615a
Högskoleförberedande gymnasiekurs

Thomas Weibull är universitetslektor i matematik vid den för Göteborgs universitet och Chalmers tekniska högskola gemensamma institutionen och arbetar med lärarutbildning på alla nivåer. Medverkat vid Biennalerna sedan 1990.

Under de två senaste läsåren har jag tillsammans med lärare på Lerums gymnasium genomfört en kurs riktad till elever på tredje året i N- eller T-program avsedd att bättre förbereda dem för universitets- eller högskolestudier, det första året som ett projekt med stöd från Myndigheten för skolutveckling. Initiativtagare var Ewa Thylander och mina främsta medarbetare var Ulrica Dahlberg och Magnus Werley.

Eleverna har jobbat i smågrupper med uppgifter sammanställda av mig under ett antal teman, med stöd först av sina egna lärare och sedan även av mig. Varje tema avslutades med att jag sammanfattade och utvidgade materialet. Tanken var att eleverna skulle jobba på ett djupare sätt med redan kända begrepp.

Jag presenterar detta material i en föreläsning och hoppas vi kan diskutera några uppgifter och deras lösning. Vi kan också diskutera mera generellt hur en kurs av detta slag bäst läggs upp och vad eleverna bör ges att arbeta med.

Det material som vi har använt finns på
http://www.math.chalmers.se/~weibull/Gymnasiekurs/

Det är indelat i ett antal rubriker, som jag nu beskriver lite närmare.

Medelvärden
Alla är förstås bekanta med det vanliga – aritmetiska – medelvärdet, men här tar vi upp ytterligare fyra sorter och situationer där de förekommer. Villkoret för ett medelvärde $M(a, b)$ av talen $0 < a < b$ är att $a \leq M(a, b) \leq b$ (givetvis) och att det är *homogent*, dvs. att $M(ta, tb) = tM(a, b)$ för alla $t > 0$ (så att det inte förändras då man byter måttenhet). Eleverna får sedan undersöka storleksförhållandena mellan de olika medelvärdena för konkreta värden på a och b (som de själva väljer) och ska till sist visa att dessa storleksföhållanden alltid gäller, vilket ger träning i algebra. Vi ser också på geometrisk tolkning av medelvärdena i cirkel och parallelltrapets.

Avstånd
Vi tar upp avståndsformeln och cirkelns ekvation samt Apolloniska cirklar.

Andragradskurvor

Vi ger geometriska definitioner av parabel, ellips och hyperbel samt härleder deras ekvationer; mera algebraträning. Det är också bra om den som tänker läsa en matematikintensiv utbildning på högskolenivå är någorlunda bekant med kägelsnitten, även om man inte behöver ägna dem den tid man gjorde på min tid. Kägelsnittens reflektionsegenskaper är fascinerande, men jag vågade inte riktigt hoppas att eleverna skulle kunna hantera dem, så vi nöjde oss med några strålar i parabeln och att jag beskrev ellipsens reflektionsegenskap.

Tredjegradskurvor
Här handlar det dels om nollställen, alltså polynomdivision, och framför allt om en lustig egenskap hos tredjegradare, nämligen att om den har tre nollställen så går tangenten i punkten, där den oberoende variabeln är medelvärdet mellan två av nollställena, genom det tredje nollstället. Övning på derivata och räta linjen.

Delbarhetsregler
Hur ser man att ett heltal är delbart med 2, 5, 4, 8, 3, 6, 9, 11? Dessa regler var nog mer kända förr, jag lärde dem vid späd ålder av min mor, men de handlar ju om förståelse av positionssystemet och är därför inte bara kuriosa.

En derivata
Jag råkade se en uppgift som sades vara bara rutin, men jag såg faktiskt genast sex olika sätt att angripa den; det handlar om en rationell funktion och man kan angripa den både med polynomdivision och förkortning, där det senare är en känd svaghet numera.

n-hörningar
Konstruera regelbunden 6-, 3-, 4- och 5-hörning inskriven i en cirkel; det sista kan man göra via 10-hörningen vars centrumvinkel för varje del är $36°$ så den är uppbyggd av ”gyllene trianglar”.

Pythagoreiska tripplar
Pythagoras’ sats och dess omvändning samt den babyloniska formel med vars hjälp man kan generera alla (de är oändligt många) rätvinkliga trianglar med heltalssidor – och även bevisa Fermats stora sats för exponenten 4 (det sista klar överkurs, men f.ö. nyttig övning i algebra och lite talteori).

Trigonometriska polynom
Vi vill gärna att våra studenter ska vara bekanta med funktionsaspekten av trigonometri, inte bara ha kopplingen till trianglar. Denna övning tar sikte på detta, och som vanligt, på träning i algebra. Det handlsr om att $\cos n\alpha$ kan skrivas som ett polynom i ”variabeln” $\cos\alpha$ och att $\sin n\alpha$ kan skrivas som ett polynom i $\sin\alpha$ om n är udda och som $\cos\alpha$ gånger ett polynom i $\sin\alpha$ om n är jämnt; med uttrycket för $\sin 5\alpha$ kan man få en ekvation för $\sin 36°$ som ger en annan väg till konstruktionen av 10-hörningen.

Faktorisering
Handlar både om polynomfaktorisering och om Mersenne-tal; om jakten på primtalsrekord kan man läsa på http://www.mersenne.org .

Examination

Aktivt deltagande och inlämningsuppgifter som redovisades både skriftligt och muntligt.

Resurscentrum

Se http://www.chalmers.se/math/SV/samverkan/resurscentrum
och länkarna i dess vänsterspalt för vad Matematikinstitutionen i Göteborg kan erbjuda; för elever som tänker sig till en matematikintensiv högskoleutbildning rekommenderar vi Sommarmatten som man kan börja redan under våren, och på
http://www.mattesherpa.se
finns inspirationsmaterial för lärare med särskilt intresserade elever.