

754b

Lusten att lära sig matematik

Attila Szabo arbetar med utveckling av matematikämnets didaktik på Utbildningsförvaltningen i Stockholm och är läromedelsförfattare, han undervisar på S:t Eriks Gymnasium

Hjärnan

Det knepigaste av allt är att hjärnan inte gör det man säger till den, hjärnan gör istället som den blir behandlad. Och för att den ska göra något ansträngande så är det nödvändigt att lusten finns till för att göra det.

Skulle vi komma ihåg allt som vi sett och hört under veckan, så skulle inte hjärnan klara av det, den skulle krascha under informationsmängden. För att inte krascha, så finns det en *stabilitet* eller *tröghet* i systemet som gör att hjärnan har ett visst motstånd mot inläring.

Att lära sig innebär att hjärnan lyfter sig själv över denna tröskel av tröghet, vilket medför en ansträngning. Hjärnforskningen visar att ansträngningen måste i sin tur belönas. Elever måste få uppleva att de har något att leverera och att det betyder något för läraren om de har lyckats. Det finns två viktiga belöningsformer: det *yttre* och det *inre* belöningsystemet.

Mindre barn är i större behov av yttre belöning, till exempel i form av återkopplingsfraser som "du är duktig" eller "du klarar det nästa gång" för att komma igång med inlärningsprocessen. Men likväl minns vi alla, att när vi äntligen lärde oss något som var komplicerat under vår egen studietid, så var det sällan den yttre belöningen som var katalysatorn i processen.

När det inre belöningsystemet tar över så brukar riktig spektakulära saker inträffa med individen, för det mesta i form aha-upplevelser och "the sky is the limit" känslor. Vi upplever glädje över att hjärnan har lyckats lyfta sig över tröskeln och därmed vill vi uppleva samma sorts eufori om och om igen. Ju bättre processen fungerar, desto mindre blir vi beroende av den yttre belöningen.

Att som lärare ge yttre belöning är tämligen enkelt och handlar oftast om välvilja, men målet med undervisningen bör vara att den yttre belöningen ska ersättas av det inre belöningsystemet.

Alla undersökningar om matematikundervisning visar tydligt att läraren är den enskilt viktigaste faktorn för inläringen.

Hjärnforskningen uttrycker detta på ett mera konkret sätt genom att poängtera att det inte är den *pedagogiska situationen*, utan det är den *pedagogiska relationen* i undervisningen som är viktigast.

Med tanke på detta så är det något överraskande att debatten om matematikundervisning så ofta fokuseras kring begrepp som laborationer, elevgruppers storlek och nivågruppering samt den avsatta tiden för ämnet. Det vill säga den pedagogiska situationen i undervisningen.

Härnäst ska jag försöka beskriva en sorts aktivitet under lektionstid som bäst definieras som problemlösning och är tänkt att utveckla relationen i undervisningen. Jag kommer att belysa processen genom fyra aspekter: *relationer*, *undervisning*, *problemlösning* och *förståelse*.

Relationer

Två saker bör preciseras när det gäller relationer.

För det första så är det viktigt att veta det inte finns en enda sorts pedagogisk relation som passar alla individer. På samma sätt som i alla sorters relationer, så måste man hitta sin egen relation till inläringen i allmänhet och matematikämnet i synnerhet. Relationen behöver inte alltid inkludera läraren, det finns gott om elever som på egen hand lär sig saker från böcker eller från Internet och detta är faktiskt i sin ordning, dessa elever har en väl fungerande relation till inläringen som vi inte får rubba.

För det andra så är mänskliga relationer sällan helt jämlika. Enkelt uttryckt är det långt mycket viktigare för elever vad läraren tycker om dem än vad de själva tycker om läraren. Erfarenheten visar dessutom att negativ återkoppling från läraren är sämre för eleven än ingen återkoppling alls.

I utvecklingssamtal långt senare brukar elever påpeka att det var befriande att på första lektionen få höra att man inte blir dömd enbart efter sina prestationer. Och att vi så ofta glömmar att läraren är viktigaste faktorn inte endast när det gäller inläring, utan även vid blockeringar. Men hur ska en blockerad, stressad hjärna kunna uppleva den nödvändiga lusten för att lyfta sig över tröskeln och lära sig något?

Slutligen så är det viktigt att vara konsekvent och ha tillit till relationen. Att vara ledare för en grupp (som läraren är för klassen) är inte en egenskap som syns med blotta ögat, utan det är snarare en roll eller en samling av egenskaper. Om vi betraktar det som en roll, så får man naturligtvis utveckla den i den riktningen som passar bäst för individen. Men vi får inte glömma att det är något som måste fyllas med mening och leva upp till vid varje tillfälle.

