

Matematik som mönster eller som monster?

Maria Alkhede är specialpedagog, med en pedagogisk bakgrund som lågstadielärare och musiklektör, verksam i Kungsbacka kommun.

Inledning

Matematiken är ett levande ämne som finns överallt i vår omvärld. Om våra elever får möta matematiken på allt för ensidigt sätt kan detta ämne, i allt för hög grad, formaliseras och förlora sin betydelse. Det är även en stor risk för att eleverna förlorar både motivation och inspiration till matematiken. När jag då hittar en bok som *Sifferdjävulen* av Hans Magnus Enzensberger (1997), där matematiken betraktas som mönster och framställs på ett mycket underhållande och verklighetsbaserat sätt, får jag en idé. Genom att låta eleverna arbeta med Sifferdjävulens mönstertänk, utmaningar och provningar tror jag mig kunna visa på matematikens samband i ett sammanhang.

Matematik som mönster

Under de senaste trettio åren har en definition av matematik vuxit fram, nämligen att matematik är vetenskapen om mönster. I boken *Mathematics: The science of patterns*, har Devlin (1994) tagit den här moderna beskrivningen av matematik och delat upp den i sex huvudteman: räknemönster - mönster av form - mönster i rörelse och förändring - mönster av läge (topologi) - symmetri och regelbundenhet i mönster - mönster av orsak och förbindelse. Vid en jämförelse mellan dessa sex områden och matematiken i Enzensbergers bok finner jag följande:

Devlins sex huvudteman

Enzensbergers områden

Räknemönster

Primtal, udda och jämna tal, triangel- och kvadrattal, Gauss Euler

Mönster av form

Gyllene snittet, Fibonaccis talföljd, kub och andra kroppar, cirkel och andra former

Mönster i rörelse och förändring

Oändliga tal, roten ur, irrationella tal

Mönster av läge (topologi)

$V(\text{vertice}) - E(\text{edges}) + F(\text{faces}) = 1$ (här översatt till $K[\text{knutar}] - Y[\text{ytor}] - L[\text{linjer}] = 1$)
Herr Kleins flaska.

Symmetri och regelbundenhet i mönster

Fraktaler

Mönster av orsak och förbindelser

Möjligheter och kombinationer

I en reviderad upplaga av Devlins ovannämnda bok tar författaren även upp Pascals triangel. Denna taltriangel presenterar även Enzensberger i sin bok. Furness (1988) menar att om man kan få barnen att upptäcka mönster i naturen och matematiken kan man också lära sig att iaktta sambanden dem emellan. Furness anser att matematikundervisningen är alldeles för inriktad på att lära de olika aritmetiska teknikerna. Han menar att det är av vikt att se matematiken i ett vidare sammanhang med dess kopplingar till andra ämnen som t.ex. bild och naturvetenskap.

Boken - Sifferdjävulen – Der Zahlenteufel – H. M. Enzensberger

Boken har en underrubrik som lyder: *En bok att stoppa under huvudkudden, för alla som är rädda för matematik*. Den handlar om pojken Robert som med hjälp av Sifferdjävulen upptäcker matematiken., I Roberts drömmar visar Sifferdjävulen Teplotaxl på matematikens sammanhang och samband. Under den första natten berättar Sifferdjävulen om oändligt plus, oändligt minus och om siffran 1. Boken innehåller ytterligare elva nätter med diverse matematiska områden bl.a. romerska siffror – nollan – tiotalssystemet – skutt (potenser) – primtal– oförnuftiga tal (irrationella tal) – rädisan ur (roten ur) - trekantiga tal (triangelstal) – kvadrattal – bonatschital (Fibonaccis talföljd) – Pascals triangel – kombinatorik – diverse talföljder - snöstjärnor (fraktaler), femhörningen - talet 1,618 - presentation av några matematiker, bl.a. Euler, Gauss, Russel och Klein. Boken slutar med att Robert är tillbaka i sin skola där hans magister ger honom och klassen en, vad han tror, omöjlig uppgift. Robert, som nu har fått matematiska verktyg av Sifferdjävulen, löser uppgiften ganska lätt, till magistern stora förvåning.

