

## Vilken boll är rundast?

[Torbjörn Lundh](#) är docent i matematik, ordförand för Svenska kommittén för matematikundervisning och medlem i da Möbius Band på Chalmers och Göteborgs universitet

### Bakgrund

Jag ska berätta om ett projekt som jag startade en sen kväll, eller snarare natt, långt ute på en vindpiskat Östersjö i en finlandsbåt i glada vänners lag. Diskussionen i baren hade glidit in på fotboll. En av mina vänner har en svärfar som sitter i Svenska fotbollsförbundets styrelse och jag ville därför spela djävulens advokat: "Fotboll är ju inte så kul. Vilket som helst lag kan ju vinna, det beror bara på slump och tur." Detta startade en intensiv debatt och vi jämförde olika sporters inslag av "slump" och rättvisa segrar. Som ni kan ana kunde man inte kora någon segrare i denna hetsiga diskussion, den kvällen.

Jag tänkte dagen efter där jag låg stilla i vår hytt att detta kanske kunde vara något att kolla närmare på. Kanske kunde något sådant analyseras med matematiska ögon och visa att matematik inte enbart är nyttigt eller mysigt, utan kunde handla om att avgöra fotbollsdispyter på en sen fredagskväll?

### Populärvetenskap

Som matematiker med ambition att försöka popularisera ämnet möter man många svårigheter. Ett av de viktigaste budskap som vi kan förmedla är att matematik är ett levande ämne som utvecklas hela tiden. Forskare sitter och hittar på ny matematik varje dag. Det är tyvärr inte så många som känner till det. Detta beror främst på att den matematik som man möter i skolan är så gammal. Det är inte sällan så att det är först på doktorandnivå som man möter resultat från 1900-talet. Men en annan orsak är att vi matematiker inte är så duktiga på att gå ut med vår verksamhet. (Till vårt försvar ska sägas att matematik är nog det svåraste ämne som man kan försöka popularisera - i alla fall den rena matematiken.)

### Fredagskvällsmatematik

Som alla lärare känner till, kommer det olika budskap till oss från ovan. Ett av dessa var att vi i undervisningen skulle sträva att relatera allt till alldagliga händelser för att motivera nyttigheten med att kunna matematik. Detta kom att kallas "vardagsmatematik". Denna inriktning fick som så många andra "skolor" en motrörelse som betonade att matematiken kunde vara så mycket mer än att kunna räkna ut räntor och uppskatta arealer (om man nu gör det till vardags). Matematiken har i sig själv en estetisk sida och en spännande pysslig "kodknäckar"-tjusning som till exempel när man sitter hemma i fåtöljen och löser ett soduko. Denna motriktning kom att kallas söndagsmatematik. Jag var nu efter något annat: fredagskvällsmatematik.

Målet var att visa att matematik kan vara användbart överallt både högt och lågt, både på banken och i soffan, men också på puben. Och det kan till och med handla om fotboll.

### Ett turneringsindex

Det matematiska målet var att hitta ett kvantitativt mått på den egenskap vi diskuterade när det gällde olika sporter, dvs den egenskap som man kan kalla "slump" hos en sport. Enkelhet är en dygd inom matematiken, enkelhet och renhet, vilket gör att man helst ska försöka hitta en så renodlad och generell fråga som möjligt i första hand. Denna fråga kom jag fram till

borde vara: "Hur ofta slår ett bättre lag ett sämre." Om detta händer ofta skulle man kunna säga att sporten är "stabil", annars mer slumpmässig.

Problemet med denna fråga är vad är ett bättre lag? I en mening är förstås det bättre laget det som vinner, men då hamnar vi i ett cirkelresonemang vi bör avhålla oss ifrån<sup>1</sup>. I sann matematisk anda, sopade jag problemet under mattan genom att fråga: antag att vi vet vilket lag som är bäst, dvs vi har en ranking, hur mäter vi då stabiliteten?

Jo det kan vi göra på följande sätt. Givet en turnering och en ranking,  $r$ , kan vi då gå igenom alla matcher i turneringen och ge poäng genom schemat: +1 om det bättre laget vinner, -1 om det sämre vinner och 0 poäng om det blir oavgjort. Vi summerar ihop alla matcher på detta sätt och dividerar med totala antalet matcher och får då ett index på hur stabil turneringen är. Detta tal ligger mellan minus ett och plus ett och är nära ett då turneringen är stabil.

