



Matematik – ett kärnämne

Elevers och lärares erfarenheter

Att utgå från elevers kunskaper

Elevers och lärares ansvar

Utvärdering av kunskaper

Undersökande aktiviteter

Matematik i samverkan

Att utgå från problem

Att organisera för lärande

**Kursplaner, timplaner, betygskriterier
och exempel på ett nationellt prov**



Matematik – ett kärnämne

Matematik – ett kärnämne behandlar grundläggande matematikutbildning i gymnasieskolan. Boken tar upp elevers och lärares syn på matematik och matematikundervisning. I varje kapitel finns exempel på elevaktiviteter och studieuppgifter med litteraturförslag. Kursplaner, timplaner, betygskriterier och ett nationellt prov ingår som bilagor.

Medverkande

Elisabeth Aasa, Roland Aronsson, Agneta Beskow, Margareta Bladh, Kenneth Borg, Göran Emanuelsson, Susanne Gennow, Ing Marie Gustafsson, Bo Hansson, Hans Heikne, Hans Henriksson, Mikael Holmquist, Johan Häggström, Bengt Johansson, Eva Jungmark, Karin Kristersson, Eva-Stina Källgården, Krister Larsson, Lisbeth Lindberg, Madeleine Löwing, Margita Nilsson, Kerstin Olofsson, Gull Olsson, Astrid Pettersson, Ulf Peterson, Bo Rosén, Ilse Rossi, Ronnie Ryding, Sonja Sannesson, Marie Skedinger Jacobsson, Tore Selander, Lennart Wendelöv.



NCM
Nämnamn
Göteborgs universitet

I samband med den nya läroplanen i gymnasieskolan Lpf 94, hade Skolverket ett projekt för att ta fram material med syfte att diskutera den inledande matematikundervisningen och uppmärksamma

- målsättningen för kärnämnet matematik,
- elevernas erfarenheter av och sätt att lära matematik,
- metodik och arbetssätt.

Materialet gör inga anspråk på att vara heltäckande. Erfarenhetsmässigt betydelsefulla områden har valts ut av de medverkande i projektet. Elev- och studieuppgifter är avsedda som underlag för diskussion kring frågor om hur vi får bättre utbyte av utbildningen i matematik.

Projektledning

Gull Olsson
Göran Emanuelsson
Bengt Johansson

Redaktion

Göran Emanuelsson, Bengt Johansson,
Margita Nilsson, Gull Olsson,
Bo Rosén & Ronnie Ryding

Omslag Ronnie Ryding

© 1995 Författarna och Nämnen
ISBN 91-88450-04-X Upplaga 1:12

Tryck:
Grafikerna Livréna i Kungälv AB. 2006.

Adresser

NCM/Nämnen
Göteborgs universitet
Box 160
405 30 Göteborg

Fax. 031-773 22 00

e-post:
Namnen@ncm.gu.se

Innehåll

Medverkande 6

Matematik – ett kärnämne 7

- En förändrad skolmatematik 7
- Arbete med stöd- och stimulansmaterial 7
- Matematik ett kärnämne 8
- Materialets användning, Resurspersoner 9
- Skolutveckling 10
- Kompetensutveckling 10
- Utveckling av kursplaner 10
- Litteratur 10

Kapitel 1

Elevers och lärares erfarenheter 11

- Vad händer under lektionerna? 12
- Varför har vi hemuppgifter? 13
- Glädjen när eleverna förstår 14
- Är matematik det svåraste ämnet? 17
- Litteratur 18

Kapitel 2

Att utgå från elevers kunskande 19

- Förkunskaper och erfarenheter 19
- Diagnosresultat 21
 - Några frågor 22
 - Stimuleras elever med goda kunskaper? 22
 - Vad säger en poängsumma? 22
 - Vilka kunskaper kommer inte fram? 22
 - Visar resultaten på förståelse? 23
 - Hur kan eleven utveckla sin matematik? 24
- Hur tänkte jag? 25
- Meningen med matematik 26
 - Procent – ett av flera nyckelbegrepp 28

Symbolspråk och förståelse 31

- Formler 31
- Ekvationer 31
- Litteratur 33

Kapitel 3

Elevers och lärarens ansvar 35

- Dubbla budskap 36
- Att lösa en uppgift i boken 36
- Vem bestämmer? 37
- Elever kan ta ansvar 38
- Att sätta mål för studierna 38
 - Exempel på näraliggande mål 39
 - Ansvar och val 40
- Utvecklingssamtal 41
- Sammanfattning 42
- Litteratur 45

