

På upptäcktsfärd mot nya begrepp

Bengt Drath arbetar halvtid som högstadielärare på Stöpenskolan i Skövde kommun och halvtid som fortbildare och lärarutbildare på Högskolan i Skövde.

Uppdraget

”Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem”, (Kursplanen i matematik).

En härlig mening vars innehåll skall prägla vår undervisning. Hur fixar man detta? Det låter ju ganska svårt och kanske ovant, men det gäller att själv ha pedagogiska strävansmål och att våga pröva sig fram. Inom geometrin är det lättare att ”duka upp för upptäckter”, här finns ju så många laborativa övningar som leder till nya insikter och förståelse. Men hur gör man för att eleverna skall upptäcka mer abstrakta begrepp, som t.ex. den s.k. förändringsfaktorn vid procenträkning? Hur dukar man upp för detta?

För min del har jag jobbat ganska länge med att låta eleverna kommunicera med varandra utifrån väl valda problemställningar (se artikel ”Mattesamtal-vägen till förståelse”, Nämnaren nr 2, 2005). Eleverna är alltså inskolade i detta arbetssätt, så nu gäller det att lägga upp en lektionsserie med goda problemställningar som öppnar upp för elevens tankar.

Utgångsproblem

Eleverna har i detta fall goda förkunskaper i procenträkning i hur man räknar ut vad t.ex. 15% av en helhet är. Jag valde att presentera utgångsproblemet för klassen på följande sätt:

En vara kostar 3000 kr. Den höjs med 15 %. Vad kostar den sedan? Försök räkna ut detta på olika sätt.

Som ”vanligt” följer vi arbetsmodellen att varje elev först får tid att tänka själv för att sedan i grupp diskutera sina lösningar. Ofta jobbar vi i par, enkelt och effektivt eftersom eleverna redan sitter två och två och att alla faktiskt måste börja prata. Därefter får grupperna gå fram och skriva sin lösning på tavlan. Slutligen får de redovisa dessa muntligt utifrån vad som står på tavlan, alltså både skriftlig och muntlig kommunikation.

Följande olika lösningar uppenbarade sig:

$$15 \cdot 30 \text{ kr} = 450 \text{ kr}$$

$$3000 \text{ kr} + 450 \text{ kr} = 3450 \text{ kr}$$

$$300 \text{ kr} + 150 \text{ kr} = 450 \text{ kr}$$

$$3000 \text{ kr} + 450 \text{ kr} = 3450 \text{ kr}$$

$$0,15 \cdot 3000 \text{ kr} = 450 \text{ kr}$$

$$3000 \text{ kr} + 450 \text{ kr} = 3450 \text{ kr}$$

$$1,15 \cdot 3000 \text{ kr} = 3450 \text{ kr}$$

I en normalklass finns alla kategorier av tänkande. Med denna enkla öppning av lektionen får alla tänka utifrån sin nivå och dessutom känna att de lyckas. Utmärkt, det är detta som är individualisering. I en sådan grupp får även de ”duktiga eleverna” utrymme och dessutom berikar de gruppen med sina mer avancerade lösningar. Den sista lösningen framtoogs just av

en sådan elevgrupp. Om inte denna lösning hade kommit upp hade jag förberett mig med följande följdproblem: *Försök att få samma resultat, men med bara en uträkning!*

Följdproblem

Efter att eleverna fått redovisa sina tankar och jag fått hjälpa till att synliggöra det matematiska innehållet var det dags för nästa problemställning: *En vara kostar 4000 kr och sänks med 20%. Vad kostar den sedan?*

Att använda nyvunnen kunskap är ett erkänt effektivt medel att fördjupa förståelsen. Alltså måste vi som lärare ”duka upp” för detta, inte speciellt svårt om man bara är medveten om detta och tar chansen. Även här fick vi olika lösningar, men åtskilliga hade tagit till sig den tidigare strategin att direkt erhålla lösningen via en uträkning: $0,80 \cdot 4000 \text{ kr} = 3200 \text{ kr}$

Språklig förankring

För att ytterligare implementera begreppsförståelsen startade jag nästa lektion med följande uppgift:

Vad betyder följande händelser? Förklara och skriv med egna ord.

$1,15 \cdot 5000 \text{ kr}$

$1,05 \cdot 5000 \text{ kr}$

$0,80 \cdot 5000 \text{ kr}$

Efter det egna skrivandet får eleverna jämföra med varandra i paret och sedan läser några upp inför hela klassen. Det blir flera olika beskrivningar av samma fenomen. Ett bra sätt att vidga sin syn på ett begrepp, i detta fall den s.k. förändringsfaktorn.

I detta läge är det lämpligt att färdighetsträna motsvarande moment i läroboken. Jag använder denna just som ett hjälpmedel att färdighetsträna, däremot tar jag själv ansvaret för övningar som möjliggör ”ett aktivt och öppet sökande efter förståelse och nya insikter”. De s.k. genomgångssidorna i boken använder vi naturligtvis aldrig, eftersom de hindrar elevernas egna upptäckande.

Nya utmaningar

Resan går vidare! Nästa lektion börjar så här:

Dina föräldrar sätter in 4000 kr på ett bankkonto till dig. Banken ger dig i genomsnitt 5 % i ränta. Hur mycket har du på ditt konto efter 5 år?

