

# Mer än Matematik

– om språkliga dimensioner i matematikuppgifter

Katarina Kjellström  
Catarina Persson

## Lärarröster:

Svaga elever stupar på svenskan och inte bara på matematiken.

Språket var svårt, speciellt för elever med invandrabakgrund.

Det är ganska så mycket textmassa. Det gör att mycket energi går till att förstå själva uppgiften. Det gäller de elever som har svårt med läsförståelse men inte alltid med själva räknandet.

## Vilken uppgift är lättast?

- A. Beräkna  $\frac{30}{0,6}$
- B. En hundvalp äter 0,4 kg torrfoder varje dag. Hur länge räcker en säck torrfoder som väger 20 kg?

## Statistik om lösning av uppgiften

Korrelation med provbetyget i

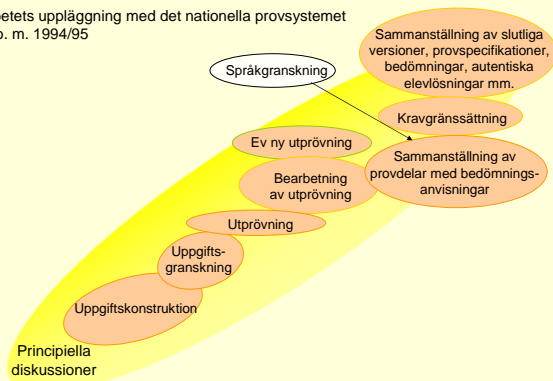
Uppgift	Läsförståelse	Matematik
A utan kontext	0,20	0,39
B med kontext	0,31	0,42

Lösningsfrekvens

Uppgift	Flickor	Pojkar	Svenska	Annat modersmål	EUM läsning
A	0,54	0,46	0,50	0,50*	0,30
B	0,61	0,66	0,64	0,47*	0,36

\* Skillnaden ej signifikant.

Arbetets uppläggning med det nationella provsystemet  
fr. o. m. 1994/95



## Matematiskt språk — Vardagligt språk

<b>Axel</b>	Kroppsdelen <i>axel</i>
<b>Basen</b> på triangeln	<b>Grund</b> ex. <i>bas</i> livsmedel, <i>bas</i> läger
<b>Bestäm</b> arean	<b>Besluta</b>
<b>Minst</b> två förslag	Motsatsen till <i>längst</i> , <i>högst</i> eller <i>äldst</i>
<b>Rabatt</b>	<b>Blomsterbädd</b>
<b>Rot</b>	<b>Rot</b> på en växt
<b>Rymmer</b>	<b>Flyr</b>
<b>Teckna</b> uttrycket	<b>Rita</b>
<b>Udda</b>	<b>Konstiga</b>
<b>Volym</b>	<b>Ljudvolym</b> , <b>hårvolym</b>

## Matematiskt språk      Vardagligt språk

Hur kan texten i uppgiften förbättras?

(...)

Vattnet i den stora flaskan ska hällas i små flaskor som **rymmer** 50 cl.

(...)



1,5 liter



(...)

Vattnet i den stora flaskan ska hällas i små flaskor. I varje liten flaska **får det plats** 50 cl.

(...)

Stina är född den 17 december.

Anna är 7 dagar yngre.

När är Anna född?

## Signalord

Ord som **mer, längre, vinner, tyngre, ökar, tjänar** etc. förknippas med addition

Ord som **tappade, yngre, mindre, billigare, kortare** etc. förknippas med subtraktion.

## Vilket är signalordet?

Oliver förlorade 5 kulor. Han hade sedan bara 12 kulor kvar. Hur många kulor hade han från början?

En stor **fralkryling** brakade på fredagseftermiddagen rätt in i en korvkiosk i hörnet av Trastvägen och Orrvägen. Det var i samband med vägarbete på Trastvägen som **fralkrylingen** råkade backa in i kiosken. Kioskägaren blev lindrigt **kadomerad** men fick inga kroppsliga skador. Han uppsökte sjukhus men kunde senare under dagen lämna det. De materiella skadorna blev omfattande.

**Vad är en fralkryling?  
Vad är kadomerad?**

## Hur ser en jultomte ut?



## Referensramar

I ett litet torp bor Axel Olsson. Men de flesta känner nog honom som Mister Jago, utbrytarkungen. Nu har han dock slutat sin artistbana och återvänt till sitt barndomshem, där han föddes 1916. Vilket år fyllde han 75 år?

Norén -06

## Att bygga ut texten

### Hur kan texten i uppgiften förbättras?

(...)  
Undersökningar av vad ungdomar i olika åldrar i kommunen tycker planeras därför.  
(...)