Kapitel 4

Utvärdering av kunskaper 47

- Kontinuerlig utvärdering 47
- Prov som styr 47
- Portföljer 48
- Dagbok 49
- Kunskapsmatriser 51
 - Småtest 53
 - Exempel på uppgifter 54
- Problemlösning 57
 - Provuppgifter 57
 - Projekt 58
 - Problemlösning i grupp 60
- Föredrag och uppsatser 61
 - Individuella samtal – intervjuer 62
- Litteratur 63

Kapitel 5

Undersökande aktiviteter 65

Laborativa uppgifter 66

Undersökningar i grupp 68

Att söka information 74

Miljöpåverkande faktorer: Trafik 70

Att finna mönster 71

Att simulera 71

Att göra uppgifter 72

Grupsammansättning 73

Litteratur 75

Kapitel 6

Matematik i samverkan 77

Matematik i karaktärsämnen 79

Matematik i fordonsprogrammet 81

Förutsättningar 81

Arbetsorder 82

Tid 83

Area och tryck 85

Årskursplaner 85

Problemlösning 87

Olika typer av prov 87

Vad ansåg elever och lärare? 88

Linjära funktioner i matematik och företagsekonomi 89

Ett inledande exempel 89

Intäkter, kostnader och resultat 93

Kritisk punkt 95

Några förslag till temaområden 97

Droppande kran 97

Sänk temperaturen 98

Energiprognos 98

Spara 98

Låna 99

Köpa dator 100

Är det dyrt att ha djur? 100

Körkort och bil 100

Resa i Egypten – något för humanister? 102

Matematikens historia 103

Spel 104

Litteratur 104

Kapitel 7

Att utgå från problem 107

Problemlösning som mål 107

För att komma i stämning... 108

Olika typer av problem 109

Undervisning om/i problemlösning 110

Att utgå från problem 112

Problemlösning som medel 112

Rika problem 112

Undervisningsmetodik 112

Elever gör problem 113

Att presentera problem 113

Litteratur 114

Problemsamling 115

Tal och räkning 115

Inledande algebra 117

Algebra 118

Geometri 120

Statistik 123

Funktioner 124

Litteratur 126

Kapitel 8

Att organisera för lärande 129

En skola för alla 129

Individualisering och klasstorlek 130

Alternativkurser 131

Gemensamma påbyggbara kurser 133

Kurstimplaner – en flexibel ram 134

Att gruppera för undervisning 134

Homogena eller heterogena? 135

Homogena grupper 135

Heterogena grupper 136

Försök med nivågruppering 137

Val och byte av grupp 139

Betyg och elevinflytande 140

Litteratur 142

Bilaga 1

Kursplaner och betygskriterier 143

Grundskolan 143

Gymnasieskolan 148

Bilaga 4

Nationellt prov, dec 95, kurs A 155

Medverkande i *Matematik – ett kärnämne*

Elisabeth Aasa, Angeredsgymnasiet, Göteborg
Roland Aronsson, Birger Sjöberggymnasiet, Vänersborg
Agneta Beskow, Lundby gymnasium, Göteborg
Margareta Bladh, Eksjö gymnasium
Kenneth Borg, Vaggaskolan i Karlshamn
Göran Emanuelsson, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Susanne Gennow, Danderyds Gymnasium
Ing Marie Gustafsson, gymnasiet Spyken, Lund
Bo Hansson, Angeredsgymnasiet, Göteborg
Hans Heikne, Hagagymnasiet, Norrköping
Hans Henriksson, Karlbergsgymnasiet, Åmål
Mikael Holmquist, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Johan Häggström, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Bengt Johansson, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Eva Jungmark, Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet
Karin Kristersson, Komvux, Strängnäs
Eva-Stina Källgården, Högskolan för lärarutbildning, Stockholm
Krister Larsson, De Geergymnasiet i Norrköping och Linköpings universitet
Lisbeth Lindberg, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Madeleine Löwing, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Margita Nilsson, Lärarhögskolan, Malmö
Kerstin Olofsson, Nösnergymnasiet, Stenungsund
Gull Olsson, Skolverket, Göteborg
Ulf Peterson, Munkebäcksgymnasiet, Göteborg
Astrid Pettersson, Högskolan för lärarutbildning, Stockholm
Bo Rosén, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Ilse Rossi, Vårdgymnasiet, Borås
Ronnie Ryding, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet
Marie Skedinger-Jacobsson, Malmö latinskola och Lärarhögskolan, Malmö
Sonja Sannesson, läroboksförfattare, Kungsbacka
Tore Selander, Finnvedens gymnasium, Värnamo
Lennart Wendelöv, Aranäsgymnasiet, Kungsbacka

Matematik – ett kärnämne

Här ges en kort redogörelse för bakgrund, målsättning och arbete som lett till detta Nämnaren TEMA. Innehållet och hur materialet är tänkt att användas beskrivs med övergripande frågeställningar för bokens åtta kapitel.

