karta för att beräkna planets genomsnittsfart.
- Hur mycket kostar flygbränslet för hela resan?
- Vad väger bensinen när planet är fulltankat?
- När du kommer till Kairo får planet inte landningstillstånd. Hur länge kan planet ligga kvar i luften innan bränslet är slut, om tankarna innehöll 18 000 liter när resan började?
- Medan du är kvar i luften tar du en kapsel hälsokostmedicin för att slippa magsjukan "Faraos hämnd". Du fortsätter sedan att ta en kapsel dagligen. Hur mycket billigare är varje kapsel om man köper den större förpackningen?

Art. nr.	Antal	Pris
Ventrux 399	50 st	61 kr
Ventrux 354	150 st	136 kr

- Hur många procent dyrare blir varje kapsel om man köper en liten förpackning i stället för en stor?
- En kapsel innehåller 75 miljoner mjölksyrabakterier som bygger upp motståndskraften. Vi antar att dessa ökar med 30% per timme. Efter x timmar finns y bakterier.

Ange ett uttryck som anger sambandet mellan x och y .

Beräkna antalet bakterier efter 3.5 timmar.

Med hur många procent har bakterieantalet ökat under den första kvarten?

Pyramiderna

Nästa dag åker du till pyramiderna i Giza i utkanten av Kairo. De tre kända faraonerna Cheop, Chefren och Mykerinos lät uppföra dessa omkring 1500 f.Kr.

Cheopspyramiden är den största pyramiden i Egypten och räknas som ett av världens sju underverk. När den byggdes var den 146,5 m hög och varje sida var 230,36 m lång.

Pyramiden bestod av 6,2 miljoner ton sten, och det tog 100 000 människor 21 år att bygga pyramiden. Man byggde dygnet runt under de tre månader då Nilen var översvämmad.

- För hur många år sedan byggdes pyramiderna?
- Hur stor markyta täcker pyramiden?
- Cheopspyramidens sidoyta är en likbent triangel. Hur lång är den kortaste vägen på utsidan från markplanet till pyramidens topp?
- När Napoleon besökte pyramiderna 1799 blev han imponerad av deras storlek. Han beräknade då att stenarna från Cheopspyramiden skulle räcka till en tre meter hög mur runt hela Frankrike. Hur bred skulle muren bli?

Matematikens historia

Så här skrev egyptierna tal

$$| = 1, ||| = 3, \bigcirc = 10, || \bigcirc = 12$$

$$\begin{array}{l} |||| \bigcirc \bigcirc \\ |||| \bigcirc \bigcirc \end{array} = 48, \bigodot = 100 \text{ o s v.}$$

Tal i bråkform skrev man som en summa av bråk som vart och ett hade täljaren 1. (Undantag $2/3$)

$5/8$ skrevs som $1/2 + 1/8$. Man skrev bråken, som kallades stambråk, så att man bara skrev nämnaren och satte en oval figur, symbolen för invertering, ovanför. Exempel = $1/12$.

- Skriv talet 31 och din egen ålder med egyptiernas siffror
- Vilket tal är $|| \bigcirc \bigcirc$?
- Skriv följande summor av stambråk som ett bråk med täljaren 2:
a) $1/3 + 1/15$ b) $1/6 + 1/66$
- Egyptiernas matematikkunskaper går att läsa på de s k Rhindpapyren från ca 1700 f.Kr. Där hittar man bl a de första exemplen på ekvationstänkande. Kan du lösa problemet som lyder så här: "Finn ett tal som om man adderar det till sin sjundedel blir 19"?
- Ett annat exempel lyder: "En mängd och en fjärdedel av den ger tillsammans 15". Ta reda på vilken mängd det är.

Spel

Tipset

Du och två kompisar har satsat 50 kr var i ett tipsbolag. Skall ni spela på stryktips, måltips eller oddset för att få så stor chans som möjligt till vinst? Redogör för era diskussioner och motivera ert val. Ni får själva ta reda på vad stryktips, måltips och oddset är, om ni inte redan vet det.

Lotto

Du och din lilla syster skall sätta ihop en lottorad. Din syster envisas med att välja raden 1, 2, 3, 4, 5, 6 och 7. Kan du gå med på det? I så fall varför eller varför inte?

Tärningsspel

Ett tärningsspel består av fyra sexsidiga tärningar med följande utseende:

Svart tärning: 0 på två sidor
4 på fyra sidor

Röd tärning: 3 på alla sidor

Vit tärning: 2 på fyra sidor
6 på två sidor

Blå tärning: 1 på tre sidor
5 på tre sidor

Spelet spelas av två spelare. Spelarna väljer i tur och ordning var sin tärning. Tärningarna kastas, och den vars tärning visar högst tal vinner.

Du väljer tärning först. Vilken skall du välja för att vinna så ofta som möjligt?