(...)  
Därför planerar man nu att göra undersökningar om detta. Man vill ta reda på vad ungdomar tycker om saken. Det gäller ungdomar som är i olika åldrar och bor i kommunen.  
(...)

Ur Np MaC ht 1996

## Uppgifters struktur

Helhetssituation ——— Logisk uppbyggnad

## Uppgifters struktur

### Hur kan texten i uppgiften förbättras?

Maria är med i ett hockeylag. Spelartruppen har en medelålder på 20 år och **består** av 20 spelare. Två av spelarna **slutar** och då **sjunker** medelåldern till 19 år. Hur gamla kan de två spelarna som **slutade ha varit**?

Ur Äp8

## Uppgifters struktur

Maria är med i ett hockeylag. Först **bestod** spelartruppen av 20 spelare och **hade** en medelålder på 20 år. Två av spelarna **slutade** och då **sjönk** medelåldern till 19 år. Hur gamla kan de två spelarna **ha varit** som **slutade**?

Ur Äp8

## Tvetydiga, missledande ord

### Hur kan texten i uppgiften förbättras?

(...)  
Sara simmar till den plats på kartan som är **utmärkt** med ett kryss.  
(...)



(...)  
Sara simmar till den plats på kartan som är **markerad** med ett kryss.  
(...)

Ur Äp5

## Tvetydiga, missledande ord

(....)  
Om de köper in många klubbor vid varje tillfälle blir det få inköpstillfällen. Detta leder till bland annat låga administrativa kostnader men höga lagerkostnader.  
(....)

Ur NpC vt 1996

## Ovanliga ord och uttryck

(....) Två ridintresserade systrar har länge önskat sig en egen paddock (ridbana) på gården där de bor. Paddocken ska ha en rektangulär form (....)

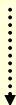


Ur Np MaC ht 1996

## Ovanliga ord och uttryck

Hur kan texten i uppgiften förbättras?

(....)  
I diagrammet kan man avläsa hur långt man **färdas** på en viss tid med farten 70 km/h.  
(....)



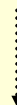
(....)  
I diagrammet kan man avläsa hur långt man **åker** på en viss tid med farten 70 km/h.  
(....)

Ur NP Matematik A

## Ovanliga ord och uttryck

Hur kan texten i uppgiften förbättras?

(....)  
Man **forslade** dit 3 000 m<sup>3</sup> snö med hjälp av lastbilar.  
(....)



(....)  
Man **transporterade** dit 3 000 m<sup>3</sup> snö med hjälp av lastbilar.  
(....)

Ur Ap8

## Uppgift 4, Äp9

Inför OS i Turin var det snöbrist. I Pragelato där längdskidåkningen skulle genomföras behövde banan förbättras. Man transporterade dit 3 000 m<sup>3</sup> snö med hjälp av lastbilar.

- En lastbil kan lasta ungefär 15 m<sup>3</sup> snö per lass. Hur många lass behövdes?
- Den bana som skulle förbättras var 5 km lång och i genomsnitt 4 m bred. Hur djupt snölager räckte snön till?

## Lösning av uppgift 4, Äp9

Korrelation med provbetyget i

Uppgift	Läsförståelse	Matematik
4a	0,22	0,22
4b	0,35	0,57

Lösningsfrekvens

Uppgift	Flickor	Pojkar	Svenska	Annat modersmål	EUM läsning
4a	0,92	0,89	0,95	0,88	0,77
4b	0,34	0,29	0,34	0,27	0,01

## Nominalisering

= en handling uttrycks med substantiv i stället för verb

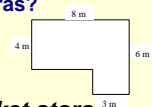
En förbättring .... — Det **förbättrades**....

Vid Amerikas **upptäckt**.... — När Amerika **upptäcktes**....

Gasens **expansion**.... — Gasen **expanderar**....

## Nominalisering

Hur kan texten i uppgiften förbättras?



På Nya Zeelands västkust faller **mycket stora nederbörds**mängder. I området faller i genomsnitt 7 500 mm regn per år.

**För sin vattenförsörjning** samlar en familj in det vatten som faller på taket till bostadshuset. Husets mått kan du se på ritningen. Hur mycket vatten kan familjen samla in på ett år?

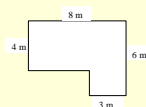
Ur Äpö

## Nominalisering

På Nya Zeelands västkust **regnar det mycket**. I området faller i genomsnitt 7 500 mm regn per år.

En familj samlar in det vatten som faller på taket till bostadshuset **för att använda** i hushållet.

Taketets mått kan du se på ritningen. Hur mycket vatten kan familjen samla in på ett år?



Ur Äpö

## Verb i passiv form

passiv form — aktiv form

Vera **hämtas** av Bo. — Bo **hämtar** Vera.