En förändrad skolmatematik

Matematik är ett av skolans viktigaste ämnen och ett kärnämne i gymnasieskolan. Målen uttrycks i de nya kursplanerna som tillsammans med nya förordningar, läroplaner, timplaner och ett nytt betygssystem skall medverka till en förbättrad matematikutbildning [1].

Genom det nya styrsystemet för skolan har en stor del av ansvaret för utbildningen förskjutits från nationell till lokal nivå. Lärare har därmed större möjligheter att påverka utbildningen men också större ansvar. Det är nödvändigt att utveckla undervisningen, om läroplanens värdegrund skall respekteras, mål uppnås och riktlinjer följas. Detta ställer nya krav på lärares kunskaper.

Arbete med stöd- och stimulansmaterial

Inom Skolverket började 1993/94 ett arbete för att ta fram ett studiematerial för matematiklärare. Bakgrund till arbetet har varit de beskrivna förändringarna och nationell utvärdering av matematikundervisningen i grundskolan 1992 samt erfarenheter från tvååriga gymnasielinjer. Frågor kring mål, motiv och differentiering är nu lika aktuella i gymnasiet som tidigare i grundskolan.

Enligt den nationella utvärderingen som gjordes bland 10 000 elever i åk 9 och deras matematiklärare våren 1992, så har många elever negativ syn på matematik och matematikundervisning [2]. Eleverna ser visserligen matematik som nyttig men inte särskilt intressant. Många elever anser att de lär sig onödiga saker i matematik. En del elever (17 %) anser att de får för lätta uppgifter, en del (30 %) att de får för svåra uppgifter i grundskolan. Enskilt arbete dominerar i undervisningen. En elevkommentar:

Vi tyckte om att arbeta med sådana här gruppuppgifter eftersom det inte är så enformigt som att räkna i matteboken och det här gör man mer när man kommer ut i livet.

Ett 40-tal lärare och lärarutbildare från hela landet har prioriterat och diskuterat innehåll och hur detta skulle presenteras. Inom valda arbetsområden har problem i gymnasiets grundläggande matematikundervisningen bearbetats ur elev- och lärarperspektiv.

I de nya kursplanerna betonas vikten av att få tilltro till och inse värdet av matematikkunskaper i både grund- och gymnasieskolan – att kunna berätta, förklara och argumentera när man arbetar med matematik. Hur skall då matematikstudierna utformas för de elever som redan i grundskolan haft svårigheter och som inte vill lära sig mera matematik – nästan var tredje elev enligt [2]?

Å andra sidan finns oro för att den inledande kursen blir för lätt eller av andra skäl inte tillräckligt stimulerande eller utmanande för dem som har goda kunskaper i matematik från grundskolan och omfattande studier framför sig.

Många elever visar stora brister i förståelse och färdigheter i grundläggande matematik. En del elever inser inte betydelsen av matematikkunskaper i vardag, samhälle eller utbildning. De ser matematik som ett regelsystem för matematiklektioner. Detta har lett till negativa attityder till ämnet och till undervisningen.

Utifrån den förda diskussionen bestämde vi oss för att försöka uppmärksamma:

- *Undervisningens samband med elevernas attityder och förkunskaper*
- *Aktiviteter som engagerar och stimulerar intresse och kreativitet*
- *Arbetsätt som fördjupar förståelse för och användning av matematik*

Matematik – ett kärnämne

Problemen i kärnämnet matematik är komplicerade och ett omfattande material togs fram inom arbetsgrupperna. Det visade sig vara en lång och svår process att strukturera materialet efter de riktlinjer vi kommit överens om. Efter att ha engagerat flera personer i granskning och redigering kom vi fram till *Matematik – ett kärnämne*.

Detta material skall *inte* ses som anvisningar! Syftet är att stimulera reflektion och diskussion om och i undervisningen. Vi vill visa på matematikens betydelse för våra studerande och ämnets unika plats i samhälle och utbildning. Materialet är tänkt att utan pekpinnar ge stöd och stimulans till att "*frigöra och tillföra energi*".

I detta *Nämna*ren *TEMA* behandlas elevers och lärares uppfattningar, erfarenheter och kunskaper som viktiga att ta hänsyn till. Några frågor som varit vägledande för materialets kapitelindelning:

- 1 Vad vet vi om elevernas erfarenheter av matematik?
- 2 Hur kan vi bygga vidare på elevers kunskaper?
- 3 Hur får vi eleverna att ta större ansvar för sina studier?
- 4 Hur blir vi bättre på att utvärdera elevers kunskaper?
- 5 Hur får vi ett mer undersökande arbetssätt?
- 6 Hur får vi samverka över ämnesgränser?
- 7 Hur stimulerar vi intresset för problemlösning?
- 8 Hur organiserar vi undervisning för lärande?