Studie

I en D-uppsats (Alkhede, 2004) har jag med utgångspunkt i Enzensbergers bok *Sifferdjävulen* beskrivit min studie av arbetet med denna undervisningsidé. Med utgångspunkt i boken jämte våra styrdokument utformade jag dels ett elevmaterial och dels ett intervjumaterial som jag sedan arbetade med i en elevgrupp skolår 5-6 under en termin. Genom att arbeta med mitt material och dokumentera alla händelser, göra observationer och intervjua 12 av dessa 20 elever kunde jag beskriva terminens matematiska process. Intervjumaterialet gick ut på att få igång en diskussion mellan eleverna för att de tillsammans skulle kunna upptäcka mönster av olika slag. Elevmaterialet syftade till att låta eleverna vara med om samma äventyr som figurerna i boken. Den matematiska termin vi tillsammans gått igenom kan beskrivas som mycket givande. Med tanke på alla goda diskussioner vi haft och den stämning som rått under terminen har denna undervisningsidé varit till nytta. Från analysen av intervjuunderlaget kan jag märka följande: Vid intervjutillfälle nummer två, i slutet av terminen, hade eleverna ett mer varierat sätt att hitta lösningar, dessutom verkar de mer engagerade i att nå ett tillfredställande resultat. Genom samarbete och diskussion kom eleverna fram till en lösning som de blev nöjda med och som de kunde motivera. Diskussion och samarbete kan vara ett sätt att dels lära av andra och ta del av deras tankar och dels lyssna och få klarhet i sina egna tankar. Kanske har detta arbete även gett dem en eller annan tanke om att problem inte alltid har en lösning utan att det kan löna sig att försöka hitta fler vägar till målet.

Elevmaterialet

Detta material är tänkt att dels visualisera/konkretisera och dels vidareutveckla respektive avsnitts innehåll. Före introduktionen av arbetet med *Sifferdjävulen* diskuterade jag och klassen frågor som: Vad är matematik för dig? Det bästa/sämsta med matematiken tycker jag är att ... Var finns matematiken? Till vad använder du matematiken? När använder du matematiken? Tycker du om matematik? Undervisningsidén bygger på att pedagogen läser ett avsnitt ur boken för klassen och sedan, genom det utformade materialet, låter eleverna vara med om samma matematiska äventyr som pojken i boken. Ett smakprov från boken:

– Vem är du? frågade Robert. Mannen svarade med förvånande hög röst: - Det är jag som är Sifferdjävulen. Men Robert hade ingen lust att låta en sån där liten putte lura i honom vad som helst. /.../– ”Om två bagare bakar 444 kringlor på sex timmar, hur lång tid tar det då för fem bagare att baka 88 kringlor”? – Vilket trams, hävde Robert ur sig. Vilket idiotiskt slöseri med tid. Så försvinn! Ge dig iväg! Sifferdjävulen hoppade elegant ner från sitt ängsyrablad och landade bredvid Robert som i protest hade satt sig i det kämpahöga gräset. – Var har du hört den kringelhistorien? I skolan förstås. /.../ – Nåja, sa Sifferdjävulen och log. Inget ont om din lärare med det har då inte ett dugg med matematik att göra. (Enzensberger, 1997, s. 11-12)

De matematiska områden som boken presenterar skapar stora möjligheter för vidareutveckling. Så förutom Sifferdjävulens matematik får eleverna också bekanta sig med andra matematiska uppgifter - plusmaterial.

Den första delen i boken handlar om siffror, tal och taluppfattning. Här fick eleverna även då arbeta med olika talmönster, våra indisk/arabiska siffror, andra siffer- och taltecken (kilskrift, Mayafolkets skrift, Romerska "siffror"), "talbubblor", palindromer, "noll-kvadrat", "addera raden" och Magisk kvadrat. Sifferdjävulen pratar ganska länge endast om siffran ett (1) men säger efter ett tag att:

- Det vore mer praktiskt om vi kunde komma på något bättre än att alltid ta $1+1+1+1\ldots/ \ldots/$ Om du vill, ska jag gärna visa dig hur man får fram alla siffror av bara ettor. – Och hur skulle det gå till? – Mycket enkelt. Så här gör jag: $1 \times 1 = \underline{1}$ $11 \times 11 = \underline{121}$

$111 \times 111 = \underline{12321}$ $1111 \times 1111 = \underline{1234321}$ osv. (Enzensberger, 1997, s 21-22)

Exempel på taluppfattningsaktiviteter:

▫ Studera och kommentera nians multiplikationstabell

$1 \times 9 = 9$
 $2 \times 9 = 18$
 $3 \times 9 = 27$
 $4 \times 9 = 36$
 $5 \times 9 = 45$
 $6 \times 9 = 54$
 $7 \times 9 = 63$
 $8 \times 9 = 72$
 $9 \times 9 = 81$
 $10 \times 9 = 90$

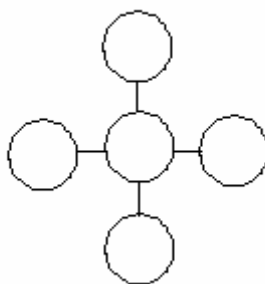
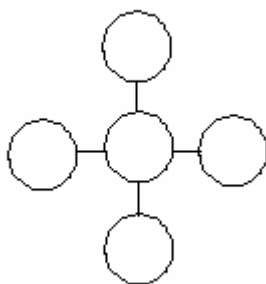
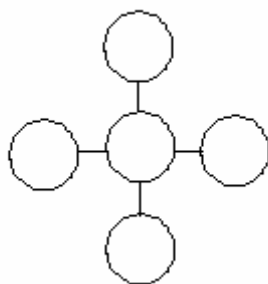
▫ Ser du mönstret?

