

813a

Matematisk modellering i gymnasiet

Peter Frejd är forskarstudent vid Linköpings universitet och verksam gymnasielärare i Mjölby.

Modellering beskrivs i kursplanerna som ett centralt begrepp. En empirisk studie av 400 elever visar att endast en fjärdedel av eleverna har stött på begreppet och de har vaga idéer om dess betydelse. Studien visar också att attityder, betyg och senaste kurs påverkar elevernas modelleringskompetens.

Bakgrund

Det står i Skolverkets kursplaner (2000) att ”Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar” men inget om vad som menas med begreppen matematiska modeller eller modellering. Den vaga beskrivningen av matematiska modeller och modellering i kursplanerna betyder att lärare och författare till läromedel och nationella prov måste göra sin egen tolkning av begreppet. Detta kan i sin tur påverka elevernas kunskaper inom området. Forskning i Sverige inom detta område är sparsamt.

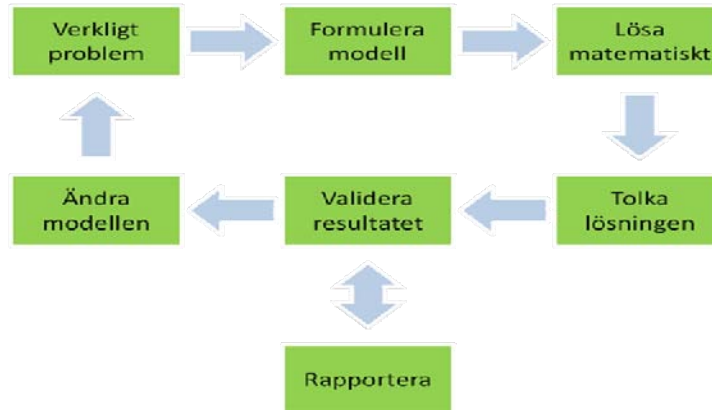
I den här föreläsningen kommer jag att presentera en forskningsstudie som jag (Peter Frejd) tillsammans med doktoranden Jonas Ärlebäck Bergman vid Linköpings universitet har genomfört i den svenska gymnasieskolan (submitted a), (submitted b). Målet med forskningsstudien var att få en översiktlig bild över gymnasieelevernas modelleringskompetenser och hur gymnasieelever beskriver begreppen modeller och modellering, samt om faktorerna kön, attityd, betyg och elevens senaste matematikkurs påverkar deras modelleringskompetenser.

Metod, metodologi och teoretiska antaganden

Inom didaktisk forskning om matematiska modeller och modellering har Haines och Crouch (2001) utvecklat ett test för universitetsstudenter. Det är ett test som har använts av många forskare som t.ex. Izard et al. (2003), Ikeda, Stephens och Matsuzaki (2007), Lingefjärd och Holmquist (2005) och Kaiser (2007), för på kort tid kunna testa modelleringskompetenser på många elever. Detta test använde vi som forskningsverktyg för att identifiera modelleringskunskaper. Vi översatte uppgifterna och konstruerade 4 stycken test med vardera 7 problem (totalt 14 olika problem). I testen lade vi till frågor om betyg, kön, attitydfrågor och några frågor kring begreppet matematisk modellering (att beskriva i ord vad modeller och modellering betyder) och gjorde en enkät. Vi genomförde en pilotundersökning våren 2009 med ett 20-tal klasser (ca 400 elever) från olika delar av Sverige med elever från gymnasieskolans naturvetenskapliga och tekniska program (åk3).