Motspelaren väljer tärning först. Hur skall du då välja tärning för att vinna så ofta som möjligt?

Är detta ett rättvist spel eller inte?

Litteratur

- Andersson, G. (1984). Litet statistiskt lexikon. *Nämna-
ren* 11(1), 48-51.
- Andersson, G. (1991). Nämnaren och statistiken. *Nämna-
ren* 18(3/4), 140-141.
- Areskoug, M. (1991). Miljömatematik. *Nämna-
ren* 18(1), 32-34.
- Bengtzelius, A. (1983). Matematik i yrkesutbild-
ningen. *Nämna-
ren* 9(4), s 38-41.
- Bergstén, P. (1995). Drakar, vatten, eld och väder-
kvarnar. *Nämna-
ren* 22(3), 46-48.
- Blomgren, E-S. (1988). En vagn kommer lastad. *Nämna-
ren* 15(4), 31-33.
- Borg, K. (1995). Modeller. *Nämna-
ren* 22(4), 38-41.
- Carlsson, C. (1989). Problemlösning med hjälp av
dagstidning. *Nämna-
ren* 16(4), 40-41.
- Dahl, K. (1995). Ger matematiken men eller me-
ning? *Nämna-
ren* 22(2), 15-22.
- Ekström Holm, W. (1990). Samarbete – Självkän-
sla – Ansvar. *Nämna-
ren* 17(2), 18-21.
- Fransén, J. & Gustavsson, H. (1980). Ett rikare före-
ningsliv. *Nämna-
ren* 7(2), 49-54.
- Fransén, J. (1981). Matematik för kapitalister. *Nämna-
ren* 7 (3), 39-43.
- Friberg, J. (1992). Mesopotamisk matematik – del 2. *Nämna-
ren* 20(1), 12-17.
- Friberg, J. (1992). Mesopotamisk matematik. *Nämna-
ren* 19(4), 9-16.
- Fritzén, L. (1993). Matte i miljöundervisningen. *Nämna-
ren* 20(1), 32-35.
- Gerdes, P. (1986). Matematik för frigörelse. *Nämna-
ren* 12(3), 18-23.
- Gerdes, P. (1989). Mathematics education and culture
in third world countries. *Nämna-
ren* 16(4), 24-27.
- Gårding, L. (1985). Modeller och verklighet. *Nämna-
ren* 11(4), 7-10.
- Kvammen, P.I. (1986). Matematikk, natur og sam-
funn. *Nämna-
ren* 12(3), 14-17.
- Lundberg, B. (1989). Var dags matematik. *Nämna-
ren* 16(4), 34-35.
- Nordell, B. (1994). Att uppskatta myggor. *Nämna-
ren* 21(1), 30-31.
- Orstadius, P-A. (1984). Till en mattelärare om
blockeringar och kursinnehåll. *Nämna-
ren* 10(4),
24-26.
- Rosén, I. (1994). Problem med pengar. *Nämna-
ren* 21(1), 14-17.
- Rusek, A. (1993). Matematik och samhällskunskap
- Aldrig mötas de två? *Nämna-
ren* 20(4), 24-27.
- Selander, T. (1981). Resemontörens problem. *Nämna-
ren* 7(4), 53-56.
- Strandenes, B. J. K. (1989). Er undervisningsopp-
legget årsak til at mange elever har matematikk-
vansker? *Nämna-
ren* 16(1), 28-32.
- Sturk, O. (1989). Vi byggede en friggebod. *Nämna-
ren* 16(3), 20-22.
- Thompson, J. (1984). Vad kan vi lära av matema-
tikens historia? *Nämna-
ren* 11(1), 42-44, *Nämna-
ren* 11(2), 49-52, *Nämna-
ren*, 11(3), 48-51, *Nämna-
ren* 11(4), 28-31.
- Tvete, K. (1987). Geometri – Jordmåling. *Nämna-
ren* 14(2), 34-39.
- Weibull, T. (1989). Vad är diskret matematik? *Nämna-
ren* 16(4), 28-31.
- Andersson, G. (1989). *Lögn och sanning i statistik*.
Stockholm: Liber.
- Areskoug, M. (1990). *Miljöräkneboken*. Dalby:
Carlsteds förlag AB.
- Brogård, U. & Kristersson, K. (1989). *Förberedande
yrkesmatematik, Fordonsmekanik*. Torshälla:
Ekonomikonsult
- Dahl, K. & Nordquist, S. (1994). *Matte med me-
ning*. Stockholm: ALFABETA.
- Fritzén, L. & Klewborn, E. (1991). *Lilla miljöräkne-
boken – Sopor*. Dalby: Carlstedts förlag.
- Fritzén, L. & Klewborn, E. (1991). *Lilla miljöräkne-
boken – Trafik*. Dalby: Carlstedts förlag.
- Lindberg, D. & Kuijl, B. (1993). *Hur man räknade
förr*. Solna: Almqvist & Wiksell.
- McLeish, J. (1992). *Matematikens kulturhistoria*.
Borås: FORUM.
- Nystedt, L. (1993) *På tal om tal. En läsebok i mate-
matik*. Stockholm: Instant Mathematics.
- Paulos, J. A. (1991). *Förstå siffror*. Stockholm:
Natur & Kultur.
- Schedinger-Jacobsson, M. (1991). *Räkna för Farao*.
Dalby: Carlstedts förlag.
- Sjöström, O. (1993). *Statistik, praxis och bildning
- perspektiv på utbildning*. Ett försök till helhets-
perspektiv där grundutbildning i statistik relate-
ras till statistisk tillämpning i yrkesliv och livet i
övrigt. Uppsala universitet, Filosofiska institu-
tionen.
- Sällström, P. (1991). *Tecken att tänka med*. Om
symbolisk notation inom musik, dans, kartografi,
matematik, fysik, kemi, teknologi, arkitektur,
färglära och bildkonst. Malmö: Carlssons Bok-
förlag.