Varje kapitel inleds med en *ingress* som ger en kort beskrivning av kapitlets innehåll. Syftet med texterna är att ge perspektiv och nya tankar. Som underlag för reflektion och erfarenhetsutbyte finns *elevuppgifter* att pröva tillsammans med elever och *studieuppgifter* att diskutera med lärarkollegor i matematik eller i andra ämnen.

Kapitlen kan studeras oberoende av varandra.

Materialets användning. Resurspersoner

Vi vill stimulera till erfarenhetsutbyte och utvecklingsarbete, till fortbildningsaktiviteter och vidare studier. Tanken är att boken skall kunna användas vid enskild planering, på studiedagar, i studiecirklar och kurser och i grundutbildningen.

Materialet kan med fördel diskuteras i grupper med lärare i matematik från både grund- och gymnasieskolor eller med lärare i matematik och lärare i karaktärsämnen (särskilt kapitel 5–7).

Till Matematik – ett kärnämne finns en *video*, som beskriver hur det kan gå till i klassrummet. Den kan tjäna som diskussionsunderlag om hur man inleder ett avsnitt och hur elever arbetar i grupp med problemorienterad undervisning.

Om någon vill ha råd för uppläggningsen eller få tag på t ex föreläsare eller seminarieledare, kontakta någon av de medverkande (s 6) eller Nämnenredaktionen.

För att underlätta diskussioner och vardagsarbete ingår (se s 143-172):

Bilaga 1 Kursplaner A, B, C, D och E med tillhörande betygskriterier

Bilaga 2 Ämneskommentar – Matematik

Bilaga 3 Anvisningar om specialarbete

Bilaga 4 Nationellt prov för kurs A, dec 1995 med bedömningmall

I varje kapitel ges referenser och lästips under rubriken *Litteratur*. Svensk litteratur har prioriterats. Med hjälp av Nämnarens databas har vi valt ut ett antal artiklar, böcker och rapporter för de som vill fördjupa sig kring innehåll i olika kapitel. Det ges också förslag på utländsk litteratur. I litteraturförteckningarna presenteras Nämnaren-artiklar först, därefter (avskilda av streck) annan svensk litteratur och sist litteratur på engelska eller skandinaviska. Nyutkommen metodisk och didaktisk litteratur anmäls i *Nämnan* [3] och litteratur med vetenskaplig inriktning i *NOMAD* [4] se även s 171 – 172. I tidskrifterna ges också information kring svenska, nordiska och internationella konferenser samt dokumentation kring dessa.

Skolutveckling

Kommunerna har sedan 1991 arbetsgivaransvar för lärare och är enligt skollagen skyldiga att se till att fortbildning anordnas för undervisande personal. Staten ansvarar för att det finns tillgång till fortbildning av god kvalitet. Detta gäller i synnerhet vid införandet av nya läroplaner. Rektor är enligt läroplanen ansvarig för den kompetensutveckling som krävs för att lärarna skall kunna utföra sina arbetsuppgifter i en god arbetsmiljö.

Kompetensutveckling

Nya förutsättningar med högre krav på kvalitet och likvärdigt utbud av fortbildning gör att vi strävar efter bättre former för kompetensutveckling. Om denna skall fungera som ett fint instrument i lokal skolutveckling måste varje kommun och skola analysera behoven av fortbildning. Läroplan, kursplan och arbetsplan samt egna behov i relation till utvärdering och uppföljning är utgångspunkter vid denna analys. Lärares inflytande och delaktighet är en förutsättning för kvalitet i utvecklingen av skolan och den egna professionen.

Utveckling av kursplaner

Enligt förarbeten till läroplanerna skall vi ha en kontinuerlig förändring av kursplanernas innehåll. Vid diskussioner och studier av den här boken kommer det säkert förslag till förbättringar och kompletteringar av matematikkurserna. Det är viktigt att dessa kommer fram.

Vi välkomnar bidrag för vidare spridning. Hör av dig till oss! Adress, telefon, fax och e-post på s 2.

Litteratur

- [1] *Regler för målstyrning*. (1995, Tredje upplagan). Gymnasieskolan: Skollagen, Gymnasieförordningen, Läroplan, Program mål, Kursplaner. Stockholm: Svensk Facklitteratur.
- [2] Skolverket (1993). *Den nationella utvärderingen av grundskolan våren 1992. Matematik åk 9*. Huvudrapport. Skolverkets rapport nr 15. Stockholm: Liber distribution och publikationstjänst.
- [3] *Nämnan*, tidskrift för matematikundervisning. Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.
- [4] *Nordisk matematikdidaktik, NOMAD*, Nordic Studies in Mathematics Education. Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.

Redaktionen