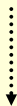
## Verb i passiv form

Hur kan texten i uppgiften förbättras?

(...)

Bestäm hur stort fel som görs när arean beräknas med egyptiernas formel.

(...)



(...)

Bestäm hur stort fel det **blir** när man **beräknar** arean med egyptiernas formel.

(...)

NP Matematik A

## Partikelverb = verb+betonad preposition

**GÅ** + ...



## Partikelverb

Hur kan texten i uppgiften förbättras?

(....)

Man transporterade 3 000 m<sup>3</sup> snö med hjälp av lastbilar.  
En lastbil kan lasta ungefär 15 m<sup>3</sup> snö per lass.

Hur många lass **gick åt**?

Ur Äpö

## Partikelverb

(....)

Man transporterade 3 000 m<sup>3</sup> snö med hjälp av lastbilar. En lastbil kan lasta ungefär 15 m<sup>3</sup> snö per lass.

Hur många lass **behövde man köra**?

Ur Äpö

## Komplicerad meningsbyggnad

Hur kan texten i uppgiften förbättras?

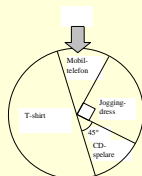
Det fält **som pilen pekar på** visar **vad Pelle vunnit** när hjulet stannar.

bisats 1

bisats 2

bisats 3

När lyckohjulet stannar pekar pilen på ett fält som visar Pelles vinst.



## Layout och illustrationer



Lämplig viktenhet

2 \_\_\_\_\_



35 \_\_\_\_\_



3 \_\_\_\_\_



Lämplig volym

2 \_\_\_\_\_



25 \_\_\_\_\_



2 \_\_\_\_\_

Förarbetet till Äpö

Cummins modell

### Kognitivt krävande

Uppgifter som är kognitivt krävande. Eleven har fortfarande stöd i kontexten.

Uppgifter som är kognitivt krävande. Eleven har inget stöd i kontexten.

Stöd i kontexten

Inget stöd i kontexten

Uppgifter som kognitivt är relativt enkla. Eleven har dessutom stöd i kontexten.

Uppgifter som kognitivt är relativt enkla. Eleven har inget stöd i kontexten.

Kognitivt enkelt

Cummins modell

### Kognitivt krävande

Eleven ska lösa en matematiskt krävande textuppgift. Eleven kan läsa i sitt eget tempo och kan förhandla om betydelsen, dvs. ta hjälp av kamrater och lärare om det är något hon/han inte förstår

Eleven ska på egen hand lösa en avancerad textuppgift i ett matematikprov. Uppgiften har inga bilder som illustrerar texten och eleven har inte möjlighet att be kamrater eller lärare om hjälp.

Stöd i kontexten

Inget stöd i kontexten

Eleven ska lösa en uppgift där sammanhanget (t.ex. text och bild) är bekant. Hon/han kan också ta hjälp av kamrater och lärare.

Eleven ska på egen hand lösa enkla, rent aritmetiska uppgifter av samma typ, s.k. tyst räkning.

Kognitivt enkelt

## PISA

Programme for International Student Assessment

Northern Light of PISA 2003

*How Can Reading Abilities Explain Differences in Math Performances?*

Astrid Roe and Karin Taube

## Korrelation med läsning

- Korrelationen mellan resultaten i läsning och matematik var 0,57
- Korrelationen mellan läsning och de olika matematikuppgifterna varierade mellan 0,15 och 0,47
- Vad var utmärkande för de uppgifter som hade den högsta korrelationen med läsning (över 0,40)?
- Uppgifter med hög korrelation med läsningen hade lägre lösningsproportion (var "svårare")

## Textens längd

- Textens längd varierar från 8 till 278 ord med ett medelvärde av 74 ord
- Medelvärdet för de uppgifter som korrelerade mest med läsförståelsen var 77 ord.
- *Slutsats: Textlängden är inte så viktig*

## De uppgifter som har lägst korrelation har några typiska karakteristiska

- Okomplicerat språk
- Inga svåra eller lågfrekventa ord
- Antal ord under genomsnittet
- Flervalsfrågor eller kortsvarsfrågor

## Sammanfattning av problemuppgifter med hög korrelation med läsning

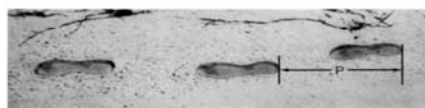
### Problem som är relaterade till eleven

- Förståelse för matematiska symboler
- Tolkning av diagram och grafer
- Förmågan att presentera ett svar med egna ord
- Brist på bakgrundkunskaper

### Problem relaterad till texten

- Underförstådd information som kräver tolkning av och slutsatser från abstrakt information
- Missledande information
- Lågfrekventa ord och uttryck

### GÅNG



Bilden visar fotspåren av en glende man. Steglängden  $P$  är avståndet mellan de bakre kanten av två på varandra följande fotspår.