Undervisning

Hur ska vi i så fall anpassa undervisningen till hjärnans inbyggda tröghet och dessutom låta det inre belöningsystemet ta över processen? Det finns nog inget enkelt svar på den frågan.

När vi väljer att betrakta matematiken genom problemlösning, så är det viktigast att förmedla grunden till all problemlösning: att enkla problem kan ha enkla lösningar, medan svåra problem aldrig har enkla lösningar. Alltså finns det ingen kungsväg till matematiken. Denna insikt brukar ha effekten att elever slutar tro att "om bara jag skulle ha varit smartare, så skulle jag ha löst uppgiften direkt". Efter ett tag så börjar de istället inse att arbete kan löna sig även i matematiken. En relation är på väg att etableras.

Enligt Martin Ingvar, professor i neurofysiologi vid Karolinska institutet, så gäller det att skapa spänning och intresse i inläringen, varje pedagogisk situation ska vara en del av ett drama. Allra viktigast är det sociala kontraktet mellan lärare och elev. Signalen från läraren att "det betyder något för mig att du lyckas med det här" är en mycket stark kraft i processen.

Ett sätt att genomföra detta är att undvika så långt det är möjligt läroböckerna vid problemlösning i klassrummen. Om eleverna jobbar från böcker, så blir det väldigt svårt att få igång den nödvändiga diskussionen kring ämnet. En diskussion som också är ämnad till att skapa någon sorts relation i slutändan. Böcker är däremot utmärkta komplement till undervisningen.

Problemlösning

Det centrala är dock problemlösningen. Att de löser riktigt genomtänkta uppgifter. Detta är det viktigaste momentet i undervisningen och är också tänkt att sätta igång det inre belöningsystemet. Jag ska försöka förklara detta kortfattat.

Det är vanligt att elever under lektionstid sitter tysta och räknar från boken. Dessa elever har endast två sätt att avgöra om de har lyckats. Antingen kollar de i facit och upptäcker att resultatet stämmer eller så frågar de läraren om vad de har gjort för fel. Därmed är kommunikationen med läraren begränsad och eleverna har ytterst få chanser att uppleva att "det betyder något för läraren att de har lyckats". Detta framförallt på grund av att när de kommunicerar med läraren så visar de prov på att de inte klarar sig utan läraren. Belöningen i processen är reducerad till att upptäcka att svaret de har fått stämmer med facit. Och sen kommer nästa uppgift från boken. Med nästa facitkoll. Det finns ingen tid för reflektion och relationen till inläringen sköts av läroboken.

Därför är det viktigt att låta hela klassen behandla uppgifter som inte finns i boken och därmed inte har något facit. De får naturligtvis lösa uppgifterna självständigt eller i grupp. Erfarenheten visar att detta fungerar bäst om man ger dem fyra-fem egna uppgifter av olika svårighetsgrader som de ska lösa på 20-25 minuter. Är uppgifterna dessutom genomtänkta, så burkar det hända flera saker samtidigt i klassrummet:

- När de börjar lösa uppgifterna så befinner sig hela gruppen på samma nivå, till skillnad från att arbeta från böckerna där de ofta ligger på olika sidor. I motsatts till nivågruppering så kan även de svaga eleverna omges med de goda exemplen. Gemenskapen stärks och ingen känner sig utanför gruppen. Dessutom så vet alla i klassen vilka uppgifter de andra jobbar med.
- Bristen på facit är avsedd att uppmuntra till kritiskt tänkande och inbjuder till samarbete och diskussion mellan eleverna.

Vid det här laget brukar de flesta elever sätta sig frivilligt i grupper och diskutera uppgifterna. Tanken är att de ska trygga det egna resonemanget. De duktigare eleverna förklarar ofta för de svagare. De sistnämnda får chansen att få ytterligare en förklaring, medan de förstnämnda blir säkrare på sina kunskaper. "Att diskutera matematik får många konsekvenser" som en elev uttryckte det.

- Tidsbegränsningen på 20-25 minuter har två syften. Man vill inte att någon ska hamna för långt efter och samtidigt ska de öva sig på provsituationer. På så sätt upptäcker de hur lång tid det behövs för att lösa uppgifter och vid provtillfällen så kan de planera den avsatta tiden på ett bättre sätt. Nivågrupperingen av uppgifterna gör att alla elever i klassen kan uppleva att de kan lösa någon uppgift på egen hand. Att de kan lyckas med något.

