210a

Identitet: Gymnasielärare i matematik

Kristina Juter är lärarutbildare i matematik vid Högskolan Kristianstad och post. doc. vid Växjö universitet. Hennes forskning rör begreppsbildning inom analys och läraridentiteten hos blivande och nyutbildade gymnasielärare.

Matematisk kompetens och läraridentitet

Lärare i matematik behöver ha en flexibel och säker förståelse av grundläggande matematiska begrepp, med de teoretiska och praktiska aspekterna klart förankrade i varandra, för att kunna undervisa sina elever. Det finns emellertid forskning som visar att även annat än de matematiska kvalifikationerna i sig spelar roll för hanteringen av undervisningen, till exempel är lärarnas uppfattning av matematik och deras ämnesidentitet avgörande (se till exempel Leder, Pehkonen & Törner, 2002). Jag har undersökt lärarstudenters begreppsuppfattning av några centrala matematiska begrepp, deras uppfattningar av vad matematik är i stort och deras professionella identitet som lärare. Från en tidigare studie om studenters begreppsutveckling kring funktioners gränsvärden (Juter, 2006c), bland annat kopplad till studenternas matematiska självförtroende och attityder (Juter, 2005b), har det framkommit att många studenter som går sin första matematiktermin har svårt att koppla samman de teorier de lär sig med de uppgifter de jobbar med. Ett skäl är att de vet vilken ansträngning som krävs för att göra dessa sammankopplingar, men oförmåga att bedöma de egna kompetenserna spelar också roll.

Det matematiska ämnesområdet i studien är gränsvärden, derivator, integraler och kontinuitet där studenternas kopplingar mellan de olika begreppen undersöks. Deras förståelse av det specifika matematiska innehållet relateras till deras allmänna uppfattningar om vad matematik är och till deras syn på lärande och undervisning i matematik. Mot denna bakgrund ställer jag forskningsfrågorna:

- Vad finns det för kopplingar mellan teori, problemlösning och andra matematiska begrepp i studenters begreppsuppfattning av gränsvärden, kontinuitet, derivata och integraler?
- Vad finns det för samband mellan studenternas begreppsuppfattningar och deras skolrelaterade uppfattningar om matematik?
- Vad finns det för kopplingar till deras matematiklärareidentitet?

Teoretisk ram

Det finns flera olika sätt att förstå ett matematiskt begrepp. Förmåga att utföra en beräkning av en standarduppgift, förmåga att härleda ett matematiskt samband och förmåga att generalisera utifrån en specifik situation är exempel som belyser dessa olika sätt att förstå. Pinto och Tall (2001) talar om två olika sätt att förstå ett matematiskt begrepp; genom *naturligt* eller *formellt lärande*. Naturligt lärande karakteriseras av att studenten utgår från sin egen begreppsbild (Tall & Vinner, 1981) av begreppet och definierar nya relaterade begrepp via logiska kopplingar. Studenten arbetar undersökande och har fokus på begreppets väsentliga egenskaper och kan uttrycka det med symboler, men inte nödvändigtvis formellt (begreppsligt-förkroppsligat respektive process/begreppsligt-symboliskt lärande (Tall, 2008)). Studenter som lär sig formellt använder definitioner och symboler som de bygger vidare på inom de ramar som den matematiska teorin sätter (axiomatiskt-formellt lärande (Tall, 2008)). Tabell 1 visar en klassificering av olika typer av kopplingar mellan begrepp grundat på processinriktat, naturligt och formellt tänkande. Kopplingarna kan röra inombegreppsliga egenskaper eller relaterade begrepp.

Tabell 1. Definitioner för kopplingar mellan begrepp. Förkortningarna inom parentes återkommer i tabell 2.

Koppling	**Definition**
Sann koppling, processinriktad (vp)	Sann relevant koppling med fokus på beräkningar eller tillämpningar
Sann koppling, naturligt begreppslig (vn)	Sann relevant koppling som visar på avgörande egenskaper hos begreppet, inte formellt
Sann koppling, formellt begreppslig (vf)	Sann relevant koppling som formellt visar avgörande egenskaper hos begreppet
Irrelevant koppling, ingen motivering (ir)	Ingen egentlig motivering för kopplingen ges
Irrelevant koppling, ingen substans (is)	Perifer sann koppling utan avgörande substans för begreppet
Oriktig koppling, missuppfattning (im)	Oriktig koppling grundad på missuppfattning av begreppet
Oriktig koppling, motsägelse (ic)	Oriktig koppling som motsäger studentens tidigare uttalanden

Den matematik som de blivande lärarna lär sig utgör en del av deras identitet. Identiteten utvecklas i många olika avseenden och man kan se både på hur individer uppträder i samspel med omgivningen och hur de ger uttryck för sin inre identitet (Gee, 2000-2001). En persons identitet består av kluster av ’själv’ som utvecklats i olika sammanhang (Holland, Skinner, Lachicotte Jr & Cain, 1998), till exempel matematiker, storasyster, Billy Idol-fan och aerobicsinstruktör. En individs matematiska utveckling är väsentligt skild från utveckling av yrkesrollen eftersom det finns tydligt rätt och fel i matematik, men inte i undervisningssituationer. Denna skillnad gör att det krävs olika metoder för att undersöka de olika delarna av en persons identitet.

