

BG:22

Matematikkartor – konst, dialog och matematik i ett

Anna Svärd är ma/fy-lärare vid Ehrensvärdska gymnasiet i Karlskrona.

Håkan Lennerstad är docent i tillämpad matematik vid Blekinge Tekniska Högskola.

Nivå: Förskola, grundskola, gymnasium, universitet

Inledning

Ett spökhuis för skrämmande stora tal. En återvändsgränd med roten ur ett negativt tal och $x/0$. En kyrkogård där räknestickan och liggande stolen är begravda. En fiskare som fiskar tal i en talsjö där kroken är ett x – som kan fånga vilket tal som helst. Ett förhållande med nämnare och täljare som ett kärlekspar i Kvotparken. Eller nämnare och täljare som konkurrenter i ett ständigt bråk. Runt halva staden Procent rinner Multiplikationsfloden, och runt andra halvan rinner Divisionskanalen – man kan ta vilken vattenväg man vill. Detta är några detaljer i elevers matematikkartor. En vulkan som heter Oändligheten i Gränsvärdeslandet, med ϵ och δ som byar på slätten där Kalkyle älv rinner upp – ur en matematikkarta på universitetsnivå.

En matematikkarta är ett matematiskt arbete som elever naturligt gör i grupp. Det handlar inte om räknande, som matematik nästan alltid gör, eller att få fram ett svar. Man diskuterar vad man tycker är viktigast och typiskt i matematiken, och hur det hänger ihop. Man sätter ord på sin matematikerfarenhet. Man formar sin matematikuppfattning till en gemensam helhetsbild.

En matematikkarta ser ut som en vanlig karta, men den avbildar inte något verkligt område. Alla namn på berg, sjöar, floder, skogar, länder och städer är matematikord eller symboler. En grupp elever (eller lärare) designar och ritar, och väljer landskapets utformning så den stämmer så bra som möjligt med hur de anser matematiken hänger ihop. Två elever i en niondeklass uttryckte sig så här:

Vi tror att mattekartor definitivt ger oss en bättre bild av matematiken. Vi får en bredare kunskap om matematiska begrepp som annars är ganska svåra att ta till sig. På en matematikkarta ser man lättare sambanden genom illustrationer än som annars, med siffror. Metaforerna framgår tydligt när man t.ex. döper berg, floder och städer efter matematiska begrepp. Vi är även alla eniga om att mattekartor skapar intressanta diskussioner och tvättar bort tristessen som lätt kan infinna sig när man enträget räknar i boken. Vi har helt klart fått högre motivation efter vårt arbete med kartan.

De tillhörde en grupp om åtta elever som ritade en gemensam matematikkarta. Arbetet med den är beskrivet i artikeln *Klass 9A:s matematikkarta*, Nämnaren, no 2, 2004, tillsammans med en intervju av deras lärare. Poänger med verksamheten är:

1. Verbalisera matematik. En del grupperns matematiska diskussioner har mer liknat politiska diskussioner.
2. Matematiska helhetsbilder. All matematik eleverna kan är med på kartan, och hänger ihop.
3. Skapa insikt om den egna matematikkunskapen genom att motivera sina förslag om hur matematiska begrepp kan placeras på kartan.
4. Lyssna på och lära av andras sätt att resonera matematiskt. Detta har många elever beskrivit som särskilt värdefullt.

5. Man lär sig värdera vad man anser är mer och vad som är mindre viktigt i matematiken.
6. Genom att lyssna på dialogen kan lärare inhämta mycket om elevers sätt att tänka matematiskt.

Första fasen: vilken struktur?

När man börjar med en matematikkarta är man kanske ganska nollställd. Vad är detta för något? Man kanske har några andra matematikkartor att titta på, men hur ska den egna se ut? Ett vanligt sätt att börja skissa en karta är att gruppen föreslår matematikord. Man skriver upp alla ord på tavlan. Det blir ofta ganska många ord så småningom. Det kan då bli diskussion om vilka ord som är matematikord, vilket givetvis är en intressant diskussion. Bildar orden vissa grupper som hör ihop? Kan man bilda länder av varje sådan grupp? Ord som hamnar i olika länder kanske kan vara nära varandra ändå, på olika sidor om gränsen, är det möjligt? Det finns stora möjligheter. Siffror och sätt att räkna kan vara länder, städer och vägar (byggt av människor), medan geometriska figurer kan vara skogar, slätter och floder (naturfenomen), till exempel. Eller tvärtom. En lärare illustrerade idén för eleverna genom att göra en svenskakarta, med "Ordflödet", "Felstavningsfabriken" och "Svordomsträsket".

