

Med fantasi och förståelse i grafernas värld

Mats Brunström är universitetsadjunkt i matematik och arbetar med lärarutbildning vid Karlstads universitet.

Inledning

När man jobbar med grafer som beskriver verkliga förhållanden och händelser finns utmärkta möjligheter att göra matematiken levande och spännande. Man kan få in många av de strävansmål som uttrycks i kursplanerna för grundskolan och gymnasiet. Eleverna kan lockas att resonera och argumentera för sitt tänkande och det finns gott om exempel som bör kunna fånga deras intresse och väcka deras kreativitet. Om man jobbar mycket med tolkning av grafer, utan att ha exakta värden och utan att göra beräkningar, kan elever som anser sig själva som svaga i matematik på grund av bristande aritmetikkunskaper få en ny chans att lyckas. De kan därmed få en ökad tilltro till den egna förmågan att lära sig och att använda matematik. Under workshopen ges många förslag på hur man kan arbeta med grafer. Från enkla exempel för att ge förståelse för det tvådimensionella koordinatsystemet till mer avancerade exempel. Det kan gälla att lösa problem med hjälp av grafer eller att göra modeller för att t.ex. kunna förklara att torsken kan dö ut i vissa vatten trots fiskeförbud.

Några exempel på övningar

Nedan följer några av de övningar som diskuteras under workshopen.

- Det finns många exempel på uppgifter som tränar förståelsen av det tvådimensionella koordinatsystemet. En populär övning är att utgå från ett koordinatsystem med ett antal markerade punkter, där man kan läsa av två egenskaper hos några föremål. Sedan gäller det för eleverna att avgöra vilket av föremålen som hör till vilken punkt. Det kan t.ex. vara olika bollar (pingis, tennis, basket, ...) med olika vikt och olika volym. Övningen brukar leda till mycket diskussion och man måste verkligen fokusera på båda axlarna.
- I följande övning får eleverna träna på att se kopplingen mellan en graf och en konkret händelse. Rita upp ett stort antal grafer (utan att namnge axlarna) på tavlan. Läs därefter upp en beskrivning av en händelse (gärna lite annorlunda). Eleverna ska nu diskutera kring vilken av graferna som bäst beskriver händelsen och avgöra vad det bör stå på grafens båda axlar. Därefter väljer man en ny händelse o.s.v. Två exempel på meningar: "Antalet medlemmar ökar inte lika snabbt nu som tidigare", "Jag tycker inte om kall eller varm soppa, men ljummen är jättegott".
- En funktion kan ofta beskrivas på olika sätt, i ord, med en tabell, med en graf och med en formel. Övningen eller spelet nedan går ut på att eleverna ska få en ökad förståelse för vad en funktion är, vilka egenskaper olika funktioner har och hur dessa funktioner kan beskrivas. Speciellt ska eleverna träna på att se samband mellan de olika sätten att beskriva en funktion. Det är även viktigt att eleverna får träna på att förklara och argumentera för sitt tänkande. Spelet består av 4 kort per funktion, ett som beskriver funktionen i ord, ett som beskriver funktionen med en tabell, ett som beskriver funktionen med en graf och ett som beskriver funktionen med en formel. Om man har 6 olika funktioner representerade i en kortlek blir det alltså 24 kort. Korten kan därefter användas på olika sätt.

Alternativ 1: Sortera korten

Sitt i grupp (eller individuellt) och försök sortera korten så att alla kort som beskriver samma funktion kommer i en och samma hög.

Alternativ 2: Vilka har samma funktion

Dela ut korten i klassen och ge eleverna i uppgift att gruppera sig så att de som har kort som beskriver samma funktion hamnar i samma grupp.

Alternativ 3: Löjligen familjen

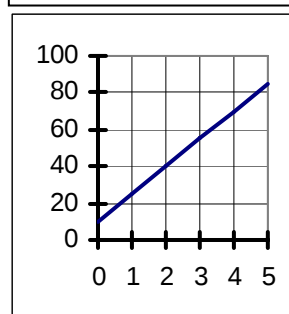
Blanda och fördela korten mellan de som deltar i spelet. Turas om att begära kort av varandra. När någon har alla fyra korten till en funktion har han/hon en familj.

