

## Om konstruktion av problemuppgifter

*Lars Burman* är lektor i matematikens och datateknikens didaktik inom lärarutbildningen vid Åbo Akademi i Vasa, Finland. Han har i många år medverkat i projekt som producerat läromedel för gymnasiet långa kurs i matematik. Han forskar om utvärdering av elevers kunskaper och färdigheter i matematik och om undervisning med ett utökat inslag av problemlösning.

### Klassificering av uppgifter i matematik

En lärare som söker lämpliga uppgifter för olika ändamål vill gärna på något sätt kunna klassificera och värdera de uppgifter som finns till hands. Läraren vill kanske komplettera de uppgifter som finns i läroboken eller söka uppgifter för att sysselsätta elever som blivit klara med de uppgifter som klassen jobbar med eller, vilket ju är rätt vanligt, söka provuppgifter. Målet kan också vara att skapa ett bättre underlag för en mera systematisk övning i problemlösning.

Med hjälp av följande klassificeringsnyckel kan man klassificera uppgifter i största allmänhet men särskilt också matematikproblem. Klassificeringsnyckeln delar in uppgifterna i fyra olika avseenden: användning av uppgiften, betoning och central metod i fråga om problemlösning samt delområde av matematiken (Rönnqvist-Norrby, Burman, 2008). ABCD-nyckeln:

#### Användning av uppgiften

- Introduktion
- Övning
- Repetition
- Utvärdering
- Övning i grupp

#### Betoning (gäller problemlösning)

- Begynnelsefas
- Systematiskt genomförande
- Flera lösningar
- Regel, Mönster

#### Central metod

- Tabeller, figurer
- Regler, mönster
- Prövning
- Eliminering
- Arbeta baklänges
- Lösa delproblem
- Helhetsuppfattning

## Delområde av matematiken

- Tal och räkneoperationer
- Algebra och funktioner
- Geometri
- Sannolikhetslära och statistik
- Problem med verklighetsanknytning

## Kvalitetskrav på goda uppgifter/problem

Ett problem kan vara rikt eller en matematikuppgift kan vara värdefull i olika avseenden. Problemet kan anses vara mera värdefullt ju flera av följande kvalitetskrav som är uppfyllda. Jag föredrar att gruppera kraven i par med hänsyn till några nyckelord. Ett rikt problem

(Introduktion)

- a) kan användas för att introducera nya tankar och metoder.
- b) innehåller en potential att fungera som en utmaning för eleverna.

(Förståelse)

- c) har en potential att fungera som en nyckel för förståelsen av matematik
- d) uppmuntrar eleverna att bygga upp nya kognitiva scheman

(Relationer)

- e) kan lösas på flera sätt
- f) har relationer till andra delområden av matematiken

(Relevans)

- g) är autentiskt och relevant för sin kontext
- h) initierar och inspirerar till diskussioner i klassrummet

(Affektion)

- i) innehåller inslag av överraskning kan ge en estetisk upplevelse

## Hur kan man konstruera problem?

Detta är höjdpunkten i föreläsningen och jag vill avsätta så mycket tid som möjligt för att titta på en samling av problem och resonera kring hur (jag tror att) de har konstruerats och i vilka avseenden de kan anses vara värdefulla. Problemen är hämtade från olika delområden av matematiken och lämpliga för elever i olika åldrar med tyngdpunkt på åk 7-9 och gymnasiet. Man kan säkert konstruera problem på flera olika sätt. Ett sätt att beskriva olika typer av problemkonstruktion ser ut så här och innehåller fyra punkter:

1. Man vill använda problemet på ett bestämt sätt.
2. Problemet leder till en bestämd lösningsmetod.
3. Problemet bygger på bestämda rika egenskaper.
4. Man modifierar ett problem med en bestämd avsikt.

Det krävs inga märkvärdiga egenskaper av den som vill konstruera problem men det hjälper mycket om man själv gillar problem och har löst många problem. Ju fler problem du har konstruerat desto större är sannolikheten för att det bland dina problem finns pärlor!

## Litteratur

O. Björkqvist: *Matematiskt rika matematikuppgifter för högstadiet och gymnasiet*, Studie- och undervisningsmaterial från Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi nr 22. Vasa: Institutionen för lärarutbildning, 1998.

L. Burman: On the classification of tasks in mathematics instruction. Ingår i L. Burman (Ed.) *Problem Solving in Mathematics Education*, Proceedings of the 10<sup>th</sup> ProMath conference August 28-31, 2008 in Vaasa. Rapport från Pedagogiska fakulteten nr 27/2009. Vasa, Åbo Akademi, Pedagogiska fakulteten.

F.K. Lester: Problemlösningens natur. Ingår i R. Ahlström, B. Bergius, G. Emanuelsson, L. Emanuelsson, M. Holmqvist, E. Rystedt, K. Wallby: *Matematik – ett kommunikationsämne*. Nämnaren TEMA, Göteborgs universitet, Göteborg, 1996.

J. Rönnqvist-Norrby, L. Burman: *Matematikproblem från Mattecupen 2004-2008*. Vasa, 2008.

T. Palm, L. Burman: Reality in mathematics assessment: An analysis of task-reality concordance in Finnish and Swedish national assessment. Ingår i *Nordic studies in Mathematic Education*, volume 9, No 3, October 2004. NCM, Göteborg.

G. Polya: *How to solve it*. Princeton University Press, Princeton, 1945/1973.

E. Taflin: *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. Department of Mathematics and Mathematical Statistics, Umeå, 2007.