Genom att ta räkna ut detta turneringsindex för olika turneringar skulle vi alltså ha ett sätt att mäta slumpmässigheten hos olika sporter. Så enkelt kan det alltså vara, men problemet är att vi sopat rankingen under mattan. Hur hittar vi en ranking som är objektiv och som är tillräckligt generell så att den kan överföras mellan olika sporter? Att göra en bra ranking är en konst i sig och dessutom en eftertraktad konst. Det som kan göra en bra ranking kan i förlängningen utnyttja den för att spela på odds - om sporten är stabil vill säga.

Det är i detta läge jag börjar snegla på ett slags cirkelargument: För att hitta en så bra ranking som möjligt utan att använda massa insiderkunskap utan istället göra det objektivt och rent, antar jag att vi helt enkelt använder den ranking som maximerar turneringsindexet. Det vill säga, vi ser på en färdigspelad turnering där vi, enligt algoritmen ovan, kan ta fram turneringsindex för alla möjliga rankinglistor och helt enkelt<sup>2</sup> väljer den ranking som ger det högsta turneringsindexet. Och detta högsta möjliga turneringsindexet kommer att vara det index vi vill använda.

Fördelen med att använda denna ranking är att vi får en definition på turneringsindex som är oberoende av expertkunskap för att sätta en rankinglista. Nackdelen är att denna optimala ranking visade sig vara extremt svår att hitta. (Inte bara det, det visade sig till och med vara för svårt för mig att visa att den var extremt svår att hitta.) Just detta problem var det som jag kom att jobba mesta tiden med i detta projekt.

I praktiken betyder det inte så mycket eftersom vi ganska lätt kan hitta en ranking som är väldigt bra och i de flesta fall, den optimala. Vill vi göra det ännu lättare för oss kan vi helt enkelt ta slutresultatet som rankingen, vilket vi kan kalla resultatranking. Den fungerar tillräckligt bra för att ge oss en uppfattning om vilken sport som är mest instabil.

Och mycket riktigt, det är fotboll som är den mest instabila av sporter. I alla fall av de sporter som jag undersökt. Vissa säsonger är så instabila så de liknar turneringar som avgörs med hjälp av slantsingling. Eftersom det var så, använde jag ett annat index – slantsinglingsindexet<sup>3</sup> - som sa hur sannolikt det skulle vara att i en slantsinglingsturnering av

---

<sup>1</sup> Det visade sig senare att jag trots detta kom att använda en metod som låg läskigt nära just detta cirkelargument.

<sup>2</sup> Visade sig inte alls bli enkelt.

<sup>3</sup> Ett slags p-värde med andra ord.

samma storlek, få samma resultat, eller bättre, än i den verkliga turneringen.

### **Bundesliga, andra divisionen**

Det visade sig senare när jag jämförde olika fotbollsligor att jag fick ett väldigt avvikande resultat från Bundesliga andra divisionen, säsongen 2003-2004. Resultatet indikerade mer blandning än rent slumpmässighet! Detta måste givetvis vara fel, så jag kollade min data igen. Jag kollade också algoritmen jag skrivit i Matlab. Men hittade inte felet. Jag nämnde då detta för en kollega i Cambridge, Andrew Plater, som sa, "Hold on, it rings a bell". En halvtimme senare skickade han en länk till en artikel som berättade att en stor spelhärva hade avslöjats i Tyskland och att en [domare](#) hade skickats till fängelse för att ha [fixat matcher](#) - i just andra divisionen i Bundesliga 2003-2004!

### **Litteratur och länkar**

Mina resultat finns publicerade i [Which ball is the roundest? A suggested stability index for tournaments](#). *Journal of Quantitative Analysis in Sports*. 2 (3) p. 1-21, 2006. Vill man istället höra en kort intervju från vetenskapsradion, kan man hitta den [här](#), eller en längre i [P4](#).

Om du vill testa stabiliteten i en egen turnering, kan du använda verktygen som finns [här](#) som utvecklades i ett kandidatarbete på Chalmers.

---