Andra fasen: de matematiska pusselbitarna

När man väl har en övergripande struktur kan man sätta in alla matteord vid varandra på olika sätt. En placering hamnar kanske nära andra ord, och då är det naturligt med en motivering varför de som kommer nära varandra är besläktade. På detta sätt svarar kartan – den väcker nya frågor som man får ta ställning till. Det finns alltid många möjligheter. Det kan t.ex. vara naturligt att floder är operationer, eftersom de är rörliga, och kan rinna genom många delar av landet. Svåra avsnitt kan vara bergstrakter eller djupa skogar.

I denna fas brukar den mesta matematikdiskussionen förekomma. Den är både detaljerad och helhetsinriktad.

Tredje fasen: ritandet – bild och matematik

Efter den andra fasen handlar färdigställandet mer om det konstnärliga ritandet. Här finns en påtaglig möjlighet för samarbete mellan två ämnen i skolan: matematik och bild.

Exempel på kartor

Ca 30 matematikkartor har ritats av elevgrupper, de flesta i Blekinge, men även i mellansverige. Karlbergsgymnasiet i Åmål står med en väggmålning i form av en mycket vacker karta, designad och målad av två elever (se Tine Tillqvist, Ingrid Persson, *En matematikkarta*, Nämnaren, no 4, 2005.). Den första matematikkartan finns i en matematiklärobok för högskolan av Håkan Lennerstad som trycktes 2002. Detta är hittills den enda kartan på högskolenivå. Lärarutbildare vid Linköpings Universitet har ritat kartor under ledning av Krister Larsson och Eva Riesbeck.

En förskoleklass har tillsammans med förskollärarna ritat en mycket vacker karta om numeriska begrepp. Här man kan finna Siffersjön, Mönsterån, Sagoparken, en zoo för olika storleksbegrepp, och många butiker som illustrerar par, dukning, spel, sånger och ramsor. En grupp matematiklärare ritade en annan vacker karta som ett träd, som förgrenar sig i bråk, geometri, formler, ekvationer, funktioner. Två stora rötter är begreppsförståelse och taluppfattning. Man behöver en stege av räknesätt för att ta sig upp i trädet. Fruktkorgar på marken för NO, Livet, osv. visar användningar av matematiken. En grupp särskolelever gjorde en hylla med flaskor med matematiketiketter. I varje flaska fanns det olika mycket innehåll, som svarade mot hur bra man tyckte att man behärskade begreppet. En annan grupp elever gjorde en karta som ett spel där man vandrar omkring från Marknadsplatsen i norr, via

Procent- och Bråklandet, Fantasiberget och Mönsterplayan till Koordinatlandet i söder. På Lag-och-ordningön finns Pythagoras sats, kvadreringsreglerna och konjugeringsregeln. En del av kartorna kan studeras på hemsidan www.bth.se/matematikkartor, där också texter kan laddas ner. Flera kartor kan studeras i matematikkorridoren vid Blekinge Tekniska Högskola i Karlskrona.

Matematikkartor i gymnasiet C-kurs

Anna Svärd har lett elevgrupper vid Ehrensvärdska gymnasiet i Karlskrona som har ritat matematikkartor. Här följer Annas sammanfattning:

På de studieförberedande programmen är matematiken ofta bara räkning för eleverna. Vissa elever lär sig lösningssättet till en uppgiftstyp utan egentligen förstå matematiken bakom. För att komma ifrån detta och för att eleverna skulle få se matematiken från ett annat håll ritade vi matematikkartor.

Det praktiska

Gymnasiekurserna är ofta pressade och så även denna kurs. För matematikkartan fick vi lägga till extratimmar. Totala tiden för elevernas kartritande var 5-10 timmar, från första samtalet, planering, och själva kartritandet. Det tog ett antal timmar innan eleverna kommit igång på allvar. Eleverna skulle inte rita karta över hela kursen, utan endast på funktioner och derivata, detta pga tidsbrist.