$3 \times 37 = 111$
 $6 \times 37 = 222$
 $9 \times 37 = 333$
 $12 \times 37 = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{1cm}} \times 37 = \underline{\hspace{2cm}}$

Talbubblor

Använd talen **1 – 2 – 3 – 4 – 5** och bilda summan **8** både lodrätt och vågrätt i en av figurerna.

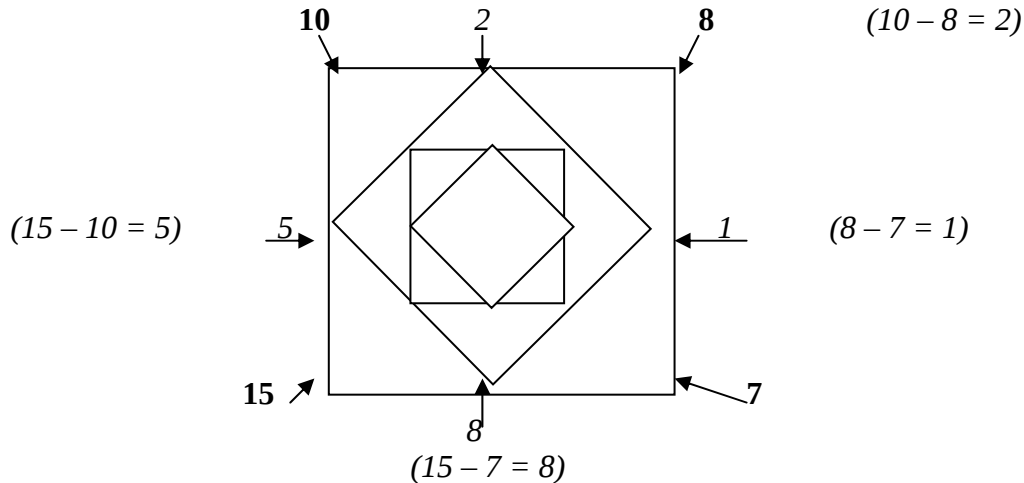
Du kan även arbeta med summan **9** eller **10**



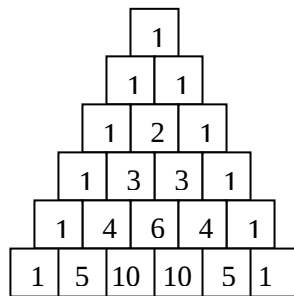
"Nollkvadrat"

Skriv ett tal i varje hörn av den stora kvadraten (10, 8, 7 och 15). Subtrahera (störst tal först) sedan ett hörn med det andra i samma linje och skriv differensen i varje hörn på kvadraten, som du har ritat innanför "på snedden". Nu har du fått fyra nya "hörntal" (2,1, 8 och 5) Fortsätt på samma sätt och rita en ny kvadrat innanför de två andra. Varannan gång "rakt" och varannan gång "på snedden" Fortsätt tills du kommer till det oundvikliga slutet 0 (noll).

”Nollkvadrat”



Längre fram i boken pratar Sifferdjävulen om andra talmönster, exempelvis Fibonaccis världsberömda talföljd: 1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - 21 - 34... och tar även i detta sammanhang upp Det Gyllene Snittet, talet 1, 618. Sifferdjävulen visar Robert hur kaniner förökar sig och hur träden växer. Jag utvecklar detta genom att visa och prata om ananas, solros och kottar. Sifferdjävulen presenterar även Pascals triangel och använder sig av den när han presenterar de trekantiga talen (1 - 3 - 6 - 10 - 15 - 21...) och kombinatorik i form av antal handslag och antal platsbyten.



Del av Pascals triangel

Jag tror att det är viktigt att upptäcka matematiken utanför skolan och matematikboken. Det kanske t.o.m. är en förutsättning för att våga och kunna se matematikens samband i ett sammanhang. Denna undervisningsidé kan kanske vara ett sätt att inspirera och motivera eleverna till att lära mer om och i matematiken. För visst vill vi få våra elever att förstå att matematik är mönster och inte monster?

Litteratur

Alkhede, Maria (2004) ”Sifferdjävulen” som läromedel i matematik. En undervisningsidé där matematik betraktas som mönster. Fördjupningsarbete II, inom program i pedagogik med didaktisk inriktning. Mölndal: Göteborgs Universitet IPD.

Devlin, Keith (1994). *Mathematics: The Science of patterns*. New York: Scientific American Library

Enzensberger, Hans Magnus (1997). *Sifferdjävulen – en bok att stoppa under huvudkudden, för alla som är rädda för matematik*. Stockholm: Alfabeta

Furness, Anthony (1988). *Mönster i matematiken –Handledning i laborativa arbetsätt.*
Falköping: Ekelunds Förlag AB