

601a

Matematikdidaktisk forskning i Norden

Barbro Grevholm är professor i matematikdidaktik vid universitetet i Agder, Norge och docent i matematik och lärande vid Luleå tekniska universitet.

Inledning

Under de senaste 15 åren har omfattningen av den matematikdidaktiska forskningen i Norden ökat starkt. De flesta forskare har som yttersta mål att påverka undervisning och lärande i matematik till det bättre. Men sker det verkligen, undrar många? Eller är det vattentäta skott mellan forskarna vid universiteten och lärarna i skolan? Lärares roll i den matematikdidaktiska forskningen har genomgått en tydlig förändring det senaste årtiondet. Med konkreta exempel från nordisk forskning belyser jag utvecklingen på olika sätt.

Olika former för samverkan mellan lärare och forskare

Gapet mellan matematiklärare och forskare har diskuterats i flera sammanhang och det finns de som menar att gapet vidgas istället för att överbryggas. Det förekommer många olika former för samverkan mellan lärare och forskare. Den brittiske forskaren Wagner har pekat på att det oftast inte är läraren som formulerar vad forskningen ska handla om, läraren styr inte forskningens agenda. Tidigare var det vanligt att forska på lärare, läraren var objektet i forskningen. Trenden har varit att läraren alltmer dras in i en lärande gemenskap med forskaren. När forskaren ser på läraren som ett forskningsobjekt händer det lätt att det som observeras är brister, lärarens brist på kunskap i ämnet, om eleverna eller om undervisningen pekas ut. I sådana studier kan inte läraren göra sin röst hörd. Andra forskare har därför valt att försöka ge utrymme för lärarens röst och hans situation och villkor. En annan variant är att läraren själv blir forskare på sin egen praxis. Ofta förekommande exempel på det är att lärarutbildare forskar på sina egna studenter.

Två typer av forskning som ser ut att bli allt mer vanlig är så kallad designforskning eller utvecklingsforskning. I båda dessa förekommer ett nära samarbete mellan lärare och forskare och båda ses som lika viktiga och tillför var sin kunskap till forskningen. Den här beskrivna utvecklingen ska jag belysa med konkreta exempel från matematikdidaktisk forskning i Norden.

Studier av matematiklärare i arbete

Bodil Kleve (2007) har gjort en studie i Norge där hon undersökte hur lärare i grundskolan införde den nya kursplanen, kallad L97. Hon använde fokusgruppintervjuer, lärares självuppskattning och klassrumsobservationer. Hon säger sig ha en etnografisk metod och valde att baserat på fokusgruppintervjuerna mer i detalj följa fyra lärares arbete. Studien visar att lärarna väljer att reagera på den nya kursplanen på mycket olika och individuella sätt. Deras tolkingar av den nya planen skiljer sig starkt åt. Detta blev synligt bland annat genom att Kleve lät dem uppskatta sin egen undervisning, den ideala undervisningen och undervisning enligt planen L97. Denna studie har läraren som objekt för forskningen. Samarbetet betecknas av att läraren ställer sig till förfogande för forskarens datainsamling och tolkning.

I en annan studie har forskaren valt att medvetet försöka låta lärarens röst bli hörd. Per Sigurd Hundeland (2009) undersökte vad lärare lägger vikt vid då de planerar och genomför sin undervisning. Han följde tre gymnasielärare i matematik, observerade dem i deras klasser, och intervjuade dem ingående vid tre olika tillfällen om deras undervisning i matematik. Han strävade efter att inte lägga värderande aspekter på deras arbete utan söka efter stabila och varaktiga fenomen i det de sa och gjorde. Lärarna kommer till tals i studien, även om forskaren gör tolkningar av det insamlade datamaterialet. När lärarna argumenterar för sina beslut i undervisningen hänvisar de i regel till sin egen lärarerfarenhet och sällan till sin utbildning till lärare. De är starkt begränsade i sina beslut av ramfaktorer som kursplanen, tiden till förfogande, elevernas förkunskaper, examenskraven, lokaler och skolans organisation av schema och andra styrvillkor. Han påvisar att det förekommer en 'oppgavediskurs' också på gymnasiet i Norge, på samma sätt som Stieg Mellin Olsen (1991) visade det för grundskolan. Matematiken uppfattas som en räcka av uppgifter som eleverna ska komma igenom. Lärarnas professionella språk visar sig vara högst speciellt och fyllt av metaforer och bilder. I studien lyssnar forskaren till lärarna och försöker förstå vad som är stabilt och återkommande i deras argument för undervisningen.