Elevernas synpunkter

Man kommer ihåg matematiken bättre när man ser kartan.

Man lär sig uttryck mycket bättre.

Man kom på olika saker som man inte visste man kunde.

Man kom ihåg mer.

Det hade varit kul om man börjat rita på A-kursen och sen byggt på för varje kurs så att man hade haft en stor karta på slutet och sett sambanden i hela gymnasiematematiken.

De två har med varandra att göra som man inte tänkte på innan. (Samband mellan olika delar i matematiken. Annas kommentar.)

Mina synpunkter

För att kunna rita en karta måste eleven ha en viss grund i ämnet och därför passar inte kartritandet för de allra svagaste.

Eleverna befäste sina matematikkunskaper eftersom de fick tänka igenom vad som skulle vara med på kartan.

De fick en visuell bild av matematiken.

Det var bra när man hörde eleverna prata matematik, man hörde vad de greppat och inte i matematiken. Det kunde vara problem som de lärt sig ett standardförfarande för att lösa det men som de inte förstått riktigt. Sådant kom fram.

Eleverna satt ner och förklarade för varandra.

Det vore intressant och börja med en klass som fick rita matematikkarta i A-kursen, och sedan bygga på för varje kurs.

Vad kan kartritande ge?

1. *Matematiskämnet lider brist på helhetsbild.* Läroböckerna går igenom matematiken bit för bit och inte mer – helhetsbilden uteblir. Många elever har efteråt sagt att de kan mer matematik än de trodde. De har fått en helhetsbild av sina kunskaper.

2. *Matematikämnet lider brist på dialog.* De ganska lättfunna bilderna för matematiska begrepp gör det lätt att prata matematik. Kartan är en *global metafor*, som innehåller många delmetaforer (se exempel ovan), vilka ingår som delar i det större metaforiska sammanhanget.
3. *Elever behöver se att matematik inte bara är räknande – jakt på ett svar.* Matematik är också tänkande och förståelse. Dialog om ett matematikproblem tar ofta slut så fort man ser hur man kan räkna vidare. Sådana dialoger är viktiga, men matematikkartan handlar inte om räknande utan om matematikens idéer. Samtalet tar inte slut förrän man har en helhetsbild – det finns ingen risk att eleverna ”halkar in” på räknandet. Det är en kompletterande verksamhet.
4. *Den färdiga kartan är en skön trofé* av ett intensivt gemensamt arbete som kan sättas upp i klassrummet. Den kan fungera som ett minneshjälpmedel – denna avsikt kan finnas med i planeringen från början.

Varför geografi?

Många kartor använder en geografisk metafor. Det finns tre tunga skäl för det.

1. Alla elever känner igen kartor och landskap. De innehåller gott om välbekanta associationer, eftersom alla möter kartor och landskap under hela livet.
2. En geografisk karta är mycket flexibel. Den ska kunna beskriva alla olika naturtyper och politiska förhållanden. Därför finns det ofta geografiska lösningar på krav som uppkommer från de matematiska sambanden och släktskaperna.
3. Det är i alla sammanhang vanligt och naturligt med geografiska uttryck för att illustrera vårt tänkande. Några exempel: ”vi har en ocean av möjligheter”, ”en ö av stillhet”, ”nu har vi gått vilse”, ”vårt företag bör nog slå in på en ny väg”.

Sammanfattning

Matematik och geografi kan fungera som två parallella världar, och det är inte så svårt att hitta anknytningspunkter mellan dem. För elever är den ena världen abstrakt och associationsfattig, och den andra konkret och associationsrik. Varje koppling är en Aha!-upplevelse, och ger nya bilder för matematiskt räknande som man är bekant med sen länge, men inte alltid har ord för.

De många möjligheterna och associationsrikedomen är en bra grund för dialog mellan elever, som det finns stort behov av i ett ämne som är så abstrakt som matematik.

Referenser:

- Håkan Lennerstad, Krister Larsson, *Matematikkartor*, Nämnaren no 3, 2003.
Håkan Lennerstad, Mia Selander, *Klass 9A:s matematikkarta*, Nämnaren, no 2, 2004.
Tine Tillqvist, Ingrid Persson, *En matematikkarta*, Nämnaren, no 4, 2005.