För män, ger formeln,  $\frac{n}{P} = 140$ , ett ungefärligt förhållande mellan  $n$  och  $P$ , där

$n$  = antalet steg per minut och

$P$  = steglängden i meter.

#### Fråga 1: GÅNG

Om formeln kan tillämpas för Heikos sätt att gå och Heiko tar 70 steg per minut, vilken är då Heikos steglängd? Visa hur du kom fram till ditt svar.

#### Fråga 2: GÅNG

Bernard vet att hans steglängd är 0,80 meter och formeln kan tillämpas på Bernards sätt att gå.

Beräkna Bernards gångfart i meter per minut och i kilometer per timme. Visa hur du kom fram till ditt svar.

## Uppgift 6, Äp9

Storleken på pjäxor anges oftast i EUR-mått ...36,37,38,39 osv.  
För att beräkna vilken storlek man behöver på sina pjäxor kan man använda följande formel, där  $s$  är storleken och  $x$  är fotens längd i centimeter:

$$s = \frac{3x + 5}{2}$$

- a) Annas fot är 23 cm lång. Vilken storlek på pjäxor behöver hon? (1/1)  
b) Erik har köpt pjäxor i storlek 42. Hur långa är hans fötter? (0/2)  $\pi$

## Lösning av uppgift 6, Äp9

Korrelation med provbetyget i

Uppgift	Läsförståelse	Matematik
6a	0,32	0,32
6b	0,50	0,50

Lösningfrekvens

Uppgift	Flickor	Pojkar	Svenska	Annat modersmål	EUM läsning
6a	0,83	0,77	0,82	0,66	0,47
6b	0,58	0,51	0,57	0,39	0,19

Korrelationerna mellan läsning och resultat på kortsvarsuppgifterna varierade mellan 0,01 och 0,38

Den lägsta korrelationen var det för en flervalsuppgift och den högsta var det för uppgiften

15. Ange en formel som beskriver sambandet mellan  $a$  och  $b$ .

$a$	$b$
10	2
15	3
25	5
50	10

7. Vad är hälften av  $\frac{1}{2}$  ?

Korrelationer med provbetyg i

läsförståelse	matematik
0,23	0,41

Lösningproportioner

Alla	Flickor	Pojkar	Svenska	Annat modersmål	EUM läsning
0,70	0,65	0,75	0,72	0,55	0,40

Det tydligaste resultatet av analyserna av ämnesproven i åk 9 är att korrelationen mellan resultat och läsförståelse var störst på uppgifter

- som innehöll matematiska symboler
- någon form av diagram eller graf
- men framför allt på uppgifter som kräver en djupare matematisk förståelse.

## Hänger lässvårigheter och matematiksvårigheter ihop?

Enligt Ingvar Lundberg & Görel Sterner (2004)

- Gemensamma bakomliggande faktorer
  - allmän intelligens
  - bristfälligt arbetsminne
  - fonologiska problem
  - svårt med automatisering
  - regelrigiditet
- Gemensamma kognitiva krav
- Specifika problemområden i matematik
  - dålig spatial förmåga
  - bristfällig abstraktionsförmåga



## Språket – hinder eller tillgång i matematiken

Solveig Eriksson 2009

Vi brukar diskutera hur man löser ett lästäl med mycket text. Vi skriver upp den information som vi har och försöker formulera frågan kortare. Vad är det man ska göra överhuvudtaget?

...om jag som lärare pratar för mycket, ja en del elever sitter och nickar och ser glada ut å...å är väldigt duktiga på att få läraren att tro att de har förstått...

Man skulle uppmuntra dem till att göra nån slags annorlunda uppgifter...men nu... jag känner mig så stressad alltså för att hinna med allting...

## Språket – hinder eller tillgång i matematiken

Solveig Eriksson 2009

- ✚ Att jämföra olika synsätt, diskutera lösningsmodeller och reflektera över för- och nackdelar förekommer inte så ofta som lärarna önskar.
- ✚ Om det gemensamma språket är begränsat är det svårt att ha sådana samtal. Men det är samtidigt språkutvecklande att samtala om något angeläget.
- ✚ Då kan skilda språkkulturer bidra till ett genuint samtal där alla vinner. Det som var ett hinder kan förvandlas till en tillgång!

## Länkar

Denna presentation kommer att finnas på

**Matematikbiennialens hemsida**

### Mer än matematik

– om språkliga dimensioner i matematikuppgifter

kan beställas eller laddas ner från Skolverket

<http://www.skolverket.se/publikationer?id=1891>