Studier av lärobokens roll i matematikundervisningen

En studie av hur grundskollärare arbetar i Sverige har redovisats av Monica Johansson (2006). Hon fokuserade på hur lärare använder läroboken i klassrummet. Data kom från videospelad undervisning av tre lärare (KULT-projektet). Resultaten visar att eleverna arbetar endast med uppgifter ur boken när de arbetar individuellt på lektionerna, vilket är mer än hälften av lektionstiden. Under den del där läraren presenterar något för klassen kommer exemplen oftast från läroboken. Matematiken som ämne framstår genom lärarna på samma sätt som den framstår i boken. Genom exempel visar hon hur läraren kan råka i svårigheter genom att lita alltför mycket på bokens framställning. Studien bekräftar att svenska lärare kan vara i hög grad avhängiga av en lärobok och i liten grad kommer med egna uppgifter eller problem. Anna Brändström (2005) undersökte vilka möjligheter läroboken erbjuder till en lärare som vill individualisera eller differentiera undervisningen. Hon har utvecklat ett analysinstrument för att bedöma en uppgift i läroboken, som skulle kunna vara ett instrument för lärare. Hon bedömde vilken roll bilden spelade i uppgiften, vilka operationer som förväntades av eleven, vilken kognitiv nivå uppgiften var på, samt vilka kognitiva krav som ställdes på eleven. Av hennes analys framkommer att uppgifterna i böckerna i alltför liten grad skiljer sig från varandra för att läraren ska kunna differentiera med deras hjälp. Bilden används i mycket liten grad, och speciellt gäller det uppgifter på en låg kravnivå. Studien visar att författarna borde kunna utnyttja ett betydligt större spektrum av variation i de aspekter som studerats. I analysinstrumentet erbjuds lärare en direkt hjälp för att bedöma läroböcker.

Designforskning och utvecklingsforskning

Lisser Rye Ejersbo (2007) har tillsammans med lärare genomfört en studie som hon kallar designstudie. Användning av öppna, praktiska problem och hur de kan påverka lärares förståelse och undervisning är fokus i studien. Hon utvecklade (designade) en kompetensutvecklingskurs för lärare där teori och praktik fick samspela. När lärarna prövade ut de öppna uppgifterna observerade hon dem och förde ett samtal med dem efteråt om undervisningen. Genom att återföra det som kom fram till kursen och utveckla designen ett steg ytterligare varje gång växte så nya varianter av kursen fram med lärarnas hjälp. Vikt lades vid hur lärarna lyssnade till eleverna och hur de svarade på elevernas förslag. Teoretiska begrepp från forskningen drogs in i utvecklingen och hur lärarna kunde dra nytta av dem var föremål för diskussion och samtal. Genom att lärarna kunde lyssna till varandras utveckling och se hur svårt det är att lyssna till eleverna kunde de gå mot ett mer reflekterat sätt att

undervisa. I denna studie var samspelet mellan forskaren och lärarna tätt och lärarna kunde göra sig hörda och påverka utvecklingen av kurserna.

