

Algebra på en annen måte?

Svein H. Torkildsen har 36 års erfaring fra undervisning i grunnskolen, vesentlig på høgstadiet. Torkildsen fikk i 2005 Holmboes Minnepris som gis til en norsk lærer som har drevet en god matematikkundervisning for sine elever og vært en inspirasjon for andre matematikklærere. Torkildsen arbeider nå ved Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen i Norge og er organisasjonssekretær i LAMIS, den norske matematikklærerforeningen.

Tradisjonelt har arbeidet med algebra i skolen bestått i å forenkle uttrykk, omforme og bruke formler, løse likninger og tegne grafer. I stor grad har dette foregått uten at denne avanserte matematikken er satt inn i en sammenheng. På denne workshopen skal vi se på hvordan vi med enkle midler kan sette algebraen inn i en sammenheng som gir elevene en opplevelse av hva algebra brukes til i det virkelige livet.

Algebra er et avansert symbolspråk. Med utgangspunkt i den historiske utviklingen av algebra presenterer vi en modell for hvordan den symbolske algebraen kan bli et naturlig språk for elevene å uttrykke seg i, resonnere i og kommunisere sine resonnementer i. Metoden bygger på Vygotskys teori om første og annen ordens språk.

Algebraen har gjennomgått en utvikling i tre stadier. Den symbolske algebraen slik vi kjenner den og underviser den i skolen er det foreløpige sluttproduktet av en lang utviklingshistorie. Bruk av variable og ukjente er beskrevet i gamle skrifter som *Rhindpapyrusen* og *Euklids elementer*. Fra *Rhindpapyrusen* kjenner vi en metode for å løse likninger av første grad som ble kalt *regula falsi* som vi kanskje ville kalle *gjett og juster*. Vi bruker problem 26 fra *Rhindpapyrusen* som eksempel:

En "hau" og en kvart gir til sammen 15. Regn med 4, legg til $\frac{1}{4}$, dvs 1 og tilsammen 5. Del ut med 5 og får 3. Endelig multipliser 4 med 3 og får 12. Den søkte "hau" er 12.

I Euklids *Elementer* finner vi en definisjon på et rektangel: Ethvert rektangel sies å være utspent av de to rette linjene som danner en rett vinkel i rektanglet. Med utgangspunkt i denne definisjonen blir den første kvadratsetningen uttrykt slik:

Hvis en rett linje deles tilfeldig vil kvadratet på hele linja være lik kvadratet på de to delene og to ganger rektanglet utspent av de to delene.

På dette første stadiet ble sammenhenger med ukjente og variable uttrykt *retorisk* med vanlig språk og setninger. Denne måten å uttrykke seg på utviklet seg etter hvert slik at en tok i bruk en mer forkortet skrivemåte, vi fikk en blanding av språk og symboler. Perioden strekker seg fra ca 250 e. Kr. til nærmere 1600 e. Kr. Vi snakker da om *synkopert algebra*. I Nämnaren Tema: Algebra för alla finner vi dette eksemplet: I en rektangel er en sida två centimeter längre än den andra. Omkretsen är tjugoåtta centimeter. Hur lång er rektangelns korta sida?

Den korta sidan är x , den längre $(x + 2)$ cm. Omkretsen är 28 cm, och består av sidor som är x , $(x + 2)$, x och $(x + 2)$ cm långa, sammanlagt $(4x + 4)$ cm. Då är $4x$ fyra mindre än 28, dvs. 24 och x måste vara 6. Korta sidan är 6 cm.

Den synkoperte algebraen ble altså avløst av den symbolske algebraen og formelspråket fra omkring år 1600. Den symbolske algebraen har et sett av symboler som er internasjonalt anerkjent, og den gir oss muligheter for å skrive både sammenhenger og resonnement på en komprimert måte. Men det forutsetter av vi kjenner språket og sammenhengen mellom strukturene dette språket uttrykker.

Å lære algebra kan sammenliknes med å lære et språk. Det er her vi kan koble inn Vygotsky som snakker om språk av første og annen orden. Språk av første orden er det som umiddelbart gir mening hos mottakeren. Setninger eller språk som ikke direkte gir noen mening for oss, kaller vi annen ordens språk. Da trenger vi et oversettelsesledd før vi kan gripe meningen. Når en skandinav lærer engelsk i skolen, må vi til å begynne med oversette de engelske ordene til vårt eget språk før de engelske ordene gir mening. Det tar tid før de engelske ordene gir mening uten at vi går veien om vårt eget språk. Da er det fremmede språket blitt et første ordens språk.

Om vi nå i tillegg ser på hvordan små barn lærer seg språk, finner vi også interessante ting som kan ha betydning når vi skal la elever arbeide med algebra. Barna farer rundt og gjør seg mange erfaringer ved å gjøre noe, ta og kjenne på gjenstander. Samtidig som de skaffer seg erfaringer får de høre hva de gjør og hva de har i hendene og munnen. Slik kobles språk til erfaringer.

Begge disse forholdene kan vi utnytte når vi skal lære oss det algebraiske symbolspråket. Den historiske utviklingen av algebra gir oss nøkkelen. Elevene får først skaffe seg erfaringer som involverer variable og ukjente. Dette snakker vi om i hverdagsspråket som er et første ordens språk. Vi starter altså med retorisk algebra. Vi dveler ved hvert enkelt eksempel. Når elevene har funnet et retorisk uttrykk for sammenhengen de har studert, formulerer vi sammenhengen på en noe mer komprimert form, altså synkopert. Det tredje trinnet blir altså å uttrykke det samme symbolsk. Disse tre måtene å betrakte sammenhenger på får leve ved siden av hverandre til elevene kan oppfatte den symbolske algebraen direkte.

Parallelt med dette arbeidet får elevene god erfaring med problemløsning og enkel hoderegning. Mange av aktivitetene vi arbeider med er utforskinger elevene kan systematisere ved tegninger og i tabeller som de må studere for å finne sammenhengene.

På denne workshopen skal vi ta utgangspunkt i enkle oppgaver som gir elevene mulighet til å uttrykke seg algebraisk. Vi legger inn en progresjon som fører til at elevene også arbeider med identiteter og slik sett begrunner at to tilsynelatende ulike uttrykk er identiske. På den måten leder vi elevene inn i det fagfeltet som mange elever sliter mest med: behandling av algebraiske uttrykk.

Referanser:

Breiteig/Venheim: Matematikk for Lærere 2, Tano-Aschehoug 1999

Nämnaren Tema: Algebra för alla

Svege og Thorvaldsen: Algebraens historie: <http://www.afl.hitos.no/mahist/algebra/>

Torkildsen/Maugesten: Sirkel, matematikk for ungdomstrinnet, Aschehoug