

Modellering som undervisningsform på 8. og 9. klassetrin

Morten Blomhøj

Al anvendelse af matematik uden for matematikken selv forudsætter en eller anden form for modeldannelse, hvor størrelser og relationer, der ikke selv er matematik, modelleres ved hjælp af matematiske objekter og relationer (Blomhøj, 1993). Matematisk modellering betegner den proces, hvorunder en matematisk model opstilles og anvendelse til at beskrive, forudsige eller foreskrive forhold uden for matematikken. Anvendelse af matematik i form af f.eks. regning med "benævnte størrelser" har altid indgået i grundlæggende matematik- og regneundervisning, men bevidst refleksion over relationen mellem de matematiske repræsentationer og den virkelighed, de blev brugt til at beskrive, er først blevet en del af almen matematikundervisning med indførelsen af begrebet matematisk model.

Gennem de seneste årtier er matematiske modeller og modellering gradvist blevet indført i matematikundervisningen både i folkeskolen og på det gymnasiale niveau og spiller i dag en ret markant rolle på bekendtgørelsesniveau i Danmark. Udviklingen findes tilsvarende i mange andre vesteuropæiske lande, og den er forløbet under indflydelse af matematikdidaktisk forskning (Niss, 1989). Der har været givet flere forskellige begrundelser for øget fokus på modellering. For det første kan arbejdet med modeller og modellering motivere eleverne til beskæftigelse med matematik, fordi de herved kan se hvad matematikken kan bruges til. For det andet er udvikling af elevernes kompetence til selv at gennemføre og reflekterer over en modelleringsproces et værdigt selvstændigt mål for en almen matematikundervisning. For det tredje kan arbejde med modeller og modellering give en værdifuld indsigt i, hvordan matematikken anvendes i dagliglivet, i samfundslivet og inden for andre fagområder. For det fjerde kan arbejdet med modellering bidrage til dannelse af en kritisk dømmekraft over for opstilling og anvendelse af matematiske modeller.

I praksis har matematiske modeller og modellering imidlertid ikke fået den tilsigtede opmærksomhed, hverken i folkeskolen eller i det almene gymnasium. I det omfang modellering indgår i undervisningen, begrænser elevernes virksomhed sig som oftest til at anvende en given model og fortolke resultaterne i forhold til en given kontekst. Opstilling af modeller og de mulige konsekvenser af modellernes anvendelser indgår typisk ikke i undervisningen. Det betyder, at mange af de didaktiske muligheder, der ligger i matematisk modellering som undervisningsform ikke bliver udnyttet.

Generelt bliver modellering opfattet som noget, der kommer efter, at eleverne har tilegnet sig den matematik, der skal bruges, og ikke som en integreret del af læreprocessen. Samtidig har det vist sig vanskeligt at sikre modellering en så fremtrædende plads i prøve- og eksamenssystemerne, at det virker fremmende for arbejdet med modellering i den daglige undervisning. Hertil kommer, at det for læreren kan være særdeles krævende at tilrettelægge og gennemføre en undervisning, der kan udvikle elevernes kompetence til selv at opstille, analysere og kritisere matematiske modeller. Det kræver et brud med den lærebogsstyrede undervisning med teorigennemgang og tilhørende opgaveregning.

I foredraget giver jeg eksempler fra forskellige udviklingsprojekter på hvordan, der kan arbejdes med matematisk modellering på 8. og 9. klassetrin. Det drejer sig blandt andet om forløbet *Matematikmorgener* (Blomhøj og Skånstrøm, 2006), hvor elever i 8. klasse arbejder

med at beskrive forskellige forhold og fænomener fra deres eget hverdagsliv om morgenen, og hvor de to følgende eksempler er taget fra.

Brusebadet

I forløbet Matematikmorgener, var der flere elever, der beregnede hvor meget vand, de bruger til deres morgenbad. De har på forskellig måde målt, hvor meget vand der løber ud af bruseren. En af eleverne (Morten) har holdt en guldspand ind under bruseren i et minut og bagefter målt, at der var 6 l i spanden. Han har skrevet på sit kladdepapir, at han bader i 10 min. og bruger 60 l vand. Læreren kommer forbi og de snakker om, hvordan målingen er lavet.

Læreren: Lader du ikke vandet løbe lidt, inden du går ind, så det ikke er koldt.