Alternativ 4: Memory

Sprid ut korten på ett bord med baksidan uppåt och spela Memory. Om man vänder två kort som beskriver samma funktion har man fått ett par.

EXEMPEL PÅ KORT SOM BESKRIVER SAMMA FUNKTION

Vid hyra av solstolar får man betala en fast avgift på 10 kr samt 15 kr per timme

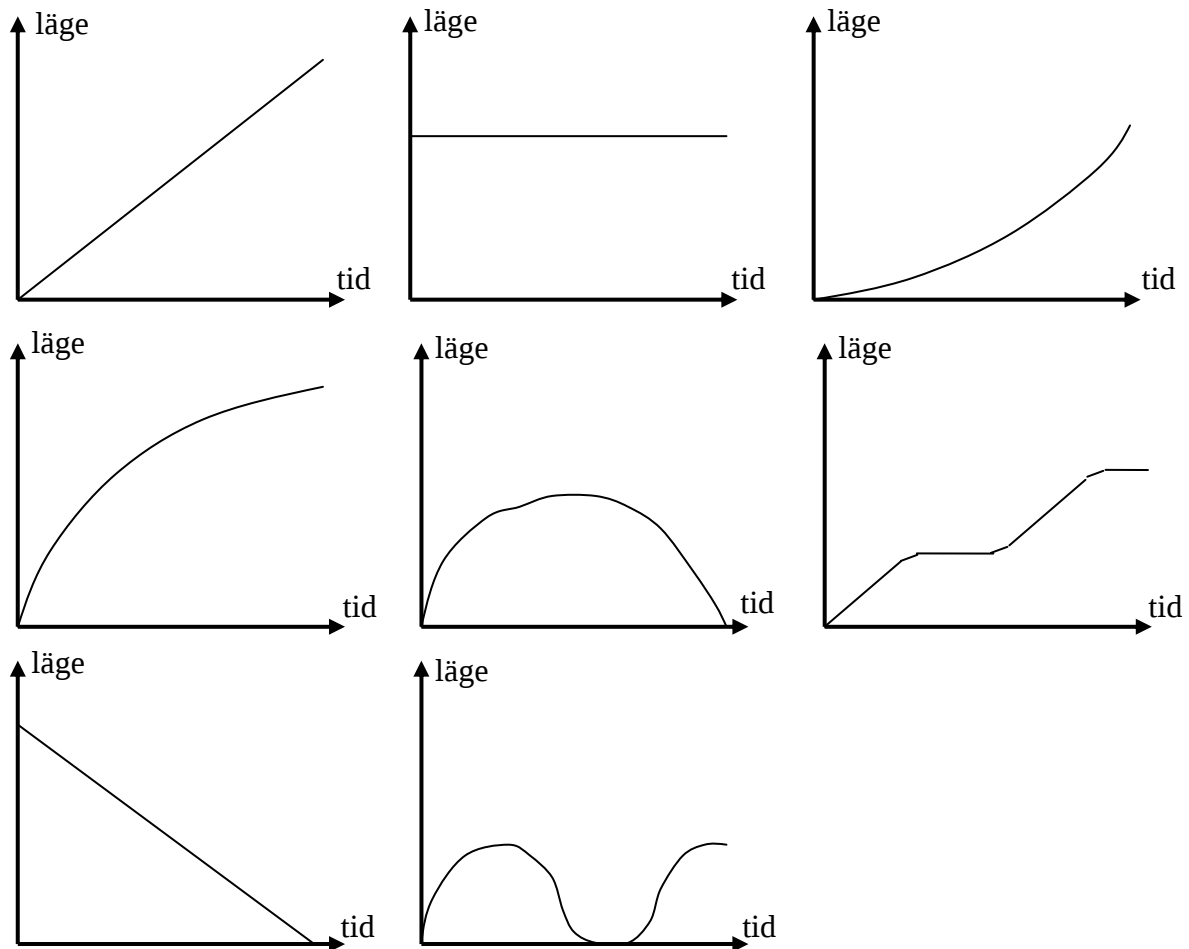


x	y
0	10
1	25
2	40
3	55
4	70
5	85

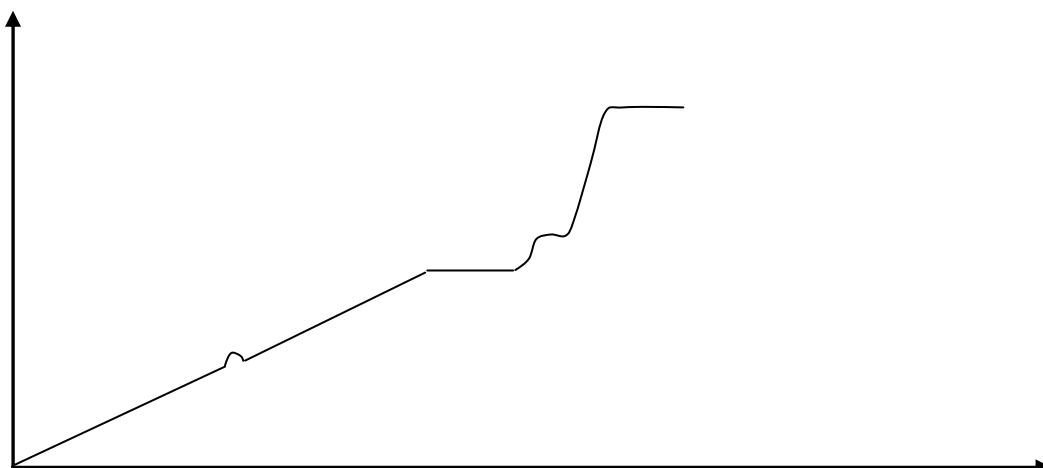
$$y = 10 + 15x$$

- När man jobbar med funktioner finns också chansen att få in lite roliga och annorlunda laborationer i matematikundervisningen. Låt eleverna laborera fram grafer till några olika funktioner t ex studshöjden som en funktion av fallhöjden för några olika bollar, tiden det tar att "göra vägen" som en funktion av antalet deltagare, hur långt en leksaksbil åker som en funktion av startrampens höjd, tiden det tar att få alla dominobrickor att falla som en funktion av antalet brickor eller längden en gummisnodd flyger som en funktion av snoddens töjning.
- I följande övning får eleverna träna på att se kopplingen mellan en graf och en konkret händelse genom att själva utföra händelsen. Rita upp några olika läge-tid-grafer på tavlan och låt eleverna i grupper diskutera kring hur det skulle se ut om de skulle gå på ett sätt som motsvarade respektive graf. Låt därefter en grupp välja någon av graferna. En representant för gruppen ska sedan gå på det sätt som grafen visar. Övriga elever får i uppgift att försöka se vilken graf