Det finns många olika perspektiv på begreppen matematiska modeller och modellering (Frejd, submitted) och det är en skillnad mellan matematisk modellering i skolan och inom industrin. Inom industrin är man fokuserad på att hitta en matematisk modell, medan man i skolan är intresserad av själva processen att genomföra matematisk modellering. Processen beskrivs ofta i form av en cykel som utgår från ett verkligt problem. Efter förenklingar skapas en matematisk modell för att beskriva situationen och som ger ett matematiskt resultat. Detta tolkas sedan i

relation till det verkliga problemet och valideras. För att få en bättre modell kan sedan processen upprepas (Borromeo, 2006). I vår studie använde vi modelleringscykeln av Haines och Crouch (2001) (se figur 1 nedan) som påminner om den Palm et al. (2004) har tagit fram i en tolkning av kursplanerna.



Figur 1. Modelleringscykel enligt Hains och Crouch (2001)

Varje problem i undersökningen är kopplat till en eller flera moment i modelleringscykeln och beskriver en delkompetens (totalt finns sju stycken delkompetenser och två problem till varje delkompetens). Som övergripande definition av begreppet modelleringskompetens har vi använt Blomhøj and Højgaard Jensen's (2003) definition "[b]y mathematical modelling competence we mean being able to autonomously and insightfully carry through all aspects of a mathematical modelling process in a certain context" (p. 126). Exemplet nedan (fig. 2) beskriver delkompetensen "att välja en matematisk modell" som är kopplat till momenten "verkligt problem", "tolka lösningen" och "validera resultatet"

Max har planterat en vacker solros.

Vilket av alternativen beskriver bäst längden på den växande solrosen (i termer av tiden t)?

A. $1 - e^{-t}$ B. $(1-t)^2$ C. t D. $t - t^2$ E. $\frac{1}{1 + e^{-t}}$

Figur. 2 Exempel på ett problem ur undersökningen.

Varje problem poängsattes med 2 poäng för det som ansågs "mest troliga" och 1 poäng för det som ansågs "näst mest troligt". Exemplet ovan är poängsatt med 2 poäng för A och 1 poäng för B. Varje test innehöll sju problem, vilket medför en maxpoäng på 14. Den statistiska analysen av de empiriska data gjordes med hjälp av SPSS och eftersom materialet inte var normalfördelat användes icke-parametriska test (Mann-Whitney test, Kruskal-Wallis test och Kendall's tau). Elevernas beskrivningar av begreppen modeller och modellering analyserades med hjälp av en metod inspirerad av "Grounded theory" (Strauss & Corbin, 1998). Vi gjorde flera iterationer av kodning till varje beskrivning och efter diskussioner erhöles 33 öppna kodningskategorier som sedan kodades om för att hitta samband mellan kategorierna och göra nya bredare kategorier, så kallad axial kodning. Antalet axiala kodningskategorier blev tillslut sju.

Resultat och slutsatser

Resultatet av undersökningen visar att mindre än en fjärdedel av eleverna hade hört/använt begreppen matematiska modeller eller modellering. Elevernas beskrivningar var kortfattade (10 ord i medel) och innehöll få fakta. De associerade modellering till problemlösning och att använda/tillämpa matematik som ett verktyg i olika situationer. Modeller associerades till formler och ekvationer. Ett elevsvar som är representativt för detta är: ”En matematisk modell är för mig en formel eller ett sätt på vilket man kan räkna ut och lösa problem”.

Tabellen nedan visar hur elevernas medelvärde av problemen (max 14) varierar beroende på kön, klass, kurs och test (även standardavvikelsen och antal elever är angivna).

Tabell. 1 Elevernas medelvärden, standard avvikelse och antal, beroende på faktorerna kön, klass, betyg, kurs och test

Resultat	Kön		Klasser	Betyg				Kurs			Test			
	Kvinna	Man		IG	G	VG	MVG	C	D	E	T1	T2	T3	T4
Medel	7.95	7.76	6.38-9.27	7.50	7.07	7.96	8.43	6.67	7.17	7.99	6.82	8.37	7.63	8.26
Std.D	2.22	2.29	1.57-2.84	2.38	2.16	2.34	2.05	1.73	2.12	2.28	1.93	2.24	2.04	2.48
Antal	121	237	8-29	4	130	118	128	9	84	281	95	94	93	99

Med hjälp av diagrammet kan man se att kurs och betyg verkar påverka elevernas medelvärden (om vi bortser från IG, där endast fyra är representerade). En analys med SPSS visade också att kurs och betyg hade en signifikant effekt på elevernas resultat (modellerings kompetens). Analysen visade också att det inte fanns någon skillnad mellan kön, men naturligtvis mellan klasserna. Skillnaden i medelvärde mellan de olika testen beror på att några problem som skulle beskriva samma del kompetens var olika svåra, vilket kan bero på översättningsproblem.