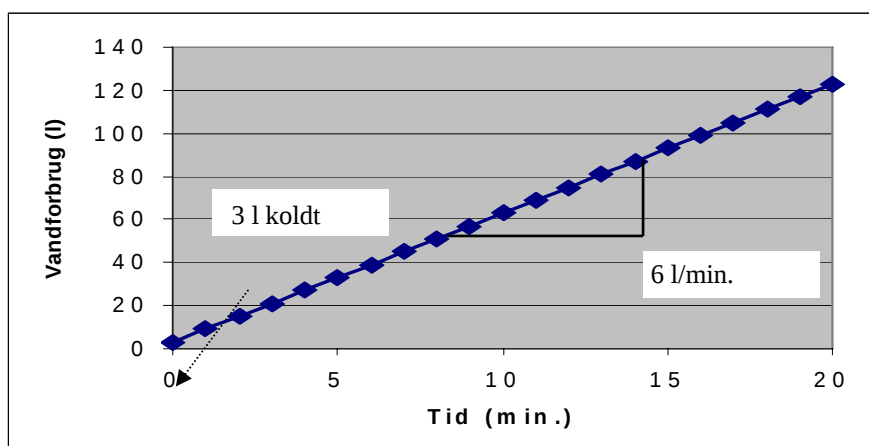
Morten: Jo, det tager nok omkring et halvt minut.

Læreren: Prøv at måle det også – i morgen. Men hvis du venter et halvt minut, hvor meget vand bruger du så i alt på dit bad.

Morten: 63 l.

Læreren: Kan du lave en tabel, der viser hvor meget vand du bruger, alt efter hvor lang tid du bader? [Læreren går.]

Efter ca. 10 minutter har Morten lavet en tabel, der viser vandforbruget for 1-20 minutter. Morten forklarer, at han har lagt 6 til hver gang og at et bad på 1 min. kræver 9 l. Læreren udfordrer ham til også at tegne sammenhængen som en graf i et koordinatsystem. Morten laver et koordinatsystem på millimeterpapir og indtegner alle punkterne fra tabellen og en ret linie gennem dem.



Figur 1: Gengivelse i Excel af Mortens graf.

Lærer: Kan du også lave en formel, der kan beregne vandforbruget, når du indsætter hvor lang tid du vil bade?

Elev: Hvordan mener du man skal gange med 6 og lægge 3 til.

Lærer: Ja, det er helt rigtigt. Hvis du kalder badetiden for x og vandforbruget for y, kan du så lave en formel eller ligning for y?

Efter nogle minutter og lidt hjælp fra læreren når Morten frem til følgende ligning:

$$y = 6 \cdot x + 3$$

Morten prøver formelen for forskellige tider – den passer! Morten er glad for formelen og meget åben for en samtale med læreren om liniens ligning, hældningskoefficient og skæring med 2. akse – det er nye begreber for Morten. Såvel tabel, graf som ligning kom med på Mortens plakat med gode forklaringer, om hvad de enkelte variable og tal betyder. Til sidst i samtalen foreslår læreren, at Morten næste gang han er i bad skal tænke på, om han vil skrue op eller ned for hældningskoefficienten. Morten griner og siger: “men så passer beregningen jo ikke mere”.

Man skal naturligvis ikke tro, at Morten efter dette forløb har helt styr på begrebet hældningskoefficient, men oplevelsen med modellering af brusebadet kan tjene som kognitiv rod for Morten i hans fortsatte læreproces omkring ligningen for den rette linie og funktionsbegrebet.

Tandpastatuben

Tandbørstning indgår heldigvis i mange elevers morgenrutine og flere elever valgte lade tids-, vand- eller tandpastaforbrug ved tandbørstning indgå i deres ”matematikmorgen”. Lærke undrede sig over hvorfor tandpastatuben altid var tom i hendes hjem og besluttede derfor at beregne hvor mange tandbørstninger, der er tandpasta til i en almindelig tube. Det krævede lidt støtte fra læreren:

Lærke: Hvad skal jeg måle?

Læreren: Hvad er det du vil finde ud af?

Lærke: Hvor meget der er i sådan en lille stribe – til en gang?

Læreren: Hvilken form har striben?

Lærke: Form? ... Den er cylinderformet.

Læreren: Hvad skal du kende for at beregne rumfanget af sådan en?

Lærke: Er det ikke noget med h gang pi og r i anden?

Læreren: Jo, men hvad er h og r i forhold til din stribe tandpasta?

Lærke: h er højden – nej det må være længden af striben og r er radius, men hvordan måler jeg den?

Læreren: Prøv med en lineal. [Læreren går.]