Vid universitetet i Agder bedrivs utvecklingsforskning av en grupp matematikdidaktiker. Gruppen av forskare samarbetar tätt med grupper av lärare vid ett antal skolor och utvecklar undervisningen i matematik. Gemensamma workshops är väsentliga inslag i arbetet och har bland annat till syfte att det ska växa fram 'learning communities'. Begreppet 'inquiry', att utforska, undersöka, vara nyfiken är centralt och en ledstjärna både för forskare, lärare och elever. I utvecklingsforskning bringas ideer från teorin in i praktiken genom utveckling av undervisningsförlopp. Dessa prövas ut av lärarna och de erfarenheter som då byggs upp återförs till de teoretiska diskussionerna och påverkas av dem. Lärarna bidrar med sin kunskap från klassrummet och forskarna med sin från forskning och båda gruppernas kunskap ses som viktig och omistlig i arbetet. I tre studier har ett sådant tätt samarbete utvecklats och försökt överbrygga klyftan mellan lärare och forskare (Jaworski, Fuglestad, Bjuland, Breiteig, Goodchild, & Grevholm, 2007).

Uffe Jankvist (2009) har samarbetat med gymnasielärare i Danmark och tillsammans med dem utvecklat undervisningsförlopp där bruk av historia i matematiken prövats. Det handlar inte bara om att belysa matematikens historiska utveckling utan att verkligen dra in historia som ämne och använda det aktivt i själva matematikundervisningen. Även denna studie kan ses som designforskning och lärarnas och även elevernas roll i studien blir avgörande och påverkar resultaten.

Studier om matematisk begreppsbyggnad

För lärare som frågar efter vägledning från forskning när de undervisar om specifika matematiska begrepp har det kommit ett antal intressanta studier. Per Nilsson (2006) har skrivit om hur elever i årskurs 7 behandlar sannolikhetsbegreppet i en experimentell situation som grundar sig på problem där man använder spel med summor av tärningkast. I studien används situationer som lärare kan efterlikna i undervisningen för att få en djupare insikt i hur de egna eleverna resonerar i olika sammanhang. Forskningen och dess resultat skulle kunna ge uppslag till aktiviteter i klassrummet i anslutning till undervisning om sannolikhet.

Andra matematiska begrepp som studerats är derivata, bland annat av Markus Hähkiöniemi (2007), Antti Viholainen (2008) och Niklas Bremner (2003). Derivata ses ofta som det första mer avancerade matematiska begrepp eleverna möter i gymnasiet och här kan forskningen erbjuda insikter om hur elevers lärande utvecklas som lärare kan dra nytta av i sin egen undervisning.

Andra studier som berör studenters eller elevers begreppsbyggnad i matematik är: Kristina Juters (2006) med avhandlingen *Limits of functions. University students' concept development*, Örjan Hansson (2006) som skriver om *Studying the views of preservice teachers on the concept of function*, och Kerstin Pettersson (2008) med studien *Algoritmiska, intuitiva och formella aspekter av matematiken i dynamiskt samspel; en studie av hur studenter nyttjar sina begreppsuppfattningar inom matematisk analys*. Dessa tre studier rör sig om lärande på universitetsnivå.

Studier om bruk av teknologiska hjälpmedel i matematiken

De senaste årtiondena har utvecklingen av tekniska hjälpmedel skett i en rasande takt och nya generationer av datorer och programvara har avlöst varandra liksom nya generationer av elektroniska räknare med allt mer avancerade möjligheter. De mest avancerade räknarna liknar alltmer datorer. Mobiltelefoner och Ipods och annan teknik har börjat tränga in i undervisningen och nya situationer erbjuder sig för elevers lärande. Här ska bara kort nämnas några av de studier som ägnar sig åt detta område.