Undersökningen

Undersökningen genomfördes i fyra grupper av analysstudenter (totalt 42 studenter), vid två olika lärosäten. Studenterna utbildade sig till matematiklärare kombinerat med ett ämne till på grundskolans senare del och gymnasiet. En öppen enkät om begreppen gränsvärden, derivator, integraler och kontinuitet besvarades av alla i grupperna i början av analyskursen. Tio studenter valdes ut för intervjuer och observationer i klassrum om det var möjligt alternativt diskussioner kring fiktiva undervisningssituationer. Intervjuerna genomfördes vid två eller tre tillfällen och vart och ett av tillfällena varade mellan 40 och 70 minuter. De tio studenterna grupperades i tre grupper beroende på hur de gav uttryck för sina kopplingar mellan olika matematiska begrepp (se tabell 2). Alex representerar gruppen med få sanna begreppsliga kopplingar (vn och vf). Gruppen består av tre studenter. Ingen i gruppen hade någon sann formellt begreppslig koppling (vf). Karakteristiskt för gruppen var många irrelevanta eller oriktiga kopplingar. I Kittys grupp finns fyra studenter. De saknade också formellt begreppsliga kopplingar (vf), men hade flera sanna processinriktade och naturligt begreppsliga kopplingar (vn och vf). Få irrelevanta och oriktiga kopplingar förekom i denna grupp. Resterande tre studenter representeras av Simon. Studenterna i gruppen hade många sanna kopplingar, inklusive formellt begreppsliga (vf) och få irrelevanta och oriktiga.

Alex kan beskrivas som en social person som brinner för att entusiasmera sina elever. Han har mycket att säga om matematik. Han är inte så intresserad av formella härledningar utan föredrar tillämpningar där man kan se nyttan av matematiken. Ämneskunskap lyfter han som det viktigaste av alla de färdigheter en lärare i matematik bör ha. Alex kommer att undervisa i

matematik och idrott och pratar mycket om idrotten. Som matematiklärare understryker han vikten av respekt från eleverna. En respekt som han erfarit kräver mer arbete på gymnasiet än i grundskolan.

Kitty är spontan och fokuserar matematiken på sin kommande lärarroll. Hon sätter kommunikationen med eleverna före ämneskunskap, men inser också att kommunikationen kräver ämneskunskap. Kitty läser till lärare i matematik och naturvetenskap. Hon har lite dåligt självförtroende rörande sin matematiska förmåga men kan ändå ofta härleda matematiska samband. Pratar gärna när hon satt sig in i problem och situationer och beskriver sina tankar. I klassrummet har Kitty elevernas uppmärksamhet och hon är lugn och tydlig.

Simon är eftertänksam och lugn och sätter elevernas lärande i centrum. Han är ganska fåordig, men inte blyg. Han är mån om att eleverna lär på sina olika nivåer. Hans ämnen är matematik och naturvetenskap. Han sätter, som Kitty, kommunikationen med eleverna före ämneskunskap, men även han visar att han ser ämneskunskaperna som kärnan i kommunikationen. Han låter eleverna delta i genomgångar men är själv en säker och tydlig ledare som driver situationen.

Tabell 2 visar studenternas kopplingar mellan begreppen klassificerade enligt definitionerna i tabell 1.

Tabell 2. Klassificering av studenternas kopplingar mellan begreppen. Förkortningarna förklaras i tabell 1.

Student	Gräns-värde	Gräns-värde	Derivata	Derivata	Integral	Integral	Kontinuitet	Kontinuitet
Alex	vp 1 vn 2 vf 0	ir 3 is 0 im 1 ic 1	vp 5 vn 0 vf 0	ir 3 is 8 im 1 ic 0	vp 5 vn 0 vf 0	ir 3 is 8 im 1 ic 0	vp 0 vn 0 vf 0	ir 3 is 6 im 5 ic 3
Kitty	vp 2 vn 0 vf 0	ir 0 is 0 im 1 ic 0	vp 2 vn 5 vf 0	ir 3 is 0 im 0 ic 0	vp 4 vn 3 vf 0	ir 1 is 2 im 0 ic 0	vp 0 vn 1 vf 0	ir 0 is 2 im 1 ic 0
Simon	vp 5 vn 5 vf 3	ir 2 is 1 im 0 ic 0	vp 6 vn 1 vf 6	ir 1 is 1 im 0 ic 0	vp 7 vn 5 vf 1	ir 0 is 1 im 0 ic 0	vp 3 vn 1 vf 0	ir 3 is 1 im 0 ic 0

