

## Pumpstationen och andra äventyr

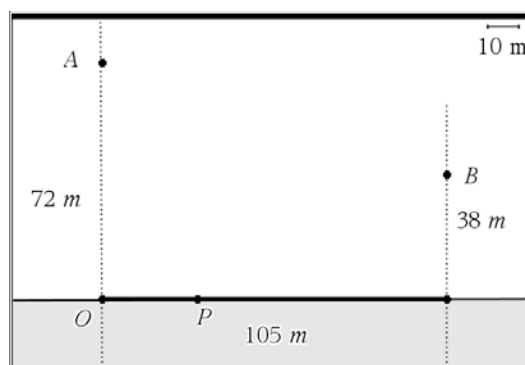
Lars Jakobsson, universitetslektor emeritus vid Malmö högskola.

Under föreläsningen kommer jag att ge exempel på aktiviteter i matematik där eleverna själva individuellt eller i grupp kan göra matematiska undersökningar med hjälp av modern teknik. Ofta utgår eleverna från en förberedd aktivitetsfil, men i andra sammanhang bygger de själva upp aktiviteten.

Uppgifterna är av större karaktär och kan i de flesta fall utvidgas och fördjupas så att alla elever kan få en utmaning.

### Aktivitet 1: Pumpstationen

En flod har en mycket rak fåra genom ett slättlandskap i landet Annorlunda. Två husägare som båda bor ett stycke från floden vill anlägga en gemensam pumpanläggning och dra vattenledningar upp till sina respektive tomtgränser, A och B. Din uppgift är att undersöka kostnader för projektet och som ett led i det gäller det att ta reda på hur lång ledningsdragning som behövs beroende på placeringen av pumpstationen P.



Punkten A befinner sig 72 meter från floden och punkten B 38 meter från den. Längs floden är avståndet mellan A och B 105 meter. På denna sträcka finns punkten P. Beroende på läget av P kommer avståndet APB att vara olika långt. Undersök hur det varierar beroende på läget av P!

Öppna filen [A B via flod.tns](#) där det finns en konstruktion att utgå ifrån. Se bilden ovan!

- Mät de båda avstånden AP och BP och beräkna deras summa.
- Studera först bara hur denna summa varierar när punkten P flyttas, dvs. så att avståndet OP ändras. Vilket är det kortaste totala avståndet

#### Fördjupning:

- Lagra avståndet OP och summa-avståndet i två variabler. Utför sedan en automatisk datainsamling med verktyget Data Capture till en List & Spreadsheet-applikation.
- Rita ett punktdiagram, som visar hur avståndet varierar.

#### Extra fördjupning:

- Använd Pythagoras sats för att teckna summan av de båda avstånden. Rita denna funktion också i samma koordinatsystem och jämför.

#### Ytterligare extra fördjupning för de som har kunskap om derivata:

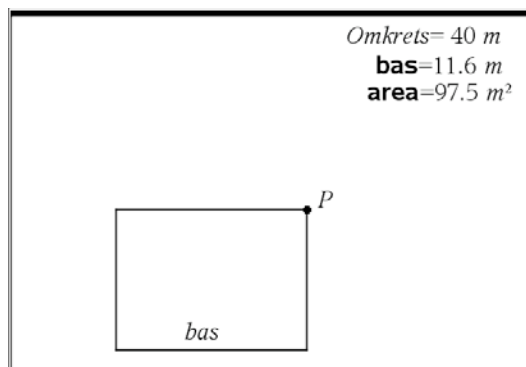
- Undersök genom derivation vilket avstånd som är det kortaste. Här är det en fördel att ha tillgång till CAS-verktyget av TI-Nspire.

## Aktivitet 2: Att göra en rektangulär inhägnad.

Tänk dig att du har tillgång till 40 meter staket och vill bygga en rektangelformad inhägnad av detta. Hur beror arean av det inhägnade området på rektangelns form. Vilken är den största arean?

I filen [inhägnaden.tns](#) finns en konstruktion som hjälper dig med undersökningen. Här finns också instruktioner för hur du ska gå tillväga.

Formulera slutsatser av din undersökning!



## Aktivitet 3: Jobberbjudande – två exempel på tillväxt

Tänk dig att du blir erbjuden ett jobb med lönen 10 kronor första dagen och blir erbjuden 5 kronor mera varje dag du arbetar. Din lön kommer då att förändras linjärt.

Alternativt blir du erbjuden 10 kronor första dagen och 5 % mera varje dag som du fortsätter att arbeta. Din lön kommer då att förändras exponentiellt.

Vad innebär dessa båda erbjudanden för dig dag 2, dag 3 och dag 4?