Men vad gör läraren under tiden när eleverna löser uppgifter? Det som är överraskande är att eleverna uppskattar det mest om läraren håller sig på sin kant och låter dem jobba ifred. Detta måste bero på att de vill kunna diskutera och våga misslyckas utan att riskera att bli bedömda. Det bästa för läraren är naturligtvis att inte helt avskärma sig från klassen under dessa 20-25 minuterna, utan försöka lyssna på diskussionerna i de olika grupperna, för att vid senare tillfälle kunna lyfta fram och uppmuntra de goda exemplen. Det svåraste för läraren är att inte lägga sig i och gå runt för att hjälpa eleverna. Men läraren får verkligen inte hjälpa till. Vi måste få dem att uppleva att de klarar något på egen hand. Dessutom vet de att alla uppgifter kommer att lösas vid slutet av lektionen.

Lektionen avslutas med gemensam diskussion när läraren löser uppgifterna vid tavlan. Här är det viktigt att de som vill bidra till problemlösningen, ska också få chansen att göra det. Men det är ännu viktigare att läraren verkligen går genom lösningens varje steg så att de gång på gång får höra det matematiska

resonemanget. Böcker kan tyvärr aldrig uppfylla den funktionen. Och lika viktigt är att läraren svarar på alla frågor som dyker upp. Att de får ställa i stort sett vilka frågor de vill. Eleverna brukar skriva av lösningarna och med hjälp av dessa kan de sedan på ett bättre sätt behandla uppgifterna hemma från boken eller under nästa lektion.

Att man diskuterar uppgifterna tillsammans visar att det betyder något för läraren att de lyckas. Att de ser och hör hur man löser uppgifterna innebär att de själva kan avgöra om de har lyckats lösa uppgifterna. Om de är på rätt väg. Om de verkligen lyckas lösa uppgifterna så börjar de få tilltro till sitt eget lärande och samtidigt uppleva glädjen av att lyckas och kunna leverera något. De upplever nämligen att de har löst uppgifterna utan lärarens hjälp. Belöningen är inte längre lärarens beröm, utan att uppleva att man klarar av något som uppfattas som meningsfullt. Det inre belöningsystemet fungerar kanske inte till fullo än, men den är kontaktad och på väg att etablera sig.

Förståelse

Slutligen några ord om förståelse.

Vad är förståelse? Har eleverna verkligen förstått det vi vill att de ska förstå? Vore det inte bättre att prata om "viktiga saker att kunna i matematiken" istället?

Till exempel är det t.ex. viktigt för grundskoleelever som ska börja på gymnasiet vet att: " $\sqrt{25} = 5$, är ett positivt tal, medan ekvationen $x^2 = 25$ har två lösningar $x = +/- 5$ "

Om de verkligen har förstått det? Hur kan vi avgöra det? Genom att ställa frågan och hoppas att de svarar rätt brukar vara svaret. Kan det vara så att det finns elever som kanske skulle till och med kunna upprepa meningen utan att ha förstått det, men skulle aldrig medge att de inte gör det? Och hur många får MVG i kursen matematik A utan att ha förstått det?

"Förståelsen kommer först när man har lärt sig tillräckligt mycket utantill för att behöva se hur allting hänger ihop" är en tänkvärd mening i debatten.

Erfarenheter

"Löser alla elever uppgifter under denna tid?" är en fråga som jag ofta får.

Svaret var lika överraskande för mig för några år sen:

Kanske inte under första veckan och kanske inte de allra svagaste eleverna, som har så ofta hört att de inte kan matematik. Men efter ett par veckor av gemensamma genomgångar (när de skriver av lösningarna från tavlan) så brukar även dessa elever upptäcka att de kan lösa uppgifter. Jag blir alltid lika förvånad och glad när de också sätter igång. Det inre belöningsystemet är kontaktat.

Det är naturligtvis alltid svårt att byta arbetssätt, men min erfarenhet är att när de väl börjar arbeta på det här sättet, så vill de inte längre använda böckerna i undervisningen. Provresultaten brukar också förbättras markant, vilket är kanske inte så märkvärdigt med tanke på att innan varje provtillfälle (som äger rum ungefär vart femte vecka) så hinner vi att diskutera och lösa runt 120 uppgifter i klassrummet. De mest glädjande exemplen är när elever som kommer utan betyg från grundskolan klarar gymnasiet C kurs eller när elever utan särskild fallenhet för ämnet klarar universitetskursen (tenterade på Stockholms universitet) under gymnasietiden.

Avslutningsvis vill jag poängtera att arbetssättet som jag beskriver är något som fungerar för mig och i min undervisning. Det är inte en metod som har anspråk på att vara lösningen på de höga och skilda kraven som undervisningen ställer på oss.