Alex visade på många kopplingar mellan begreppen (59 stycken), men de flesta av dem är irrelevanta (34) eller oriktiga (12). Gränsvärden är dock det begrepp som han visade på störst förståelse för. Andra delar av undersökningen bekräftar att han hade en naturligt begreppslig förståelse av gränsvärden, det vill säga att han kunde särskilja och förklara avgörande egenskaper hos begreppet. De tre andra begreppen kopplade Alex bara via processinriktade förklaringar i de fall de är korrekta. Det stora antalet kopplingar mellan begreppen ger en, i flera fall obefogad, känsla av förståelse eftersom det ger möjlighet till förklaringar (ofta osanna eller irrelevanta). Begreppsliga brister i ämnet och oförmåga att skilja giltiga kopplingar från ogiltiga kombinerat med Alex strävan att stimulera elevernas intresse kan ge upphov till komplikationer.

Kitty hade betydligt färre kopplingar är Alex (27), men trots det fler sanna kopplingar (17 (63% av hennes kopplingar) jämfört med Alex 13 (22% av hans kopplingar)). Hon visade på hög grad av naturligt begreppslig förståelse av begreppen derivata och integral. Hon klarade ofta av att härleda egenskaper via sina starka kopplingar mellan begreppen. Få av Kittys kopplingar är irrelevanta (4) och ännu färre (2) är oriktiga vilket lägger en god grund för

matematiskt givande kommunikation med elever. Kittys lite svaga självförtroende inverkade ibland på hennes tro på sig själv som kompetent matematiker vilket kan hålla henne tillbaka. Det i sin tur kan göra att tillfällen till fruktbara lärosituationer går förlorade. Hennes förmåga att se relationer mellan begreppen gör å andra sidan att hon kan klara härledningar inför sina elever trots att hon inte har begreppen formellt representerade.

Simon hade nästan lika många kopplingar som Alex (53), men med en helt annan fördelning. Han hade inga oriktiga kopplingar men några irrelevanta (10). Simon hade, till skillnad från Alex och Kitty, formella begreppsliga kopplingar (10) som visar på hans starka matematiska förståelse som var genomgående tydlig i datainsamlingen. Simons djup i ämneskunskap ger honom flexibilitet i sin undervisning. Begreppet kontinuitet var det begrepp som Simon hade minst antal sanna kopplingar till och så var det för Alex och Kitty också. Det begreppet arbetar man inte så mycket med, som man gör med derivator och integraler, på gymnasiet. Studenternas begreppsbilder av kontinuitet hade därför inte kunnat utvecklas och kopplas till övriga begrepp i lika stor utsträckning som begreppsbilderna av derivata och integraler.

Slutsatser

Studenterna tog ofta fasta på sina egna erfarenheter som elev, student eller lärare/lärarkandidat som motpol eller mål att sträva mot i sin egen utveckling mot läraryrket. Ämneskompetens kopplades ofta till lärare de haft eller egna erfarenheter som lärare, men bedömningen av ämneskompetens visade sig vara ganska subjektiv. Flera studenter var omedvetna om vilka kopplingar mellan de matematiska begreppen som är relevanta och vilka som inte är det, framförallt i gruppen som Alex representerar. Ett stort antal kopplingar kan ge en falsk känsla av kompetens som i sin tur ger effekter på fortsatt matematiskt lärande och den kommande lärargärningen.

Litteratur

Gee, J. P. (2000-2001). Identity as an analytic lens for research in education. *Review of Research in Education* 25, 99-125.

Holland, D., Skinner, D., Lachicotte Jr, W. & Cain, C. (1998). *Identity and agency in cultural worlds*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Juter, K. (2005). Students' attitudes to mathematics and performance in limits of functions. *Mathematics Education Research Journal* 17(2), 91-110.

Juter, K. (2006). *Limits of functions – University students' concept development*. (PhD thesis) Luleå, Sweden: Luleå Technological University, institution of mathematics.

Leder, G., Pehkonen, E., & Törner, G. (Eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* London: Kluwer Academic Press.

Pinto, M. & Tall, D. (2001). Following student's development in a traditional university classroom. In Marja van den Heuvel-Panhuizen (Ed.) *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 57-64). Utrecht, The Netherlands.

Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. *Mathematics Education Research Journal* 20 (2), 5-24.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.