som valts ut. Därefter är det nästa grupps tur att välja en graf o.s.v. Man får markera startpunkt och positiv riktning i klassrummet innan man börjar. Nedan finns några förslag på grafer. En annan variant är att läraren

eller någon elev går fram och går på ett visst sätt varefter elevernas uppgift blir att försöka rita motsvarande graf.



- Man kan också träna på att se kopplingen mellan händelse och graf genom att rita så kallade humördiagram. Varje elev får då rita en graf som visar hur humöret varierar under en dag.
- En annan övning som brukar leda till många kreativa diskussioner är att låta eleverna berätta vad de tror händer vid olika tidpunkter utifrån en given graf. Det finns många roliga exempel på grafer som kan användas. En klassiker är att rita upp en graf som anger vattenhöjden i ett badkar som funktion av tiden, se nedan. Tänk efter vad du tror händer vid olika tidpunkter.



- Grafer kan även användas för att diskutera mer komplicerade samband. Ett exempel är hur det kan komma sig att torsken kan dö ut i vissa vatten trots fiskeförbud. Genom att diskutera kring och rita grafer för hur fertiliteten respektive mortaliteten beror av antalet fiskar och jämföra dessa grafer kan man se att det är stor risk att fisken dör ut om man får ett för litet fiskebestånd. Detta betyder att om man t ex fiskar mycket hårt och får ett litet bestånd så är det inte alls säkert att ett fiskeförbud hjälper för att rädda fisken från att dö ut.