- Thompson, J. (1991). *Historiens matematik*. Lund: Studentlitteratur.
 - Thompson, J. (1991). Tal och räkning - ett historiskt perspektiv. I G. Emanuelsson, B. Johansson & R. Ryding (Red). *Tal och räkning 1*. Lund: Studentlitteratur.
 - Thompson, J. (1991). Problemlösning - ett historiskt perspektiv. I G. Emanuelsson, B. Johansson & R. Ryding (Red). *Problemlösning*. Lund: Studentlitteratur.
 - Thompson, J. (1992). Geometri och statistik i ett historiskt perspektiv. I G. Emanuelsson, B. Johansson & R. Ryding (Red). *Geometri och statistik*. Lund: Studentlitteratur.
 - Vejde, O. (1992). *Praktisk matematik 1 & 2*. Stockholm: Brevskolan.
 - Wistedt, I., Brattström, G. & Jacobsson, C. (1992). *Att vardagsanknyta matematikundervisningen. Slutrapport från projektet "Vardagskunskaper och skolmatematik"*. Stockholms universitet. Pedagogiska institutionen.
 - Åberg, L. (Red) (1993). *Vetenskapens vackra verktyg. Matematik som arbetsredskap*. Stockholm: Naturvetenskapliga forskningsrådet.
-
- Blom, W., Niss, M. & Huntley, I. (Eds.) (1989). *Modelling, applications and applied problem solving: Teaching mathematics in a real context*. Chichester: Ellis Horwood.
 - Brun, V. (1967). *Alt er tall. Matematikkens historie fra oldtid till renessanse*. Oslo: Universitetsforlaget.
 - Christoffersen, T. & Clausen, F. (1993). *Udsagn - en mosaik om matematik*. København: LMFK-salg.
 - Cockcroft, W. H. (Chairman) (1982). *Mathematics Counts: Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools*. London: H.M.S.O.
 - Frandsen, J. (1992). *De(t) gyldne snit - i kunst, natur og matematik*. Herning: Forlaget Systime.
 - Friberg, J. (1984). Numbers and measures in the earliest written records. *Scientific American* 250, 110-118.
 - Harris, M. (Ed.) (1991). *School Mathematics at Work*. London: Falmer Press.
 - Hoppensteadt, F. C. & Peskin, C. S. (1992). *Mathematics in Medicine and Life Sciences*. Berlin: Springer-Verlag.
 - Howson, G. & Kahane, J.-P. (1988). *Mathematics as a Service Subject*. ICMI Study Series. Cambridge: Cambridge University Press.
 - Lowe, I. (1991). *Mathematics at Work. Volume 1 & 2*. Canberra: Australian Academy of Science.
 - Lowe, I. (1991). *Mathematics at Work. Volume 1 & 2. Teachers guide to 1 & 2*. Canberra: Australian Academy of Science.
 - National Council of Teachers of Mathematics (1979). *Applications in School Mathematics. NCTM Yearbook 1979*. Reston, Va.: Author.
 - Niss, M. (1994). Mathematics in society. In R. Biehler et al (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer.
 - Nissen, G. & Blomhøj, M. (1994). *Hul i kulturen. Sæt matematik på plads i kultur og samfundsbilledet*. Viborg: Spektrum.
 - Swetz, F.J. (1994). *From five fingers to infinity. A journey through the history of mathematics*. Chicago and La Salle: Open Court.
 - Swetz, F., Fauvel, J., Bekken, O., Johansson, B. & Katz, V. (1995). *Learn from the masters*. Washington D.C.: The Mathematical Association of America, MAA.
 - Touborg, J. P. (Red) (1991). *Autentiske matematik-anvendelser*. København: Matematiklærerforeningen.