I det första fallet med den linjära tillväxten så du blir erbjuden lika mycket mera hela tiden. Så andra dagen får du 15 kr, tredje 20 kr och fjärde 25 kr.

I det andra fallet med den exponentiella tillväxten får du en blygsammare ökning av din lön till att börja med. Andra dagen får du  $1,05 \cdot 10$  kr = 10,50 kr. Den tredje blir det  $1,05^2 \cdot 10$  kr = 11,03 kr och den fjärde  $1,05^3 \cdot 10$  kr = 11,58 kr.

Det tycks som om den linjära tillväxten skulle vara ett bättre avtal. Vilket ska du egentligen välja?

Öppna filen [tillväxt.tns](#) där du får möjlighet att studera de båda ökningarna med fem kronor respektive 5 %, i ett något längre tidsperspektiv.

I kolumn A finns inlagt ett antal dagar, i B summan vid linjär tillväxt som en formel i cell B2 och i kolumn C finns motsvarande för exponentiell tillväxt i kolumn C2. Kopiera de båda formlerna nedåt för att studera hur de dagliga summorna förändras vid de båda tillväxterna. Åskådliggör sedan de båda summorna grafiskt.

	A dag	B lin_erbj	C exp_erbj
1	1	10	10
2	2	15	10.50
3	3		
4	4		
5	5		
6	6		
	B2	=5+b1	

Vilket erbjudande bör du acceptera? Går det att svara entydigt på frågan?

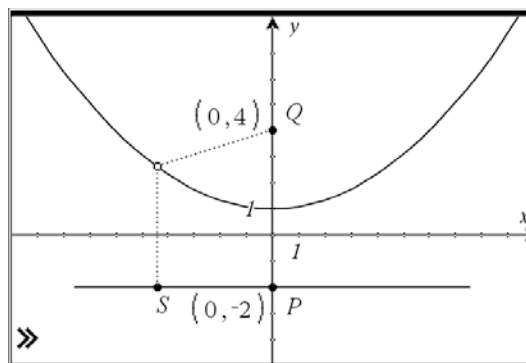
För att reflektera över dessa frågor, studera vad erbjudandena innebär efter 50 dagar, 75 dagar och 100 dagar.

Hur stor är den totalt utbetalda summan efter 50, 75 och 100 dagar?

#### Aktivitet 4: Upptäck parabeln

En parabel definieras som mängden av de punkter (orten för de punkter), vars avstånd till en given punkt, *fokus*, är lika stort som deras avstånd till en viss linje, *styrlinjen*.

I denna aktivitet ska du studera ett specialfall med en styrlinje som är horisontell och ett fokus som ligger på y-axeln.



Öppna aktivitetsfilen [Upptäck parabeln](#) och följ de instruktioner du får i denna.

När du fullbordat aktiviteten ska du spara din fil förslagsvis med de inställningar som bilden ovan visar. Använd gärna filnamnet *parabel*. Du kommer att behöva denna fil i en senare aktivitet.

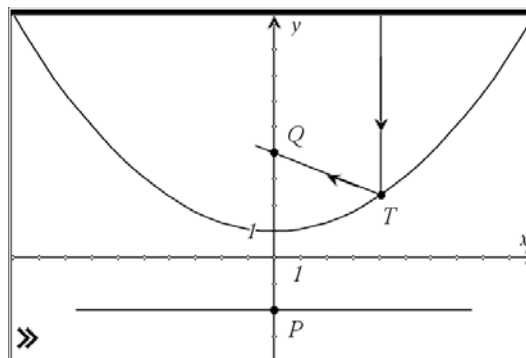
Vilket funktionssamband fick du fram för det i bilden visade fallet? Vad inträffar då du ändrar läget av punkterna P och Q?

#### Aktivitet 5: Hur fungerar parabolantennen?

Det är inte nödvändigt men en fördel om du gjort aktiviteten ”Upptäck parabeln” innan du gör denna aktivitet.

I denna övning ska du studera en parabels optiska egenskaper.

Tänk dig elektromagnetiska vågor, t.ex. signaler från en satellit, som infaller parallellt med y-axeln mot parabolen, som här illustreras med ett tvådimensionellt tvärsnitt, alltså en parabel.



Denna parabel fungerar som en reflektor, dvs en spegel för de elektromagnetiska vågorna. Hur kommer vågorna att reflekteras?

Öppna filen [parabolantenn.tns](#) och följ de anvisningar som ges i filen.

Vilka slutsatser drar du av övningen? Var sitter mikrovågshuvudet, som tar emot signalerna?

Att fundera över:

Bilden intill är tagen i södra Indien. Varför är antennerna riktade nästan rakt upp? I Sverige är de ju så gott som horisontellt riktade.

