

Grafräknare på högstadiet – en ingång till matematik



Jonas Hall är lärare i matematik och fysik samt lokal skolutvecklare på Mörbyskolan i Danderyd för år 7-9. Han driver två lokala matematiktävlingar och jobbar aktivt med teknologi i matematikundervisningen vilket han skriver om på bloggen <http://thedadmathematician.edublogs.org>.

Inledning


Traditionellt har det i skolans regi funnits två till matematiken: Boken och Läraren. Dessa ingångar har stimulerat elever med delvis olika inlärningsstilar. Elever som varken tilltalats av bok eller lärare har stängts ute från matematiken. Genom att metodiskt använda grafräknare i undervisningen på högstadiet ger man eleverna en ny ingång till matematiken som kan tilltala de som antingen är tekniskt eller taktilt skickliga.

Sedda som ett pedagogiskt hjälpmedel och använda på rätt sätt med pedagogens guidande hjälp kan eleverna med grafräknare

- se problem i olika representationer
- spara tid vid grafritning
- utforska okända begrepp
- få bättre och djupare stöd för sin problemlösning.

Olika representationer

En grafräknare kan ofta representera ett problem på flera olika sätt, t.ex. algebraiskt, grafiskt/geometriskt, numeriskt eller skriftligt. Som ett exempel visar jag hur begreppet moms kan representeras:

- algebraiskt: $P_i = 1,25 \cdot P_e$ där P_i och P_e är priset inkl. respektive exkl. moms
- geometriskt: 
- Grafiskt: Som en proportionalitetsgraf
- numeriskt: 340 kr + 85 kr = 425 kr. Flera värden kan ordnas i en tabell.
- skriftligt: Momsen är en fjärdedel av priset utan moms...

För att förstå begreppet moms ordentligt bör eleverna behärska flertalet av dessa representationer. En grafräknare kan göra detta och växla mellan representationerna på ett sätt som traditionell räkning med papper och penna inte lämpar sig för.

Man bör dock vara helt på det klara med att majoriteten av eleverna nöjer sig med att ”få rätt svar” och måste styras till att använda verktyget på rätt sätt. Det kräver att läraren aktivt ändrar på uppgifter och arbetssätt. Man kan t.ex. be eleverna skriva upp tre andra representationer om de får en given. Kortare inlämningsuppgifter där språk (både svenska och ”matematiska”), muntlig och skriftlig redovisning är centralt kan också vara lämpliga arbetssätt.

Det är högst troligt att inläringen går bättre om eleven får uppleva sammanhanget mellan dessa olika representationer och grafräknare bör därför kunna fungera som pedagogiskt verktyg även för svaga elever om det sker på rätt sätt, dvs som metodiskt hjälpmedel snarare än bara som räkneverktyg.

Spara tid vid grafitning

Givetvis ska man lära sig rita grafer för hand. Man för att förstå beteendet hos en rät linje eller andragradsekvation, eller åskådliggöra ett statistiskt material i ett stolpdiagram för att kunna dra slutsatser från det krävs snarare erfarenhet av att ha sett många sådana diagram och hur graferna dynamiskt hänger ihop med de ingående parametrarna. Grafräknare och datorer är mycket lämpade för detta då de enkelt producerar diagram och grafer mycket snabbare än vad man kan göra för hand. Givetvis finns det tillfällen då man inte vill spara tid på detta sätt, mer om det i rutan nedan.

Utforska okända begrepp

Det finns en mängd olika matematiska begrepp som går att utforska med en räknare. Många är matematiskt intressanta men har försvunnit ur de svenska kurserna på grund av den nyttoinriktning som präglat matematikundervisningen det senaste halva århundradet. Begrepp som absolutbelopp, heltalsdel, decimaldel, decimalutveckling, ekvationslösning med iterering etc. är inte alls svåra om de presenteras på rätt sätt och kan åskådliggöras i grafer, tabeller eller numeriska exempel. Räknaren erbjuder en port till denna matematik som är svår att nå genom enbart bok och lärare och fungerar därför utmärkt som ett medel för att arbeta mot strävansmålen i matematik.

Problemlösningstöd

Genom sin förmåga att visa problem i olika representationer har räknarna en potential att bli effektiva verktyg för elevernas problemlösande. Systematisk undervisning i hur man använder dessa multiverktyg i problemlösningssarbetet krävs då för att få bra resultat. Återkommande diskussioner och reflektioner till hur man angriper problem behövs. Ett exempel på detta kan vara att inte bara lära sig lösa ekvationer utan att lära sig göra det på olika sätt, med olika metoder och diskutera på vilka olika sätt man använder dessa metoder när man använder hjälpmedel eller inte gör det. Här är några sätt att lösa ekvationer:

- Traditionellt genom successiva förenklingar
- Handpåläggning
- Genom att rita två grafer och hitta skärningspunkten
- Prövning
- Systematisk prövning, regula falsi
- Använda räknarens inbyggda ekvationslösare
- Använda en enklare, hemprogrammerad problemlösare

Eleverna bör få en bild av dessa olika verktyg och kunna hantera flertalet av dem så de kan välja lämplig metod beroende på sammanhang. Jämför med att sätta upp en hylla med hjälp av spik, skruv, konsoler, lim, stöttor...