Följande elevlösningar skrevs på tavlan:

$$5 \cdot 40 = 200$$

$$4000 + 200 = 4200$$

$$5 \cdot 42 = 210$$

$$4200 + 210 = 4410$$

osv.

$$0,05 \cdot 4000 = 200$$

$$4000 + 200 = 4200$$

$$0,05 \cdot 4200 = 210$$

$$4200 + 210 = 4410$$

osv.

$$1,05 \cdot 4000 = 4200$$

$$1,05 \cdot 4200 = 4410$$

osv.

Det blev väldigt tydligt hur den nya metoden med förändringsfaktorn var ”en smartare metod” i denna typ av beräkningar. Eleverna fick möjlighet att byta upp sig i kvalitativt tänkande och förståelse. Här kan man se hur olika tänkande förstärker varandra i upptäcktsfärden mot ny och djupare förståelse.

Vid redovisningen har jag en viktig roll, nämligen att synliggöra mer matematik. Efter att ha diskuterat den sista lösningen skrev jag denna i en ny version på tavlan:

$$1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,05 \cdot 4000 = 5105$$

Hur har jag tänkt? Förklara!

Visst, de kom på samma förklaring som jag själv för ett antal år sedan, i en annan syn på lärandet, skulle ha presenterat för dem. Det gäller att hela tiden låta eleverna få tänka först, då har de sedan en egen tankestruktur att falla tillbaka på. Elever snappar mycket vid olika tillfällen som vi inte tänker på. I detta fall sa en elev spontant:

Kan man inte skriva detta på följande sätt: $1,05^5 \cdot 4000 = 5105$

Med min inblandning enades vi om följande skrivsätt:

$$(1,05)^5 \cdot 4000$$

En problemformulerad undervisning blir ofta inkörsporten till nya upptäckter, t.ex. matematikens språkbruk beträffande upprepad multiplikation.

Miniräknaren

Miniräknaren är ett effektivt räknetekniskt hjälpmedel och även ett metodiskt hjälpmedel. I detta fall vill jag visa på den förstnämnda aspekten, hur man ytterst snabbt kan utföra ränta-på-ränta-beräkningar. Om du slår in $1,05 \cdot 4000$ och därefter trycker på = så får du reda på vad du har efter ett år på kontot. Trycker du sedan på knappen för likhetstecknet igen upprepar miniräknaren samma operation igen och du får alltså svaret på hur mycket du har efter två år på kontot. Sammanlagt fem tryck på denna knapp gör att du genast får svaret på ovanstående uppgift, som med gårdagens penna-papper-metod skulle ta större delen av lektionen och för en del aldrig skulle leda till ett svar utan ett misslyckande istället! Med utgångspunkt för denna nyvunna färdighet av miniräknarens funktioner kan man duka upp följande problem: *Hur många år tar det innan dina insatta 4000 kr har fördubblats i värde?*

Reflektioner och lärdomar

- Att nå förståelse är en lång resa och denna måste ledas och "dukas upp" av en medveten lärare. Detta menar jag är meningsfull "handledning av elevens lärande".
- Lektionerna i denna resa hänger ihop och bygger på varandra i en medveten progression. När lärare frågar efter "tips på lektionsaktiviteter" blir jag misstänksam.
- Mångfalden berikar, man får chans att ta till sig nya strategier. En lagom heterogen grupp är förutsättningen för ett "gott lärande". Jag blir alltmer skeptisk mot nivågruppering, ibland förblindar den så att man tror att man individualiserar bara för att man placerar elever i olika rum.
- När olika lösningar skrivs på tavlan blir matematiken påfallande synlig. Dessutom blir det väldigt meningsfullt att uttrycka sig så att andra förstår tanken.
- Öppna problemställningar gör att alla lyckas och känner att de duger. "Elever med fallenhet" får också utrymme.
- Den höga frihetsgraden gör att man upptäcker mycket annat på vägen. T.ex. ger miniräknarens användning en ständig diskussion om hur noggrant man skall svara då displayen fylls av decimaler. Mina elever har automatiskt fått in denna reflektion på ett naturligt sätt.
- Jag blev glatt överraskad hur bra eleverna tog till sig begreppet "förändringsfaktorn", betydligt bättre än under min tidigare undervisning.
- Det gäller att byta perspektiv på lärandet, från en förmedlingspedagogik till en konstruktivistisk syn. Ständigt problematisera och ge eleverna chans att tänka först, i smått som i stort.
- Man måste kunna en hel del ämnesteorier i matematik samt väldigt mycket matematikdidaktik för att lyckas leda en undervisning som kursplanen målar ut i det

inledande citatet. Jag tycker att detta sätt är väldigt spännande även för min egen del, varje lektion blir en konst i lärande!

- Jag vill avsluta med en minnesbild från en lektion:

Anton vandrar till synes planlöst omkring i klassrummet, varför jag frågar vad han sysslar med. *Jag går omkring och funderar på en smartare lösning av problemet, svarar han.* Oavsett hans avsikt så blir det en härlig miljö i klassrummet. Det räcker långt för mig under en skoldag.