Lil Engström (2006) har genomfört studien *Möjligheter till lärande i matematik*, Mette Andresen (2006) *Taking advantage of computer use for increased flexibility of mathematical conceptions*, Ingvald Erfjord (2009) *Teachers' implementation and orchestration of Cabri use in mathematics teaching*, och Mary Billington (2009) kallar sin studie *Processes of instrumental genesis for teachers of mathematics. A case study of teacher practice with digital tools in an upper secondary school in Norway*. I alla dessa studier har forskaren arbetat i nära samarbete med lärare och med hjälp av olika teorier om lärande försökt tolka och förstå vad som händer då lärare för in ny teknik i klassrummet. Per Eskil Perssons studie om algebra i gymnasiet är exempel på hur läraren blir forskare. Här finns exempel och situationer som lärare kan känna igen sig i och möjligheter att lära av andras erfarenheter.

I lärarens arbetstid finns inte utrymme för att läsa artiklar eller böcker om forskning. Därför måste det ses som angeläget att kompetensutveckling erbjuds till verksamma lärare och att ett inslag där är att aktivt ta del av nya forskningsresultat.

Litteratur

- Andresen, M. (2006). *Taking advantage of computer use for increased flexibility of mathematical conceptions*. Doctoral thesis. København: DPU.
- Billington, M. (2009). *Processes of instrumental genesis for teachers of mathematics. A case study of teacher practice with digital tools in an upper secondary school in Norway*. Doctoral thesis. University of Agder..
- Bremner, N. (2003). *Matteboken som redskap och aktör: En studie av hur derivata introduceras i svenska läroböcker 1967-2002*. Stockholm: Lärarhögskolan i Stockholm.
- Brändström, A. (2005). *Differentiated tasks in mathematics textbooks. An analysis of the levels of difficulty*. Licentiate thesis. Luleå: Luleå University of Technology.
- Engström, L. (2006). *Möjligheter till lärande i matematik. Studies in Educational Sciences 81*. Stockholm: HLS förlag.
- Erfjord, I. (2009). *Teachers' implementation and orchestration of Cabri use in mathematics teaching*. Doctoral thesis. University of Agder.
- Jankvist, U. T. (2009). *Using history as a 'goal' in mathematics education*. IMFUFA tekst nr 464. PhD Dissertation. Roskilde University.

- Jaworski, B., Fuglestad, A. B., Bjuland, R., Breiteig, T., Goodchild, S., & Grevholm, B. (Eds.) (2007). *Læringsfelleskap i matematikk. Learning communities in mathematics*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks. A classroom and curricular perspective*. Doctoral thesis. Luleå: Luleå University of Technology.
- Juter, K. (2006). *Limits of functions. University students' concept development*. Doctoral thesis. Luleå University of Technology.
- Kleve, B. (2007). *Mathematics teachers' interpretation of a curriculum reform, L97, in Norway*. Doctoral thesis. Agder University College.
- Hansson, Ö. (2006). *Studying the views of preservice teachers on the concept of function*. Doctoral thesis. Luleå University of Technology.
- Hundeland, P. S. (2009). *Matematikklærereens kompetanse. En studie om hva lærerne på videregående trinn vektlegger i sin matematikkundervisning*. Doctoral thesis, University of Agder.
- Hähkiöniemi, M. (2006). *The role of representations in learning the derivative*. Doctoral thesis. University of Jyväskylä.
- Mellin-Olsen, S. (1991). *Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning*. Bergen: Bergen Lærerhøgskole.
- Nilsson, Per (2006). *Exploring probabilistic reasoning - A study of how students contextualise compound chance encounters in explorative settings*. Acta Wexionensia No 103/2006. Växjö University.
- Pettersson, Kerstin (2008). *Algoritmiska, intuitiva och formella aspekter av matematiken i dynamiskt samspel : en studie av hur studenter nyttjar sina begreppsuppfattningar inom matematisk analys*. Göteborg: Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs universitet.
- Rye-Ejersbo, L. (2007). *Design and redesign of an in-service course: the interplay of theory and practice in learning to teach mathematics with open problems*. Doctoral thesis. Copenhagen: Denmark Pedagogical University.
- Viholainen, A. (2008). *Prospective mathematics teachers' informal and formal reasoning about the concepts of derivative and differentiability*. Doctoral thesis. University of Jyväskylä.