Lærke går straks i gang med at måle. Hun måler længden af striben til 1,5 cm. Hun prøver at måle radius ved snitte lodret ned gennem midteraksen i striben. Det er svært at måle på den måde, og hun bestemmer sig for at måle diameteren. Hun måler diameteren af hullet i tuben og diameteren af striben i et lodret snit, som hun laver med linealen. Efter en del målinger bestemmer hun sig for, at diameteren af en normal stribe er 0,7 cm. Radius beregnes til 0,35 cm. Hun har skrevet formelen for volumen af en cylinder:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Ved indsættelse af de målte størrelser på en lommeregner med liniedisplay får hun:

$$\pi \cdot 0,35^2 \cdot 1,5 = 0,6 \text{ cm}^3$$

Efter at have snakket lidt med en kammerat om sagen skriver hun at $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$, og herefter beregner hun hvor mange tandbørstninger, der er til i tuben:

$$\frac{75 \text{ ml}}{0,6 \text{ ml}} = 125 \text{ gange}$$

Hun er overrasket over, at der er til så mange gange og kalder straks på læreren, fordi hun mener, der må være en fejl. Sammen når de frem til at en familie på 4 kan bruge en tube på 15

dage, og det lyder jo meget rimeligt mener Lærke. Læreren udfordrer efterfølgende Lærke til at beregne, hvor lang en stribe, man kan lave af en hel tube. Lærke sætter 75 cm^3 ind i formelen for rumfanget, isolerer h og beregner med lommeregneren h til 195 cm. "Man kan sikkert lave en endnu længere, hvis man gør sig umage for at få en tynd stribe" – mener Lærke, og har vældig lyst til at prøve selv.

Hvorfor matematisk modellering?

Matematisk modellering som undervisningsform har en vigtig rolle at spille i matematikundervisning med et almendannende sigte. Argumenter herfor kan sammenfattes i følgende tre hovedpunkter.

- Som undervisningsform giver modellering mulighed for, at eleverne kan opleve matematik som et redskab, de kan bruge til at beskrive og forstå fænomener i omverdenen. Der kan tages udgangspunkt i elevernes erfaringer, og deres konkrete viden kan inddrages som grundlag for opstilling og kritik af simple modeller. Herved kan de matematiske begreber få mening for eleverne. Begreber som hastighed, gennemsnit, ligefrem proportionalitet og den rette linie bliver netop først til teoretiske begreber for eleverne, når de henviser til mange forskellige situationer, hvor elever selv har brugt begreberne til modellering. Hertil kommer at arbejdet med opstilling, analyse og kritik af matematiske modeller kan være en oplevelsesfyldt og kreativ undervisningsaktivitet. Modellering kræver, at der arbejdes seriøst med de fænomener og tilhørende fagområder, der udgør genstanden for modellen. Modellering ligger således op til tværfagligt samarbejde og kan herved være med til at bryde matematikfagets isolation i skolen.
- Matematisk modelleringskompetence er af værdi for alle mennesker i det moderne samfund. I privatlivet, under uddannelse, i arbejdslivet og i livet som samfundsborger er det nyttigt selv at kunne anvende matematik på en bevidst og reflekteret måde. En sådan kompetence er relevant og kan udvikles på grund af såvel et elementært som et mere avanceret matematisk beredskab.
- Matematiske modeller er en integreret del af vores kultur og hverdagsliv. Samtidig spiller matematiske modeller en centrale rolle i udviklingen af teknologiske og administrative systemer og indgår som grundlag for vigtige samfundsmæssige beslutninger. Det er derfor vigtigt, at almen matematikundervisning medvirker til, at så mange som muligt udvikler en forståelse for matematikkens rolle i kultur og samfund og bliver i stand til at tage kritisk stilling til konkrete anvendelser af matematiske modeller. Matematisk modellering i den almene matematikundervisning kan være et vigtigt første skridt til udvikling af en kritisk dømmekraft.

Referencer

- Blomhøj, M. (1993): "Modellerings betydning for tilegnelsen af matematiske begreber", Nordisk matematikdidaktikk 1 (1), 18-38.
- Blomhøj, M. og Skånstrøm, M. (2006): Matematikmorgener, i Skovsmose, O. og Blomhøj, M. (red.), Kunne det tænkes? – om matematiklæring, s. 7-23, København: Forlag Mallings Beck.
- Niss, M. (1989): "Aims and scope of application and modelling in mathematics curriculum – State and trends", i Blum, W. et al. (eds.): *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics*, 22–31, Horwood, Chichester, UK.