Attityderna (tolkat i form av en likertskala) intresse och om eleverna fann problem enkla påverkade resultatet signifikant. Undersökningen visade också att elever överlag har en negativ syn på modellering, så som den vara presenterad för dem i enkäten. En möjlig faktor kan vara att eleverna inte har behandlat denna typ av uppgifter i någon större utsträckning i undervisningen. Den negativa attityden kan ses som ett hinder för att implementera mer modellering i skolan.

Till utfallet av delkompetenser och dess relation till moment i modelleringscykeln, så kan man finna att svenska elever var duktigast på att ”formulera ett problem som ska testa någon hypotes”(”formulera en modell”) och att ”tilldela variabler, parametrar och konstanter till en modell vid en given problemställning” (”formulera en modell”). Eleverna hade svårast att ”klargöra målet med den verkliga modellen” (övergången mellan verkligt problem och formulera en modell) och att ”välja en matematisk modell” (”verkligt problem”, ”tolka lösningen” och ”validera resultatet”).

Eleverna kopplar alltså samman modellering med problemlösning och modeller med formler och ekvationer. Deras modelleringskompetenser i den här studien pekar på att eleverna är bäst inom momentet att ”formulera problem”. En hypotes som jag ska arbeta vidare på i min forskning är att svenska gymnasieelever inte genomför hela modelleringscyklar i sin undervisning utan träffar

mest på momenten att ”formulera en modell” och sedan använder modellen för att ”lösa ett problem matematiskt”.

Referenser

- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139.
- Frejd, P. (Submitted). Revisiting perspectives on mathematical models and modeling.
- Frejd, P., & Ärlebäck, J. B. (Submitted). First results from a study investigating Swedish upper secondary students' mathematical modelling competency.
- Frejd, P., & Ärlebäck, J. B. (Submitted). On Swedish upper secondary students' descriptions of the notion of mathematical models and modelling.
- Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modeling. *Teaching Mathematics and its Applications, Volume 20, No 3*, 129-138.
- Ikeda, T., Stephens, M., & Matsuzaki, A. (2007). A teaching experiment in mathematical modelling. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*, (101-109). Chichester: Horwood.
- Izard, J., Haines, C., Crouch, R., Houston, K., & Neill, N. (2003). Assessing the Impact of Teaching Mathematical Modelling: Some Implications. In S. J. Lamon, W. A. Parker & K. Houston (Eds.), *Mathematical Modelling: A Way of Life. ICTMA11* (pp. 165-177). Chichester: Horwood Pub.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Lingefjärd, T., & Holmquist, M. (2005). To assess students' attitudes, skills and competencies in mathematical modeling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 123-133.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Palm, T., Bergqvist, E., Eriksson, I., Hellström, T., & Häggström, C. (2004). *En tolkning av målen med den svenska gymnasie matematiken och tolkningens konsekvenser för uppgiftskonstruktion* No. 199). Umeå: Enheten för pedagogiska mätningar, Umeå universitet.
- Skolverket. (2000). *Upper secondary school, Syllabuses, Mathematics*. Retrieved 09/15, 2009, from <http://www.skolverket.se/sb/d/190>
- Strauss, A. L., & Corbin, J. M. (1998). *Basics of qualitative research: techniques and procedures for developing grounded theory* (2. ed. ed.). Thousand Oaks, Calif.: SAGE.