412a

Förstår dina elever trigonometri?

Gunilla Tovö arbetar på MBC-gymnasiet för ungdomar med psykosociala problem. Hon har arbetat som matematiklärare på grundskolan, gymnasieskolan och med lärarutbildningen på Stockholms Universitet.
Susanne Ekström är studierektor på institutionen för matematikämnets och naturvetenskapliga ämnenas didaktik (MND) och har tidigare arbetat som matematiklärare på både grundskolan och gymnasieskolan.

Inom området algebra finns omfattande forskning och utbudet av forskningsrapporter är relativt stort. Mycket av denna forskning handlar om funktioner och elevers förståelse för funktioner. Vi har under våra studier i matematikdidaktik tagit del av en del av denna forskning och då blivit varse hur viktiga funktionens olika representationsformer är för att eleverna ska få en god begreppsuppfattning om funktioner. Funktionen kan representeras av ett matematiskt uttryck, en tabell, en graf och en situation/en händelse. För att få en god begreppsuppfattning om funktionen måste en förståelse för de olika representationsformerna finnas och den lärande bör kunna röra sig fritt mellan de olika formerna.

Forskning om hur förståelse för den trigonometriska funktionen utvecklas var betydligt svårare att finna. Detta är förvånande då det är känt att många elever i gymnasieskolan upplever trigonometrin som besvärlig. Eftersom området intresserade oss både blev det naturligt att fokusera på trigonometrin i vår studie.

Den trigonometriska funktionens representationsformer är förhållanden mellan sidor i den rätvinkliga triangeln, en punkts koordinater på randen av enhetscirkeln samt funktionens graf. För att eleverna ska få en så god begreppsuppfattning som möjligt i trigonometri bör de presenteras för trigonometrins olika representationsformer och de bör få en möjlighet att se och lära hur dessa representationsformer hänger ihop och är kopplade till varandra enligt Brown (2005) och Kendal och Stacey (1992).

Janvier (1987) undersökte olika övergångar mellan representationer. Han använde en matris för att organisera de olika övergångarna mellan situation, tabell, graf och formel.
Brown (2005) har i sin avhandling anpassat Janviers matris så att den kan illustrera olika typer av övergångar relaterat till koordinattrigonometri. Sinus för en vinkel kan beskrivas på många sätt, symboler, ett decimalt värde, ett förhållande mellan längder, höjden för en punkt på enhetscirkeln och höjden för en punkt på sinuskurvan. I trigonometriundervisningen ställs eleverna inför frågeställningar som involverar översättningar mellan olika representationer.

Till Från	Vinkel	Värde	Enhetscirkel	Sinuskurva	Rätvinklig triangel
Vinkel		Tabellvärde eller använda räknare	Sätt ut vinkeln, läs av y-värde	Utgå från vinkeln på x-axeln, läs av på kurvan	Rita r.triangel med linjal. Mät triangel m. gradskiva förhållnad
Värde	Tabellvärde använd räknare, flera lösningar		Välj axlar, läs av värde, markera punkten/erna	Hitta höjden på y-axeln, läs av vinkeln, flera lösningar	Rita r.triangel med linjal. Mät triangel m. gradskiva
Enhetscirkel	Läs av sin/cos värde, använd räknare invers, flera	Välj axlar, läs av värdet		Välj axlar, höjden på sinuskurvan, markera	Läs av värde och vinkel, rita r. tringel
Sinuskurva	Läs av värde på x-axeln	Läs av värde på y-axeln	Läs av vinkeln, rotera på cirkeln		Läs av värde och vinkel, rita r. tringel
Rätvinklig triangel	Rita r.triangel med linjal. Mät triangel m. gradskiva	Rita r.triangel med linjal. Mät triangel m. gradskiva	Placera r. triangel i enhetscirkel	Gör tabell m. värden och vinklar från olika trianglar, plotta cirkel	

Figur 5. Översättning av Browns matris med kompletteringar

Vi gjorde en undersökning med lärarstudenter som läste till 7-9 respektive gymnasielärare där de fick beskriva vad de visste om trigonometri, göra en begreppskarta och besvara några givna frågor och lösa några uppgifter om trigonometri. När vi tolkade resultaten av studenternas svar använde vi i stor utsträckning Browns matris.

En av de uppgifter som studenterna skulle lösa var:

1. a) Lös uppgiften sin x = $\frac{3}{4}$. Visa hur!

   b) Lös uppgiften på så många sätt du kommer på!

De flesta studenterna löser standarduppgiften i 1 a) med hjälp av miniräknarens arcsin funktion. Dock är det förhållandevis många som inte berör att den trigonometriska ekvationen har fler lösningar och bland dessa som tar med detta är det många som gör fel eller utesluter antingen periodiciteten eller ekvationens andra lösning (180° - v).
Ett fåtal studenter visar att de kan lösa uppgiften på mer än ett ytterligare sätt. En av studenterna löser uppgiften på fyra olika sätt (med tre olika representationsformer).

Det är ingen överdrift att säga att läroboken är det dominerande läromedlet i matematikundervisningen i gymnasieskolan idag. Läroboken styr också innehållet i undervisningen i mycket stor utsträckning, ofta betydligt mer än styrdokumenten.

”I Skolverkets nationella kvalitetsgranskning *Lusten att lära - med fokus på matematiken* (2004) står att läsa:

> frapperande vilken dominerande roll läroboken har i undervisningen….och dess roll för elevernas lust eller olust inför matematiklärandet. --- Såväl innehåll, upplägg som undervisningens organisering styrs av boken i påfallande hög grad. Matematik är för både elever och lärare kort och gott det som står i läroboken.”

Johansson (2006) kommer fram till att lärare i väldigt stor utsträckning följer läroböckernas upplägg och sällan gör avsteg från boken. Ofta visar läroböckerna upp en viss typ av uppgifter till en viss teoretisk infallsvinkel så att när eleverna ser en uppgift så styrs de in på en viss representationsform av trigonometrin. Många gånger verkar olika avsnitt i läroböckerna helt skilda ifrån varandra och eleverna ställs sällan inför frågor som rör hur man kan växla mellan de olika representationsformerna. Ekström, Tovö (2006).

I de vanligast förekommande läroböckerna introducerades trigonometrin med hjälp av representationsformen, rätvinklig triangel. Senare presenteras enhetscirkeln och oftast sist den trigonometriska funktionens graf. Vi tittade på de vanligast förekommande läroböckerna och vi såg att det inte fanns mycket stöd i läroböckerna i form av uppgifter eller undervisande text för hur trigonometrins olika representationsformer hänger ihop. Övergångarna från en representationsform till en annan var knapphändiga och gav inte mycket stöd åt förståelsen.

Vårt syfte med föreläsningen är att uppmuntra till reflektioner och diskussioner kring undervisningen i trigonometri. Hur kan vi som lärare skapa förutsättningar för att eleverna ska kunna närma sig en god begreppsuppfattning.

Referenser:

Brown, S.A. (2005) *The trigonometrik connection:Students undersanding of sine and cosine.* University of Ilinois.

Ekström, S. & Tovö, G. (2006) *Trigonometri i gymnasiematematiken***.***En läroboksstudie.* Stockholm: Lärarhögskolan i Stockholm

Johansson M. (2006). *Teaching Mathematics with Textbooks*. Luleå: Luleå Tekniska Universitet

Kendal, M. and Stacey, K. (1992) *Trigonometry: Comparing ratio and unit circle methods.* University of Melbourne Australia.

Lusten att lära – med fokus på matematik.(2001/2002): Skolverkets nationella kvalitetsgranskning