Programmering

Den tekniskt skicklige pedagogen kan enkelt programmera räknarna till att automatisera, och därmed snabba upp lösandet av sådana uppgifter som gruppen kan betrakta som standard-uppgifter. T.ex. skulle man kunna studera hur lång tid det tar att gå upp och ned för en rulltrappa med farten v om rulltrappan rullar med farten u . Efter att ha löst flera sådana problem numeriskt skulle läraren kunna gå djupare och låta eleverna använda program som genererar lösningen automatiskt för att snabbt kunna undersöka vad som händer för olika värden på u och v . Om $u = 1$ m/s kan man fråga hur tiden det tar varierar som funktion av v . Om man går med hastigheten 2 m/s kan man fråga hur tiden varierar som funktion av u .

Det här illustrerar en annan princip: Genom att lösa samma problem på flera sätt, med olika metoder, till olika djup, vid olika tillfällen, uppnås en djupare förståelse än om man bara löser massor av olika uppgifter hela tiden. Hur bra sjunger en kör som alltid sjunger olika sånger? Blir inte kören bra just därför att de tränar på vissa sånger om och om igen, med olika tolkningar, vid olika tillfällen för att hitta den djupare insikten om sångens kvalitéer?

I det här perspektivet kan även grafitningen ses. Genom att göra många grafer på kort tid sjunger vi "grafräknarsången" i många olika varianter för att till slut se de djupare sanningarna.

En skicklig programmerare kan dessutom göra andra pedagogiska vinster genom att t.ex. skriva program som levererar huvudräkningsuppgifter som automatiskt rättas, konkretiserar vad det matematiskt korrekta beräkningssättet är då man "lägger på 15 %" eller konverterar tal till och från romersk skrift/binär form etc.

Praktiska detaljer

Den praktiska hanteringen av grafräknarna är viktig. Om eleverna äger räknarna som är fallet på många gymnasieskolor får man ett pedagogiskt/praktiskt problem eftersom flera märken och modeller kan finnas i ett klassrum samtidigt, en del elever inte har grafräknare etc. Om å andra sidan skolan äger räknarna står dessa för en substantiell investering för skolan och måste skyddas och administreras på ett effektivt sätt. På Mörbyskolan har vi först jobbat med långtidslån för att sedan gå över till klassrumsräknare.

Långtidslån har flera fördelar. Eleven är helt ansvarig för räknaren under hela året och har möjlighet att ha tillgång till den både i skolan och hemma. Å andra sidan kan då räknarna bara användas för en elev i taget vilket antingen begränsar tillgången eller leder till massiva investeringar. Skolan upprättar lånekontrakt som signeras av elev och vårdnadshavare.

Att i stället ha en klassuppsättning som följer läraren gör att varje räknare kan användas till flera elever. I gengäld kan de inte användas hemma. Intresserade elever rekommenderas att skaffa en av samma märke och modell. Räknarna märks med rum/lärare och löpnummer och varje elev har alltid samma räknare. Varje räknare används då maximalt t.ex. av en elev i år 7, en i år 8 och en i år 9 (våra elever är nivågrupperade tvärs över årskurserna). Utan nivågruppering kan en lärare ha fler grupper och räknarna används i så fall ännu effektivare.

Vilken elev som använder vilken räknare noteras vid terminsstart och räknarna förvaras i lämpliga låsta lådor/skåp och kontrolleras alltid vid start och slutet på varje lektion. Eleverna tränas i att ansvara för att sin (nästan) personliga räknare hamnar på rätt plats och i rätt ordning så att kontrollen blir smidig.

Vid klassrumsgenomgångar är det absolut essentiellt att ha tillgång till OH-platta, plansch över räknaren och pekinne så att man kan visa var tangenter sitter och vad som visas på skärmen.

Länkar

Mörbyskolans webbplats har en sida för matematik på <http://www.morbyskolan.se/ma>

Material som visar exempel på planeringar, lånekontrakt, elevinstruktioner m.m. finns att hämta på Mörbyskolans webbplats för grafräknare, <http://www.morbyskolan.se/ma/graf>.

Program- och applikationsfiler för TI-räknare finns att ladda ned på Mörbyskolans filarkiv för matematik på <http://files.morbyskolan.se>

Jonas Hall skriver om dynamisk geometri, grafräknare och annan teknologi i matematikundervisningen på bloggen <http://thedadmathematician.edublogs.org>

Jonas Hall driver även blogg mer riktad mot elever där man t.ex. kan följa kurser i problemlösning eller delta i Spindelmatte – en tävling på nätet på <http://mermorbymatte.edublogs.org>

Texas instrument har en webbplats för räknare med information, nedladdningsbara filer, operativsystem, aktiviteter, lektionsförslag (på engelska i "Activity Exchange") och mycket annat på <http://education.ti.com>

Det finns ett omfattande filarkiv med gratis program och applikationer på <http://www.ticalc.org/pub>